

الفيزياء

(١)

جامعة حلب

كلية الهندسة الكهربائية والإلكترونية

السنة الأولى

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

فصل دراسي أول



منشورات جامعة حلب
كلية الهندسة الكهربائية والإلكترونية
قسم العلوم الأساسية

الفيزياء بينف (١)

الدكتور
دلربياعة
UNIVERSITY
OF
ALEPPO

مديرية الكتب والطبعات الجامعية
١٩٩٠ - ٢٠١٩

لطلاب السنة الأولى
عام



المقدمة

يعتبر هذا الكتاب حصيلة المحاضرات التي القيت على طلاب السنة الاولى في كلية الهندسة الكهربائية والالكترونية خلال الاعوام الدراسية ١٩٨٦ - ١٩٨٧، ١٩٨٧ - ١٩٨٨، ١٩٨٨ - ١٩٨٩، ١٩٨٩ - ١٩٩٠ وقد وضع وفق المنهاج المقرر من قبل مجلس التعليم العالي في اطار الخطة الدراسية الجديدة والخاصة بمقرر الفيزياء (١) .

يقسم الكتاب الى ثلاثة أبواب : الباب الاول ويبحث في الكهرباء الساكنة ويتألف من خمسة فصول ، الفصل الاول والثاني والثالث تتطرق الى المفاهيم والنظريات الاساسية في الكهرباء الساكنة ، أما الفصل الرابع فهو مخصص لدراسة المكثفات والعوازل وكيفية استقطابهما وتوضيح دور العازل في المكثف وأين تتوضع الطاقة الكهربائية المخزنة فيه ، وفي الفصل السادس وقبل الدخول في دراسة المغناطيسية شرحت عملية فقدان التوازن الكهربائي للنواقل وحدوث ما يسمى بالتيار الكهربائي المستمر مع اعطاء شروط حدوثه وقوانينه الاساسية .

الباب الثاني : - المغناطيسية ويتألف من ثلاثة فصول: الفصل السادس حقول التحريض المغناطيسي في الخلاء التي تنشأ نتيجة لممرور التيار الكهربائي ، الفصل السابع القوى الكهربائية ، الفصل الثامن

التحريض الكهرطيسي •

الباب الثالث : ويتألف من فصلين خصما لدراسة الحركات الاهتزازية والنظرية الموجية للضوء . ففي الفصل التاسع درست الحركة الاهتزازية لنقطة مادية مع التركيز على الحركة الاهتزازية التوافقية التي تعتبر أساسا لكل الحركات الاهتزازية الدورية ، كما عولجت مواضيع الاهتزازات المتخامدة والقسرية وظاهرة التجاوب مع ايـراد أمثلة على الحركات الاهتزازية لبعض الجمل الخاصة . وفي الفصل العاشر تم بحث النظرية الموجية للضوء وتمت مناقشة مفهوم الامواج الكهرطيسيه وظواهر التداخل والانعراج والاستقطاب •

وكلي رجاء أن أكون قد وفقت في عرض مواضيع هذا الكتاب وأن يجد فيه الطالب في كلية الهندسة والعلوم المنفعة وأن يكون معيناً له في فهم الكهرباء الساكنة والتحريض المغناطيسي والكهرطيسي والقوى الكهرطيسية والاهتزازات والامواج • كما أرجو أن أكون قد ساهمت باغناء مكتبتنا العربية بكتاب علمي جديد •

الدكتور: دسر بياعسة

طب ١٩٩٠/١/٢٠

الباب الأول

الفصل الأول

الشحنات الكهربائية والقوى الكهربائية

1.1 - الشحنة الكهربائية :

لوحظ منذ القديم أن مادة الكهرمان ، العنبر الأصفر) عند دلكها بقطعة قماش ، تكتسب قدرة على جذب الاجسام الخفيفة .سميت هذه الظاهرة بالكهرباء ، وسميت الاجسام الخفيفة بالمواد المكهربة . وقد دلت التجارب على وجود أجسام أخرى تسلك سلوك الكهرمان . فمثلا اذا دلك قضيب من الزجاج بقطعة من الحرير فان الزجاج يكتسب خاصية جـذب الاجسام الخفيفة اليه ويقال حينئذ ان الزجاج قد شحن أو تكهرب أو اكتسب شحنة كهربائية . كذلك اذا دلك قضيب من المطاط بقطعة من الغراء فانه يكتسب نفس الخاصية أي انه يكتسب شحنة كهربائية .

وقد دلت التجارب على أن هناك نوعان من الشحنات

الكهربائية :

١ - الشحنة الكهربائية الموجبة وهي تلك التي يكتسبها قضيب الزجاج

عند دلكه بالحرير .

٢ - الشحنة الكهربائية السالبة وهي تلك التي يكتسبها قضيب المطاط عند دلكه بالفراء .

وكذلك أدت التجارب الى الوصول الى قاعدة التجاذب والتنافر التي تنص على أن الشحنات المتشابهة تتنافر والشحنات المختلفة تتجاذب .

وقد ثبت أنه عند دلك أي مادة بأخرى مناسبة فان نوعي الشحنة يظهران على المادتين مما يوحي بأن عملية الشحن تنتج عن انتقال جسيم ما من إحدى المادتين الى الأخرى ، وقد عرف هذا الجسيم باسم الإلكترون Electron - نسبة الى اسم مادة العنبر الأصفر في اللغة اليونانية الذي هو Electron - وهو وحدة الشحنة الكهربائية السالبة .

ولكي نفهم ظاهرة الشحن فانه يلزم معرفة التركيب الذري للمادة :

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

1.2 - التركيب الذري للمادة :

الذرة هي أصغر جزء من المادة تحمل الصفات الطبيعية والكيميائية لها فمثلا ذرة الاوكسجين تحمل الصفات الطبيعية والكيميائية لغاز الاوكسجين ، وذرة النحاس تحمل الصفات الطبيعية والكيميائية لمادة النحاس .

وتتكون الذرة من نواة صغيرة الحجم قطرها حوالي 10^{-12} cm وكبيرة الوزن اذ ان وزن النواة يساوي وزن الذرة . والنواة موجبة

الشحنة ويدور حولها الالكترونات سالبة الشحنة كتلتها صغيرة
($9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) في مدارات دائرية أو بيضاوية . وتتكون النواة
من نوعين من الجسيمات .

١ - البروتون Proton - وهو موجب الشحنة وكتلته ($1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$)
أي أكبر من كتلة الالكترون بحوالي 1835 مرة، أما شحنة البروتون
فتساوي عددياً شحنة الالكترون .

٢ - النيوترون Neutron - وهو متعادل كهربائياً وكتلته تساوي
كتلة البروتون تقريباً، وفي الذرة المتعادلة يتساوى عدد
البروتونات في النواة وعدد الالكترونات الدائرة حولها . وتدور
الالكترونات حول النواة في مدارات دائرية أو بيضاوية بحيث
لا يزيد عددها عن اثنين في المدار الاول (القريب من النواة)
وثمانية في المدار الثاني وثمانية عشر في المدار الثالث
وهكذا . كما أن الالكترونات في المدارات الداخلية (القريبة
من النواة) أكثر ترابطاً بالنواة من الالكترونات في
المدارات الخارجية .

عند انتزاع الكترون من الذرة فانها تبقى موجبة الشحنة
وتسمى ايوناً موجباً Positive Ion - وعند اضافة الكترون الى
الذرة فانها تصبح سالبة الشحنة وتسمى ايوناً سالباً Negative Ion -
وعملية فقد أو اكتساب الالكترون تسمى التأين Ionization .

كما أنه عند ذلك أي مادة بأخرى مناسبة فان الالكترونات
الاقل ترابطاً تنتقل من احدى المادتين الى الاخرى فتصبح الاولى

موجبة الشحنة لفقدائها الالكترونيات والثانية سالبة الشحنة
لاكتسابها الالكترونيات .

وتنقسم المواد من الناحية الكهربائية الى :

أ - مواد عازلة Insulators :

وهي المواد التي تكون إلكتروناتها مرتبطة ارتباطاً
قوياً بذراتها بحيث يصعب عليها الانتقال من ذرة الى أخرى داخل
نفس المادة ومن أمثلة هذه المواد الزجاج والخشب المطاط والورق
والهواء .

ب - مواد ناقلة Conductors :

وفيهما تكون الإلكترونات أقل ترابطاً بذراتها بحيث يسهل
عليها الانتقال من ذرة الى أخرى في داخل المادة وتعتبر المعادن
من المواد الناقلة .

1.3 - طرق التكهرب :

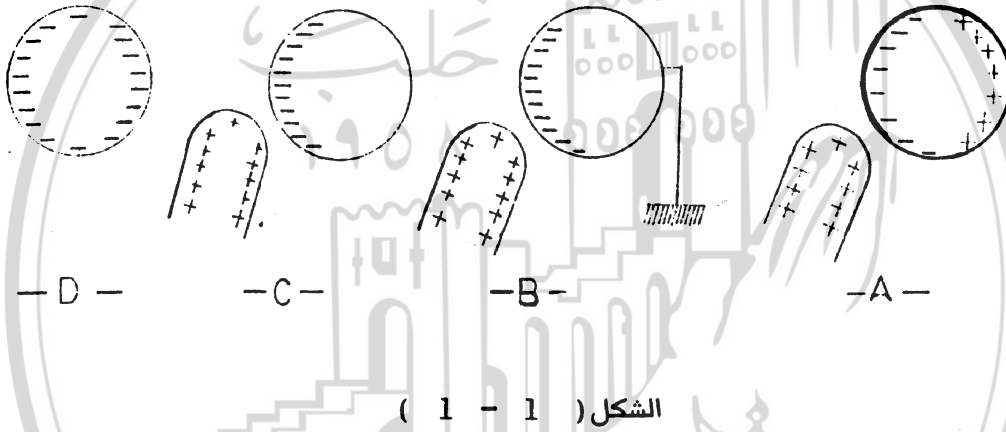
ذكرنا إحدى طرق التكهرب وهي :

- التكهرب بالاحتكاك وينتج بذلك أي مادة بأخرى، وإلى جانب ذلك
توجد طريقتان أخريان هما :

- التكهرب باللمس (Contact) : لو أن جسماً مشحوناً لمس جسماً
آخر غير مشحون فإن الشحنة توزع نفسها على كل من الجسمين . لو
فصلنا الجسمين عن بعضهما فإن الجسم الثاني تظهر عليه شحنات

كهربائية من نفس نوع شحنة الجسم الاول .

- التكهرب بالتأثير (Induction) : لو عزلنا كرة معدنية عن الارض وقربنا منها قضيباً من الزجاج فان شحنات الكرة توزع نفسها بحيث تظهر شحنات سالبة على طرف الكرة القريب من القضيب وشحنات موجبة مساوية للشحنات السالبة على الطرف البعيد عن قضيب الزجاج كما في الشكل (A- 1 - 1) :

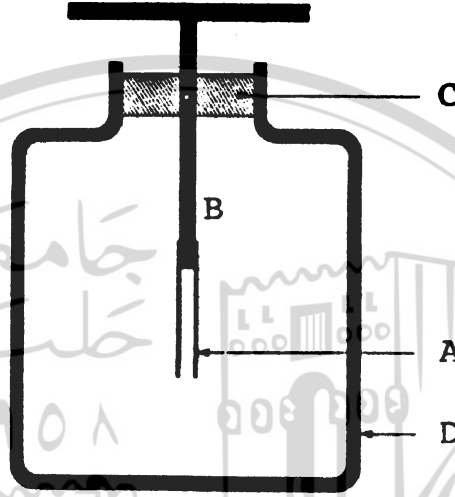


لو وصلنا طرف الكرة البعيد عن القضيب بالارض لتسربت الشحنات الموجبة الى الارض كما في الشكل (B-1-1) . ولو فصلنا الكرة عن الارض لبقيت الشحنات السالبة عليها فقط كما في الشكل (C- 1 - 1) واذا أبعدنا قضيب الزجاج عن الكرة فان الشحنات السالبة توزع نفسها على الكرة كما في الشكل (d - 1 - 1) .

1.4 - كشاف الكهربائية أو الالكتروسكوب : Electroscope

يستخدم كشاف الكهربائية للكشف عن الاجسام المشحونة ويعطي فكرة تقريبية عن مقدار شحنة هذه الاجسام ويتكون كشاف الكهربائية

كما في الشكل (2 - 1) من ورقتين رقيقتين من الذهب A متصلتين بقضيب من المعدن B محاط بقطعة من المطاط C تعزله عن الغلاف D والغلاف مزود بنافتين زجاجيتين يمكن النظر خلالهما لرؤية ورقتي الذهب .



الشكل (2 - 1)

وكذلك لحمايتها من التيارات الهوائية . عندما يمس جسم مشحون القرص العلوي لكشاف الكهربائية فان ورقتي الذهب تحصلان على نفس نوع شحنة الجسم وبذلك تتنافرا ويكون مقدار انفراج ورقتي الكشاف مقياسا لمقدار شحنة الجسم.

1.5 - توزيع الشحنات :

الشحنة الكهربائية q لجسم ما هي عبارة عن مقدار جبري يمكن قياسه، يمكننا اعتبار الشحنة q على أنها مجموع الشحنات العنصرية q_i المكونة للجسم أي ان :

$$q = \sum_i q_i \quad (1-1)$$

ابتداءً من هذا التعريف ، يمكننا ادخال مفهوم كثافة الشحنة السطحية
يسمح بتمثيل كمي لتوزيع الشحنات المختلفة التي يمكن أن نصادفها .

A - الكثافة السطحية :

إذا كانت الشحنات الكهربائية موزعة على سطح جسم ما ،
(هذه الحالة توافق حالة الناقل) ، فعندئذ تعرف الكثافة السطحية
للشحنات σ بالعلاقة التالية :

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (1-2)$$

حيث ΔS هو عنصر السطح الذي يحمل الشحنة ΔQ .

B - الكثافة الحجمية :

إذا كانت الشحنات الكهربائية موزعة على الحجم الكلي
جسم ما ، (هذه الحالة توافق حالة العوازل) ، فعندئذ يمكننا تعريف
الكثافة الحجمية للشحنات ρ بالعلاقة التالية :

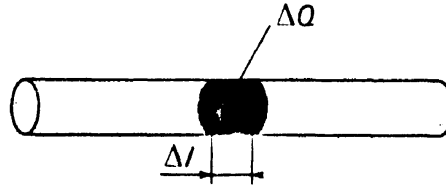
$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \quad (1-3)$$

حيث ΔV هو عنصر الحجم الذي يحمل الشحنة ΔQ .

C - الكثافة الخطية :

نستعمل أحياناً مفهوم الكثافة الخطية للشحنات في حالة
الاسلاك : وهذه الحالة ما هي ، إلا حالة خاصة من الحالة السابقة . ففي
الحالة التي نعتبر فيها توزيع الشحنات متجانساً من أجل طولها ، عندها

السلك ، انظر الشكل (3 - 1) :



الشكل (3 - 1)

في هذه الحالة تعطى الكثافة الخطية للشحنات بالعلاقة :

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (1-4)$$

• حيث Δl هو الطول العنصري الذي يحمل الشحنة ΔQ

ملاحظة (1 - 1) :

نقول عن جسم ما انه مشحون بشكل متجانس اذا كانت كثافة الشحنة ثابتة مهما تكن النقطة المعتبرة ، في هذه الحالة ، يمكن تعميم التعريف السابق ليمتد على كل السطح ، أو كل الحجم كما يلي :

$$Q = \sigma S$$

$$Q = \rho V$$

$$Q = \lambda L$$

حيث S ، V ، L تمثل على الترتيب السطح الكلي ، الحجم الكلي أو الطول الكلي للجسم المعتبر .

1.6 - التأثير المتبادل بين الشحنات الكهربائية الساكنة :

1.6.1- تأثير المسافة على القوى الكهربائية :

بالتشابه مع قانون الثقالة لنيوتن، قال كولون بأن القوى المطبقة بين شحنتين كهربائيتين نقطيتين (نقيص بكلمة نقطية بأن المسافة الفاصلة بين الشحنتين كبيرة جداً بالمقارنة مع أبعادهما) يجب أن تتناسب عكسياً مع مربع المسافة الفاصلة بينهما :

$$F = \frac{A}{r^2} \quad (1-5)$$

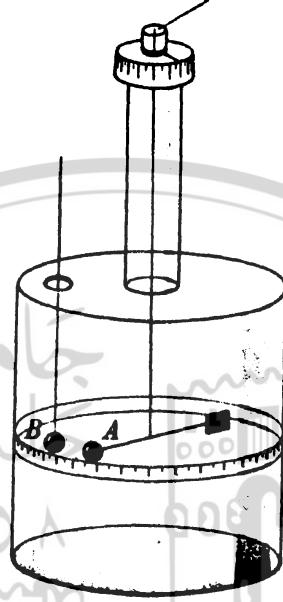
حيث $|F|$ تمثل مقدار القوة المطبقة على كل شحنة، A ثابت التناسب، r المسافة المعتبرة بين الشحنتين، تسمى هذه الفرضية أيضاً بقانون كولون .

تحقق كولون من ذلك تجريباً في عام 1875 بواسطة مقياس عزم الفتل الموضح في الشكل (4 - 1)، يتألف هذا الجهاز من كرة B تشحن خارج الجهاز ومن ثم تدخل في القفص الزجاجي وتلامس الكرة A . عند حدوث التلامس فان شحنة الكرة B سوف تتوزع على الكرتين الناقلتين A و B وبالتالي سوف ينتج قوة تدافع بين الكرتين التي سوف تؤدي الى دوران سلك التعليق .

نحصل على حالة التوازن ، عندما يتساوى عزم قوى التدافع بين الكرتين بالنسبة لمحور سلك التعليق مع عزم مزدوجة الفتل .

يمكن تحديد زاوية الفتل بمساعدة التدريج الموجود على الغلاف

الزجاجي للجهاز . لقد برهن كولون بأن العزم يتناسب مع زاوية فتل
خيط التعليق .

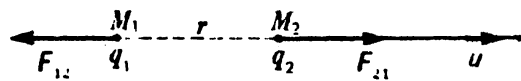


الشكل (1 - 4)

وبعد أخذ عدة قياسات لزاويا دوران مختلفة يمكن تحديد
القوة المؤثرة في الكرة A . وبتكرار التجربة استنتج كولون أن
قوة التأثير المتبادل بين شحنتين نقطيتين تقع على طول الخط الواصل
بين هاتين الشحنتين تتناسب عكسا مع مربع المسافة بينهما r^2 .

1.6.2- قانون كولون الاساسي للتأثير المتبادل بين الشحنات الكهربائية :

بفرض أنه لدينا شحنتين نقطيتين q_1 و q_2 متوضعيتين في
نقطتين M_1 و M_2 تفصل بينهما مسافة قدرها r كما هو واضح فـ في
الشكل (1 - 5) :



الشكل (1 - 5)

تكون التأثيرات المتبادلة بين الشحنتين متعاكسة ومحققه لمبدأ الفعل ورد الفعل ، هذا يعني أنه اذا كانت $\vec{F}_{12}$ تمثل تأثير الشحنة q_2 على الشحنة q_1 و $\vec{F}_{21}$ تمثل تأثير الشحنة q_1 على الشحنة q_2 فعندئذ يكون لدينا :

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (1-6)$$

لقد أثبتت التجربة أيضاً على أنه اذا كانت الشحنة q_1 تؤثر على الشحنة q_2 بقوة فان هذه القوة تتناسب مع q_2 واذا كانت الشحنة q_2 تؤثر على الشحنة q_1 بقوة فان هذه القوة تتناسب مع q_1 . وتكون القيمة المشتركة للقوة متناسبة مع الجداء $q_1 \cdot q_2$. اذا كانت $\vec{u}$ متجهة الوحدة للمحور M_1M_2 ، الموجه من M_1 الى M_2 ، عندئذ يمكن كتابة قانون كولون بالشكل التالي :

$$\vec{F}_{21} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u} \quad (1-7)$$

حيث K ثابت تناسب موجب ، قيمته تعتمد على جملة الواحدات المستخدمة وتعتمد أيضاً على الوسط التي تحدث فيه التجربة .

تكتب العلاقة (7 - 1) كمقدار سلمي بالشكل التالي :

$$F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (1-8)$$

ملاحظة (2 - 2) :

يمكننا ملاحظة بأن النموذج الرياضي الذي وضعه العالم كولون يمثل بشكل جيد ظواهر التأثير المتبادل لأن القوى تكون

تدافعية اذا كانت الشحنات من نفس الاشارة (حالة الشكل " 1 - 5 ")
وتجاذبية اذا كانت الشحنات من اشارات مختلفه، وهذا يطابق
بشكل جيد اشارة الجدا^ء $q_1 \cdot q_2$ بشرط التقيد برتب العوامل واتجاه
متجهة الواحدة ..

1.6.3 - الصيغة العملية لقانون كولون:

يمكننا وضع $K = 1$ وتعريف واحدة كمية الكهرباء من علاقة
كولون ، وهذا ما يحدث في الجملة السغثية C.G.S التي تعتمد على
ثلاث وحدات أساسية هي السنتيمتر (cm) لقياس الاطوال والغرام
(gr) لقياس الكتلة والثانية (sec) لقياس الزمن .

في هذه الجملة ، شحنة نقطية قيمتها واحدة الشحنات موضوعة
على بعد سنتيمتر من شحنة مشابه لها فانها تخضع لقوة تدافع
قيمها في الخلاء ا دينه أي أن قانون كولون في الخلاء وفي الجملة
السغثية يكتب بالشكل :

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (1-9)$$

ولكن في الجملة المكثية MKSA ، تؤخذ وحدة الشدة (الامبير)
كوحدة قياس أساسية ، ويعرف الكولون بأنه كمية الكهرباء المنتقلة
بواسطة تيار كهربائي شدته واحد أمبير خلال ثانية واحدة أي أن :

$$1 \text{ coul} = 1 \text{ Amp} \cdot \text{sec}$$

بعد أن تحققنا من تغير القوة כתابع للوسط ، من الواجب ادخال
عامل نوعي بالوسط ، الذي يدعى بسماحية الوسط : ϵ في الحالة العامة ،

و ϵ_0 في حالة الخلاء . وترتبط كل من ϵ و ϵ_0 فيما بينهما بالعلاقة

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{حيث } \epsilon_r \text{ تدعى بالسماحية النسبية .}$$

ان قيمة الثابت K في الحالة العامة هي :

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \quad (1-10)$$

في حالة الخلاء $\epsilon_r = 1$.

لايجاد قيمة ثابت التناسب K نعود للعلاقة (8 - 1) :

$$F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

فمن أجل $q_1 = q_2 = 1 \text{ coul}$ و $r = 1 \text{ m}$ فان قيمة K تساوي الى قيمة القوة F أي أن :

$$F = K$$

من العلاقة (9 - 1)

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

في الجملة السغنية تقدر الشحنة الكهربائية بوحدة (e.s.u) التي هي واحدة الكهرباء الساكنة وعلاقة هذه الواحدة مع واحدة الكولون هي من الشكل :

$$1 \text{ coul} = 3 \times 10^9 \text{ e.s.u}$$

التبديل في العلاقة (9 - 1) نجد :

$$F = \frac{3 \times 10^9 \times 3 \times 10^9}{(100)^2} = 9 \times 10^{14} \text{ dyn}$$

وبما أن :

$$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$$

فاننا نجد $F = 9 \times 10^9 \text{ N}$ وبالتالي فان $K = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{(\text{coul})^2}$ وذلك لأن :

$$K = \frac{F.r^2}{q_1.q_2}$$

لحساب قيمة السماحية ϵ_0 نكتب :

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K} = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{coul}^2}{\text{N.m}^2}$$

تعطى عادة واحدة السماحية ϵ_0 في الجملة الدولية بـ $\frac{\text{Farad}}{\text{m}}$

وذلك لأن :

$$\frac{\text{coul}^2}{\text{N.m}^2} = \frac{\text{coul.coul}}{\text{N.m.m}} = \frac{\text{coul.coul}}{\text{Joul.m}} = \frac{\text{coul}}{\text{Volt.m}} = \frac{\text{Farad}}{\text{m}}$$

1.6.4 - حالة مجموعة من الشحنات الكهربائية الساكنة :

إذا كانت لدينا مجموعة من الشحنات النقطية، فان العلاقة

الشعاعية لقانون كولون تظهر على أن القوة المطبقة على إحدى

الشحنات تساوي الى مجموع القوى المطبقة بشكل منفصل على هذه الشحنة

من الشحنات الاخرى أي أن :

$$\vec{F}_i = \sum_j \vec{F}_{ij}$$

فعلى سبيل المثال اذا كان لدينا مجموعة من الشحنات النقطية q_1 و q_2 و q_3 q_n فان القوة المؤثرة على الشحنة q_1 تكون مساوية الى :

$$\vec{F}_1 = \sum_{j=2}^n \vec{F}_{1j} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \dots + \vec{F}_{1n}$$

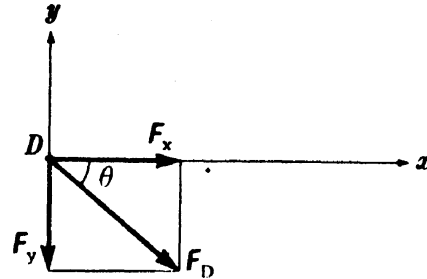
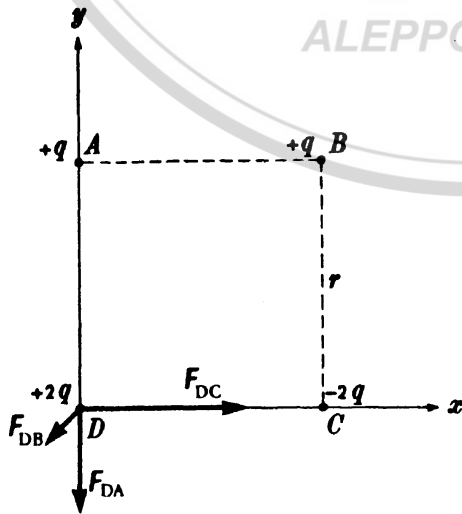
حيث $\vec{F}_{12}$ (على سبيل المثال) تمثل القوة المؤثرة على الشحنة q_1 من الشحنة q_2 .

مثال (١ - ١) :

أربع شحنات نقطية هي على الترتيب $+2q, -2q, +q, +q$ متوضعة في الخلاء في الزوايا الاربعة لمربع طول ضلعه r في النقاط A, B, C, D على الترتيب أحسب القوة الكهربائية المطبقة على الشحنة المتوضعة في النقطة D وذلك بفرض أن :

$$r = 0,1 \text{ m} \quad \& \quad q = 4 \times 10^{-7} \text{ coul}$$

الحل :



ان اتجاه القوى المطبقة على الشحنة $+2q$ مبينه في الشكل .

لنبحث عن مركبات القوى ΣF_X و ΣF_Y منسوبة الى المحاور

: DY و DX

$$\Sigma F_X = F_{DC} - F_{DB} \cos \frac{\pi}{4} + 0 =$$

$$= 9 \times 10^9 \left(\frac{4q^2}{r^2} - \frac{2q^2}{2r^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0.47 \text{ N}$$

$$\Sigma F_Y = -F_{DA} - F_{DB} \sin \frac{\pi}{4} =$$

$$= -9 \times 10^9 \left(\frac{2q^2}{r^2} + \frac{2q^2}{2r^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -0.39 \text{ N}$$

$$F_D = \sqrt{(\Sigma F_X)^2 + (\Sigma F_Y)^2} = 0.61 \text{ N}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\Sigma F_Y}{\Sigma F_X} = - \frac{0.39}{0.47} \implies |\theta| \simeq 40^\circ$$

ملاحظة (3 - 1) :

نحن نعلم بأن قانون كولون لايطبق إلا على الشحنات النقطية

في الحالة التي تكون فيها الشحنة موزعة باستمرار وبانتظام

يجب أخذ مجموع التأثيرات الناتجة عن كل شحنة عنصرية Δq صغيرة

بقدر كاف حتى نستطيع تشبيهها بشحنة نقطية .

مثال (2 - 1) :

شحنة نقطية $q = 4 \times 10^{-7} \text{ coul}$ متوضعة على محور حلقة مشحونة

بشكل متجانس كثافتها الخطية $\lambda = 5 \times 10^{-6} \frac{\text{coul}}{\text{m}}$ ، فاذا كانت المسافة

بين الشحنة q ومركز الحلقة تساوي الى $d = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$ ونصف قطر الحلقة $r = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$ فاحسب القوة المؤثرة على الشحنة q .

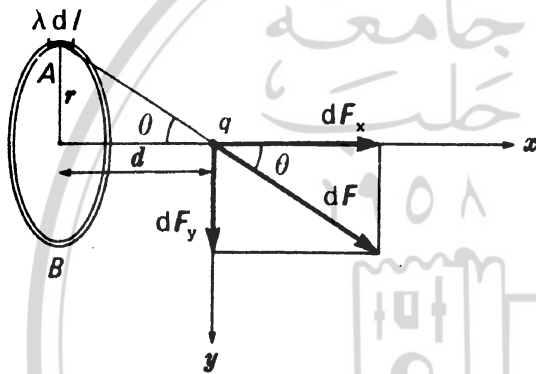
الحل:

لنحسب أولاً عنصر القوة $d\vec{F}$ المؤثرة على الشحنة q بواسطة

الشحنة λdl لعنصر الحلقة

الموجود عند النقطة A

كما هو واضح من الشكل.



$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q\lambda dl}{\left(\frac{d}{\cos \theta}\right)^2} \times \vec{u}$$

مع :

$$dF_X = dF \cos \theta u_X$$

و :

$$dF_Y = dF \sin \theta u_Y$$

إذا اعتبرنا النقطة B المناظرة للنقطة A فإن المركبات dF_Y المتناظرة سوف

تفني بعضها البعض ويبقى فقط المركبة dF_X .

الشكل متناظر بالنسبة للمحور x، وهذا التناظر يكون من أجل

جميع الأزواج العنصرية المتناظرة المأخوذة على الحلقة.

ومنه :

$$F = \sum dF = \sum dF_X = \oint_L \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q\lambda}{d^2} \cos^3 \theta dl$$

حيث $\oint_L$ هو محيط الحلقة :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\lambda}{d^2} \frac{d^3}{(d^2 + r^2)^{3/2}} \oint d\ell$$

حيث :

$$\oint_{\ell} d\ell = L = 2\pi r$$

$$F = \frac{(9 \times 10^9) (4 \times 10^{-7}) (5 \times 10^{-6}) (4 \times 10^{-2}) (6.28 \times 3 \times 10^{-2})}{125 \times 10^{-6}}$$

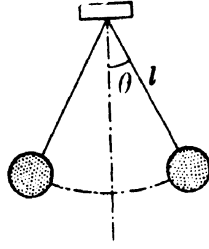
$$F = 1.084 \text{ N}$$

ملاحظة (4 - 1) :

يجب أن لاننسى بأن الجزء الاول من هذا الكتاب يعالج فقط ظواهر الكهرباء الساكنة، وهذا يقودنا الى القول بأن الاجسام المشحونة يجب أن تبقى ثابتة، وفي هذه الحالة يجب الانتباه جيداً للاخذ بعين الاعتبار كل القوى التي تساهم في بقاء الحالة متوازنة المثل (3 - 1) .

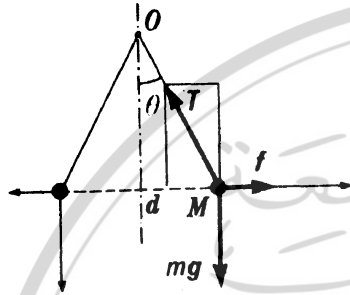
مثال (3 - 1) :

كرة ناقلة كتلتها $m = 10^{-3} \text{ kg}$ تحمل شحنة مقدارها $-2 \times 10^{-7} \text{ coul}$ ومعلقة بنهاية خيط. لنقرب كرة مماثلة للكرة الاولى مشحونة بشحنة قدرها $+0.8 \times 10^{-7} \text{ coul}$ ومعلقة هي الاخرى بنهاية خيط له نفس الطول والكرتين معلقتين الى النقطة O كما في الشكل والمطلوب ماذا سيحدث ؟ .



الحل :

في البداية، بما أن الكرتان تحملان شحنتين مختلفتين بالقيمة والاشارة لذلك سوف تنتج قوة جذب وتلتامس الكرتان ومن ثم سوف ينتج بينهما قوة توافع تبتعد بنتيجتها الكرتان عن بعضهما البعض حتى يحصلوا على حالة توازن .



وبما أن الكرتان في البداية تلامستا هذا يعني بأن شحنة كهربائية سوف تنتقل من كرة الى أخرى حتى تتساوى قيمة الشحنة على كل كرة، أي أن شحنة كل كرة تساوي الى :

$$q = \frac{(-2 + 0.8) \times 10^{-7}}{2} = -0.6 \times 10^{-7} \text{ coul}$$

لنرمز بـ T لقوة شد الخيط ، فحتى نحصل على حالة التوازن يجب أن يكون مجموع القوى الثلاثة المؤثرة على النقطة M تساوي الصفر:

$$T \sin \theta = f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2}$$

$$T \cos \theta = mg$$

يمكننا حذف T من العلاقتين السابقتين :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mgd^2} = \tan \theta$$

الزاوية θ صغيرة لذلك يمكن أن نكتب :

$$\text{tg } \theta \simeq \sin \theta = \frac{d}{2\ell}$$

$$d^3 \simeq \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \ell}{mg}$$

$$d^3 \simeq \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{10.36 \times 10^{-14} \cdot \ell}{10^{-3} \times 9.8} \quad \text{ومنـه:}$$

$$d \simeq 0.055 \ell^{1/3}$$

فاذا كانت $\ell = 1\text{m}$ فعندئذ تكون $d = 0.055\text{m}$ وهذا يتوافق مع
الفرض بأن الزاوية θ صغيرة .

مثان (4 - 1) :

ليكن لدينا قضيب طوله ℓ مشحون بانتظام بكثافة خطية λ
بشحنة مقدارها Q . لتكن شحنة نقطية q متوضعة في نقطة واقعة
على استقامة هذا القضيب وعلى بعد a من احدى نهايتيه . احسب
القوة التي تؤثر بها شحنة القضيب على الشحنة النقطية .

المـل:

كل شحنة عنصرية dQ تبعد بمسافة قدرها x عن q وموزعة

على طول عنصري dx بالتالي فان :

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qdQ}{x^2}$$

لحساب القوة الكلية ينبغي

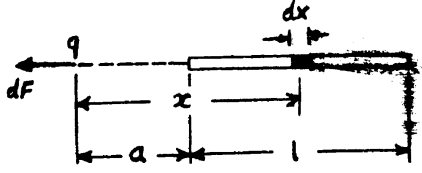
إجراء عملية تكامل على المعادلة

السابقة حيث $dQ = \lambda dx$ وتكون

حدود التكامل من النقطة التي

فاصلتها a إلى النقطة التي فاصلتها

$a + \ell$.



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+\ell} \frac{\lambda q \cdot dx}{x^2}$$

$$F = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+\ell} \frac{dx}{x^2} = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{a+\ell}$$

$$F = \frac{q \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{\ell}{a(a + \ell)}$$

وبما أن $Q = \lambda \cdot \ell$ فينتج أن :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot Q}{a(a + \ell)}$$

مثال (5 - 1) :

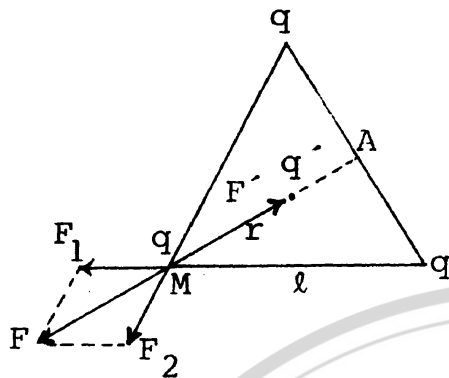
ثلاث شحنات كهربائية قيمة كل منها 10^{-7} coul متوضعة على

رؤوس مثلث متساوي الاضلاع ، طول ضلعه ℓ أوجد قيمة الشحنة السالبة التي

يجب وضعها في مركز المثلث حتى تتوازن مجموعة هذه الشحنات .

الحل :

تتوازن الشحنات يجب أن يكون مجموع



في النقطة M يساوي الصفر:

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\ell^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(10^{-7})^2}{\ell^2}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{9 \times 10^{-7}}{\ell^2} \text{ N}$$

حساب القوة F التي هي محصلة

القوتين F_1 و F_2 :

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 60} = \sqrt{3F_1^2} = \sqrt{3} F_1$$

$$F = \sqrt{3} \frac{9 \times 10^{-5}}{\ell^2} \text{ N}$$

الشحنة q المتوضعة في مركز المثلث تؤثر على الشحنة q في النقطة M

بالقوة F' :

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q'}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{q \cdot q'}{r^2}$$

حساب r:

$$r = \frac{2}{3} \overline{MA} = \frac{2}{3} \ell \cos 30 = \frac{2}{3} \ell \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell$$

أي أن:

$$F = F' \implies \sqrt{3} \frac{9 \times 10^{-5}}{\ell^2} = 9 \times 10^9 \frac{10^{-7} \times q'}{\frac{3}{9} \ell^2}$$

ومنه نجد:

$$\implies q' = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 10^{-7} \text{ coul}$$

تمارين غير مطولة

١ - كرتان مشحونتان بشحنتين كهربائيتين متساويتين ومتماثلتين ،

مربوطتان بواسطة خيط حريري طوله $2m$ ومعلق من منتصفه

بنقطة ثابتة . فاذا كان كل خيط يصنع مع الشاقول المار من

نقطة التعليق الثابتة زاوية 30° فأوجد شحنة كل كرة .

مع العلم أن كتلة كل كرة تساوي الى 1 gr و $g = 10 \left(\frac{m}{sec^2} \right)$

الجواب : $q = 8 \times 10^{-7} \text{ coul}$

٢ - شحنتان متماثلتان في القيمة ومختلفتان في الإشارة $q_1 = 2 \times 10^{-4} \text{ coul}$

و $q_2 = -2 \times 10^{-4} \text{ coul}$ وضعتا في نقطتين بحيث كانت المسافة بينهما

$1m$ فاذا وضعت شحنة ثالثة $Q = 10^{-5} \text{ coul}$ على الخط العمودي

المقام من منتصف الخط الواصل بين الشحنتين السابقتين وعلى

مسافة قدرها $0.5 m$ أوجد مقدار واتجاه القوة المؤثرة في

الشحنة Q .

الجواب : $F = 50.91 \text{ N}$ & $\phi = 45^\circ$

٣ - كرتان معلقتان بواسطة خيطين عازلين طول كل منهما (l) من

نقطة واحدة ، كتلة كل منهما m . نشحن هاتين الكرتين

بشحنتين متساويتين كل منهما تساوي (q) مجهولة ،

فتتدافعان وتصبح الزاوية بين الخطين (2θ) . اذا كانت

الزاوية (θ) صغيرة أثبت أن المسافة بين الكرتين تساوي

الى :

$$r = \left(\frac{\ell q^2}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

فاذا كانت $\ell = 120 \text{ cm}$ و $m = 10 \text{ gr}$ و $r = 5 \text{ cm}$ أوجد قيمة (q) واذا كان معدل تسرب الشحن من كل كرة هـ

$$\frac{dq}{dt} = 1 \times 10^{-9} \frac{\text{coul}}{\text{sec}}$$

فأوجد سرعة اقتراب الكرتين من بعضهما البعض .

$$v = 1.4 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, q = 2.38 \times 10^{-8} \text{ coul}$$

الجواب

٤ - وضعت في رؤوس مربع طول ضلعه (b) أربع شحنات متساوية ومن اشارة واحدة . ماهي قيمة الشحنة التي يجب وضعها في مركز المربع حتى تكون جملة الشحن في حالة اتزان تام .

$$q_1 = \frac{2\sqrt{2} + 1}{4} \cdot q$$

الجواب :

٥ - ماهي قيمة كل من شحنتين موجبتين ومتساويتين اذا وضعتا على سطح كل من الارض والقمر، أصبحت قوة التنافر بين الشحنتين مساوية لقوة التجاذب الثقالية بين الارض والقمر . ماهي كتلة الهيدروجين اللازمة لاعطاء الشحنة المحسوبة . مع العلم

$$\text{أن كتلة الارض : } 5.98 \times 10^{24} \text{ Kg}$$

$$\text{كتلة القمر : } 7.34 \times 10^{22} \text{ Kg}$$

$$\text{ثابت الجذب العام : } 6.67 \times 10^{-24} \frac{\text{N.m}^2}{\text{Kg}^2}$$

٦ - نعلق بواسطة خيطين عازلين غير قابلين للامتطاط طول كل منهما 10 cm جسمين نقطيين ناقلين كتلة كل منهما 1 gr . عند شحن

الجسمين بشحنتين موجبتين ومتساويتين، قيمة كل منهما q ،
تتنافر الكرتان وتصبح الزاوية بين الخطين 60° فإذا كانت
 $g = 9.8 \frac{m}{sec^2}$ فاحسب شحنة كل جسم .

٧ - احسب القوة الكهربائية المطبقة على الشحنة النقطية
 $q = 3 \times 10^{-6} \text{ coul}$ المتوضعة على مسافة $d = 1m$ من مركز كرة
مشحونة نصف قطرها $r = 0.1m$ وكثافتها السطحية:

$$\sigma = 3 \times 10^{-8} \frac{\text{coul}}{m^2}$$

٨ - كرة متجانسة نصف قطرها $0.1m$ مشحونة بشحنة مقدارها 10^{-7} coul
احسب كثافة الشحنة لهذه الكرة في الحالتين التاليتين:

١ - إذا كانت الكرة عازلة.

٢ - إذا كانت الكرة ناقلة.

UNIVERSITY
OF
ALEPPO



الفصل الثاني

الحقل الكهربائي

2-1 - تعريف وخواص الحقل الكهربائي الساكن :

تلعب الشحنات الكهربائية دورين هاميين :

- نشط ، في ممارستها بقوى على الشحنات المجاورة لها والتي تبعد عنها مسافات معينة .
- مستسلم ، بخضوعها هي نفسها لقوة مطبقة عليها من الشحنات المجاورة فيزيائياً ، هذين الدورين لا يمكن فصلهما عن بعض ، وقانون كولون يوضح هذين الدورين عن طريق تناظر الجداء $q_1 \cdot q_2$. ومع ذلك بهدف تسهيل دراسة الظواهر ، يمكننا أن لانهتم إلا بالدور المستسلم للشحنة q_2 ونعطي الدور النشط الى الشحنة q_1 أو بالعكس . وهذا الاسلوب يسمح لنا بأدخال مفهوم الحقل .

2.1.1 - متجهة الحقل الكهربائي الساكن:

لنضع شحنة نقطية صغيرة موجبة q_0 على مقربة من جسم مشحون : عندئذ هذه الشحنة سوف تخضع لقوة كهربائية $\vec{F}$. فاذا وضعنا في

نفس النقطة شحنة مقدارها Kq_0 فانها سوف تخضع لقوة كهربائية قدرها $K\vec{F}$ بشرط أن تبقى الشحنة Kq_0 صغيرة بشكل كافٍ حتى لا تسبب اضطراب لتوزيع شحنات الجسم ، أي من أجل أن يكون دورها النشط همل بشكل كافٍ .

بذلك يمكننا تعريف المتجهة $\vec{E}$ بالشكل التالي :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (2-1)$$

التي نسميها بمتجهة الحقل الكهربائي عند النقطة المعتبرة .

لاحظ من العلاقة (2 - 1) على أن $\vec{E}$ نفس اتجاه القوة $\vec{F}$.

وتكتب العلاقة (2 - 1) كمقدار سلمي بالشكل التالي :

$$E = \frac{F}{q_0}$$

تقاس شدة الحقل الكهربائي E بوحدة $\frac{V}{m}$ أو $\frac{N}{coul}$

ان ادخال مفهوم شحنة الاختبار q_0 يسمح لنا بتعريف متجهة الحقل الكهربائي في كل نقطة من الفراغ المحيط . إذاً يوجد الحقل الكهربائي في كل نقطة من الفراغ، ولكن فقط وجود الشحنة الكهربائية هي التي تجعله يظهر فيزيائياً بخلق قوة كهربائية .

بشكل عام يمكن أن نقول :

الحقل الكهربائي هو خواص منطقة من الفراغ حيث تخضع شحنة كهربائية لقوة كهربائية وهذه القوة تساوي بعد الاخذ بعين

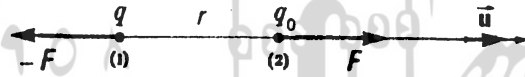
الاعتبار بتعريف الحقل الكهربائي الى :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (2-2)$$

وهذه العلاقة سوف نستخدمها في دراسة بعض الحالات الخاصة .

2.1.2 - الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية :

لنضع شحنة الاختبار q_0 على مسافة قدرها r من شحنة نقطية q كما هو واضح بالشكل (1 - 2) :



الشكل (1 - 2)

تعطى القوة المؤثرة على الشحنة q_0 وفق قانون كولون :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \vec{u}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة التي تعرف الحقل الكهربائي :

$$\vec{F} = q_0 \cdot \vec{E}$$

نجد أن :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u} \quad (2-3)$$

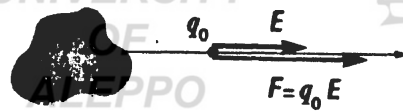
يمكننا ملاحظة على أنه مهما تكن النقطة المعتبرة فان اتجاه متجهة الحقل تمر بالشحنة q المحرزة وتكون متجهة بثبات إما نحو الشحنة أو نحو الخارج حسب اشارة هذه الشحنة : نقول على أن الحقل

شعاعي . بالإضافة الى ذلك قيمة المتجهة تكون نفسها من أجل كل النقط المتوضعة على مسافات متساوية من الشحنة المحرزة : في هذه الحالة نقول بأن للحقل الكهربائي تناظر كروي .

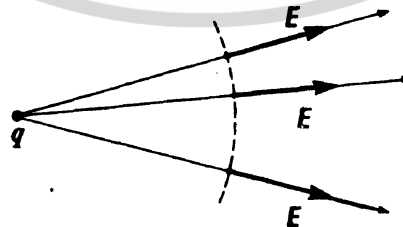
بشكل أكثر عمومية، من الممكن أن يخدم الحقل كوسيط في حساب التأثير المتبادل بين الشحنات :

- من وجهة نظر التأثير يمكننا اعتبار ،بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقة (2 - 2) ، بأن الحقل الكهربائي هو المسؤول المباشر عن القوى المطبقة على الشحنة الاختبارية q_0 ، وعدم اعتبار القوى كتأثير بين الشحنات المعطاة بواسطة قانون كولون الشكل (2 - 2) .

- من وجهة نظر السبب تكون الشحنة q فقط المسؤولة عن نشوء الحقل $\vec{E}$ في كل نقطة من الفراغ العلاقة (2 - 3) ، الشكل (2-3)



الشكل (2 - 2)



الشكل (2 - 3)

2.1.3 - الحقل الكهربائي الناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية :

لنضع شحنة اختبار q_0 في النقطة M من الفراغ المتواجد

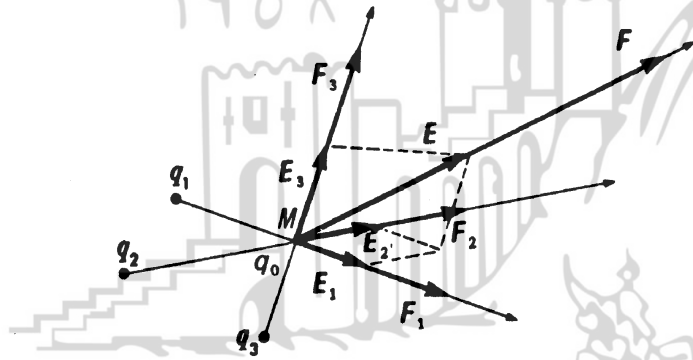
فيه الشحنات q_1 و q_2 و q_3 انظر الشكل (4 - 2) .

أثبتنا في الفصل الاول بأن القوى المطبقة على الشحنة q_0

تساوي الى مجموع القوى المطبقة على الشحنة q_0 بشكل منفصل من

الشحنات q_1 و q_2 و q_3 :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \sum_i \vec{F}_i$$



الشكل (4 - 2)

بما أنه ، في النقطة M ، يمكننا تعريف متجهة حقل موافقة لكل من

الشحنات q_i :

$$\vec{F}_i = q_0 \vec{E}_i$$

ومنه :

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}_1 + q_0 \vec{E}_2 + q_0 \vec{E}_3 = q_0 \sum_i \vec{E}_i$$

بمقارنة هذه العلاقة مع علاقة تعريف الحقل نحصل على :

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad (2-4)$$

أي أن جمع الحقول الكهربائية تكون نتيجة مباشرة لجمع القـوى الكهربائية .

مثال (1 - 2) :

احسب الحقل الكهربائي الناتج عن ثنائي قطب كهربائي في الحالتين التاليتين :

a - في نقطة M واقعة على نفس المحور الحامل للشحنتين كما في الشكل (5 - 2) .

b - في نقطة M واقعة على نفس محور القطعة المستقيمة بين الشحنتين كما هو واضح من الشكل (6 - 2) .

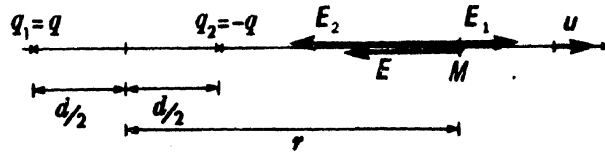
ملاحظة :

(2-5) يتألف ثنائي القطب الكهربائي من شحنتين نقطيتين متساويتين في القيمة ومختلفتين في الإشارة تفصل بينهما مسافة b : معينه d

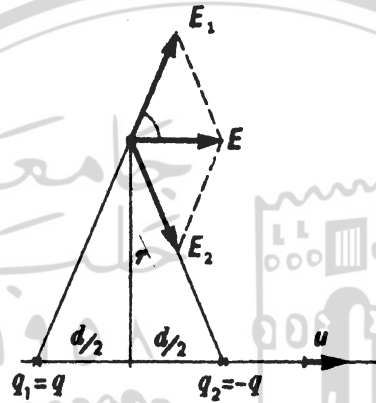
الحل :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2} \right] \vec{u} : (a)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2rd}{\left(r^2 - \frac{d^2}{4}\right)^2} \vec{u} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d}{r^3} \frac{1}{\left(1 - \frac{d^2}{4r^2}\right)^2} \vec{u}$$



الشكل (5 - 2)



الشكل (6 - 2)

فإذا كان $d \ll r$ أمكننا كتابة :

$$\vec{E} = - \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \vec{u}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + 2\vec{E}_1 \cos \alpha$$

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r^2 + \frac{d^2}{4}\right)} \vec{u}$$

$$\cos \alpha = \frac{d}{2\left(r^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{(r^2 + \frac{d^2}{4})^{3/4}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{r^3} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{d^2}{4r^2})^{3/2}} \vec{u}$$

فاذا كان $d \gg r$ يمكننا أن نكتب :

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{r^2} \quad (2-6)$$

ملاحظة (1 - 2) :

إذا كانت الشحنة المسببة لنشوء الحقل الكهربائي موزعة بشكل مستمر فإن شدة الحقل الكهربائي عند أية نقطة مثل P يمكن أن تحسب وذلك بتقسيم الشحنة الى عناصر صغيرة dq ويحسب الحقل dE في تلك النقطة والناجم عن كل عنصر بعد اعتبار أن هذا العنصر هو شحنة نقطية فيكون :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

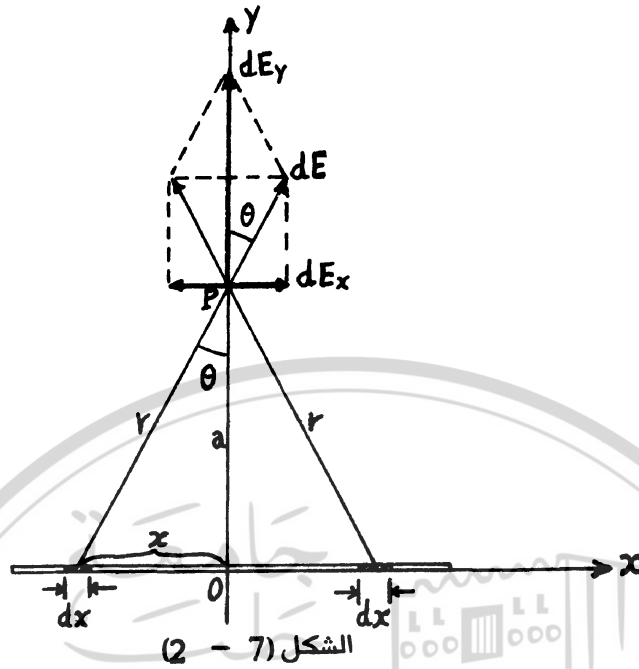
حيث r هي المسافة الفاصلة بين عنصر الشحنة dq والنقطة P وتساوي محصلة الحقل في P الى مجموع الحقول الناتجة عن العناصر المشحونة بأكملها أي :

$$E = \int dE$$

مثال (2 - 2) :

احسب شدة الحقل الكهربائي E الناتجة عن سلك لانهاضي مشحون بكثافة خطية λ في نقطة P واقعة على محور هذا السلك وتبعد مسافة قدرها a عن السلك .

المحل:



ان قيمة شدة الحقل dE الناتجة عن عنصر مشحون قدره dq ، حيث
 $dq = \lambda \cdot dx$ ، تعطى بالعلاقة :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \cdot dx}{x^2 + a^2}$$

نلاحظ من الشكل أن dE يمكن أن تتحلل الى مركبتين ، مركبة موازية
 للسلك ومركبة ناظمية عليه ، أي أنها محمولة على المحور oy ونجد
 من الشكل أن :

$$dE_y = dE \cos \theta \quad \& \quad dE_x = dE \sin \theta$$

وبأخذ عنصر آخر مناظر لـ dx بالنسبة للمحور oy فإنه يولد حقلًا
 في النقطة P مناظرًا لـ dE ويحل بدوره الى مركبتين ، فنجد أن
 المركبة الموازية للسلك تساوي المركبة الناتجة عن العنصر السابق
 وتعاكسها وبالتالي فإن محصلتها معدومة . وينتج من ذلك أن اتجاه
 الحقل يكون ناظمي على السلك ومنطبق على المحور oy وجهته من O

الى Y اذا كانت $\lambda > 0$ ومن Y الى 0 اذا كانت $\lambda < 0$ وبالتالي فان القيمة العددية للمركبة المحمولة على المحور OY تساوي الى :

$$dE_Y = dE \cos \theta$$

وبالتالي فان قيمة الحقل المحصل تساوي الى :

$$E_Y = \int dE_Y = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dE \cos \theta = 2 \int_0^{+\infty} dE \cos \theta$$

$$E_Y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{x=0}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} \cos \theta$$

لكن من الشكل نلاحظ أن:

$$x = a \tan \theta$$

$$dx = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

بالتعويض نجد :

$$E_Y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \frac{\frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta}{a^2 \tan^2 \theta + a^2} \cos \theta$$

$$E_Y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 \cdot a} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \cos \theta \cdot d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} [\sin \theta]_0^{\pi/2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 \cdot a}$$

2.1.4 - خطوط القوة:

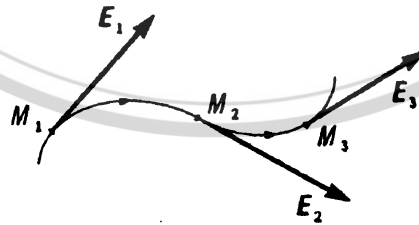
عرّف الحقل الكهربائي الساكن رياضياً كحقل متجه، لذلك يمكننا تمثيله بمتجهة محددة تماماً في كل نقطة من الفراغ. لتوضيح مفهوم متجهة الحقل الكهربائي فإننا نستخدم مفهوم خطوط القوى

• لمتجهة الحقل •

نعرف خط القوة لمتجهة الحقل بأنه الخط أو المنحني الذي يتطابق المماس له في كل نقطة من نقاطه مع اتجاه متجهة الحقل الكهربائي في تلك النقطة ، الشكل (8 - 2) ، هذا التعريف هو تعريف رياضي بحت وذلك لان خطوط القوى لاتملك أي معنى فيزيائي ، لكنها تعبر عن تمثيل هندسي مميز من اجل اظهار مخطط الحقل •

الطريقة البسيطة والسهلة لرسم هذه الخطوط تعتمد على وضع في عدة نقاط خاصة من الفراغ المحيط شحنة اختبار موجبة q_0 . شحنة الاختبار q_0 سوف تتحرك باتجاه الحقل وجهة حركتها تدل على الاتجاه الموجب لخط القوة •

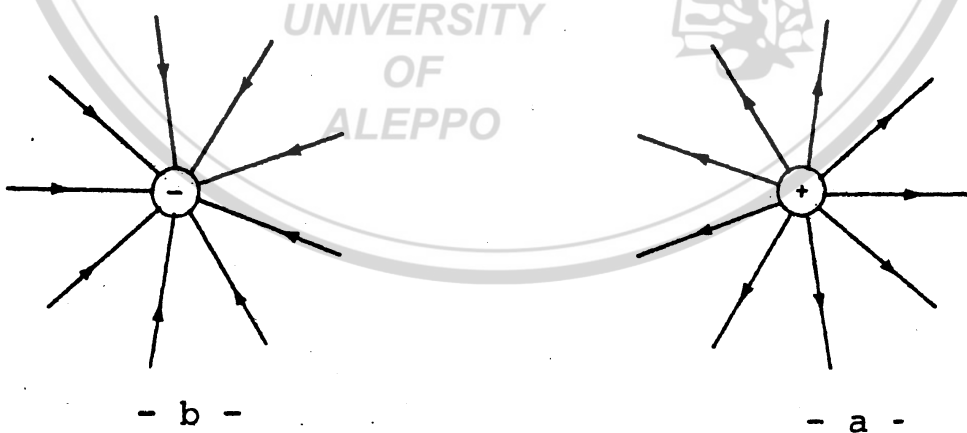
باستخدام مفهوم القوى في التعبير عن الحقل المتجه فإننا نحصل على أشكال خاصة أو مخططات للحقل تعطي صورة واضحة لشدة عند نقاط مختلفه وكيفية تغيرها في الفراغ الذي يحيط بالشحنة الكهربائي وكما ازداد تركيز خطوط القوة دل ذلك على شدة الحقل الكهربائي •



الشكل (8 - 2)

2.1.5- خواص خطوط القوة :

- خطوط القوة لا يمكن أن تتقاطع مع بعضها البعض. وذلك لأنه لو تقاطع خطين من هذه الخطوط أدى إلى اعتبار أن للحقل الكهربائي اتجاهين مختلفين في نفس النقطة وهذا مستحيل.
- خطوط القوة تكون دائماً متعامدة مع سطح الناقل المشحون ولذا أدى ذلك إلى انزلاق الشحنة الكهربائية.
- في الحالة التي تكون فيها الشحنة المسببة لنشوء الحقل الكهربائي وحيدة ومعزولة وموجبة فإن خطوط القوة تكون صادرة عن الشحنة ومتجهة نحو اللانهاية: أي أن الشحنة الموجبة هي منبع لخطوط القوة، الشكل (9.a - 2).
- أما إذا كانت الشحنة النقطية سالبة ومعزولة فإن خطوط القوة تتجمع فيها، الشكل (9.b - 2)، أي أن الشحنات السالبة هي مصارف لخطوط القوة.

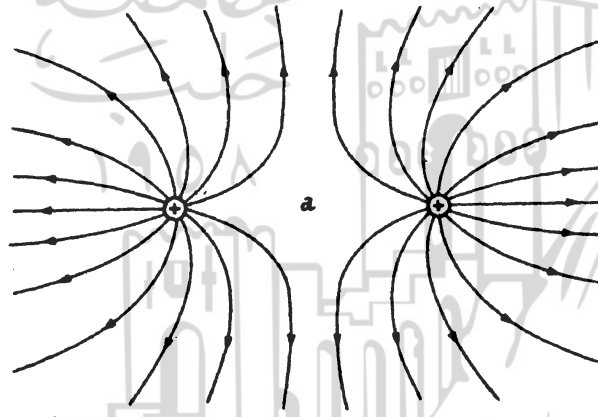


الشكل (9 - 2)

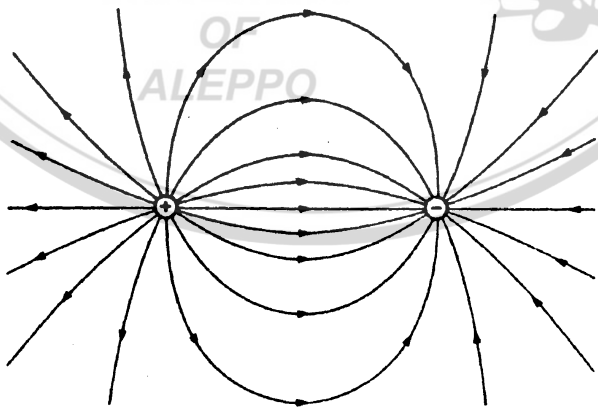
يوضح الشكل (10- 2) الرسم المعطى لمظهر خطوط القوة

في المستوي الحاوي على شحنتين نقطيتين متماثلتين في القيمة
والاشارة. أما الشكل (2-11) فهو يظهر شكل خطوط القوة في حالة
شحنتين نقطيتين متساويتين في القيمة ومتعاكستين في الاشارة.

خطوط القوة تكون دائماً موجهة باتجاه الحقل . يمكنها
إذاً فقط الانطلاق من الشحنات الموجبة والوصول الى الشحنات السالبة، أو
تذهب الى اللانهاية.



الشكل (2 - 10)



الشكل (2 - 11)

نلاحظ من الشكل (10-2) أن خطوط القوة لاتمر من النقطة a التي تقع في منتصف المسافة بين الشحنتين وهذا ناتج عن التماثل الكائن حول هذه النقطة ، أي أن الحقل الكهربائي في تلك النقطة معدوم وتسمى هذه النقطة بالنقطة الطبيعية .

2.2- تدفق الحقل الكهربائي الساكن:

2.2.1 - تعريف تدفق الحقل الكهربائي الساكن:

يعرف التدفق لمقدار متجه عبر سطح ما رياضياً وبدون أي تبرير فيزيائي ، لكن سوف نستخدمه في حالة الحقل الكهربائي الساكن .
لنأخذ عنصر السطح ΔS صغيراً لدرجة يمكن اعتبار متجهه الحقل الكهربائي في أية نقطة من نقاط هذا العنصر السطحي لها نفس الاتجاه ونفس المقدار كما في الشكل (12 - 2)



الشكل (12 - 2)

نعرف التدفق كما يلي :

$$\Delta\phi = \vec{E} \cdot \vec{n} \Delta S \quad (2-7)$$

حيث $\vec{n}$ يمثل الناظم على السطح ΔS

$$\Delta\phi = E \cdot \Delta S \cos \theta \quad (2-8)$$

- وتكون قيمة $\Delta\phi < 0$ اذا كانت الزاوية θ حادة .
- $\Delta\phi = 0$ اذا كانت الزاوية θ قائمة .
- $\Delta\phi > 0$ اذا كانت الزاوية θ منفرجة .

نعرف أيضا التدفق من خلال سطح محدود كمايلي :

$$\phi = \sum_i \Delta\phi_i \quad \text{أو} \quad \phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (2-9)$$

لكن يجب أن نحافظ على نفس اصطلاح اتجاه الناظم المأخوذ بالنسبة لكل السطح.

في حالة السطح المغلق ،نعتبر الناظم موجبا اذا كان يتجه الى خارج السطح :

لحساب التدفق الصافي الخارج من السطح ،يجب الانتباه لطرح التدفق الداخل الى السطح من التدفق الخارج منه ،كما هو واضح من تعريف التدفق ($\cos \theta < 0$) والمثال التالي يوضح ذلك .

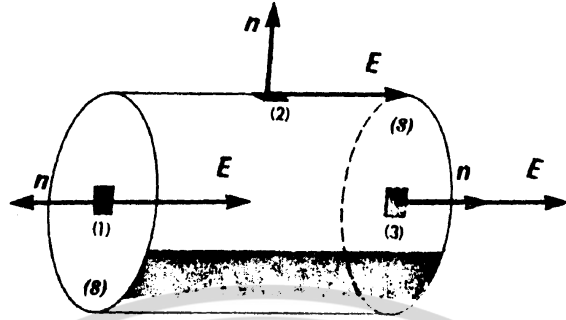
مثال (3 - 2) :

يبين الشكل (13 - 2) اسطوانة مغلقة موضوعة في حقل

كهربائي منتظم شدته $\vec{E}$ اتجاه هذا الحقل يوازي محور الاسطوانة والمطلوب حساب التدفق من خلال سطح هذه الاسطوانة .

لنفرض أولاً الناظم الموجب المتجه من السطح المغلق والى

الخارج الممثل على الشكل .



الشكل (13 - 2)

التدفق الصافي هو عبارة عن مجموع ثلاثة حدود :

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

$\phi_2 = 0$ لأن $\theta = \frac{\pi}{2}$ على كل السطح الجانبي للأسطوانة .

$\phi_3 = E.S$ وذلك لأن اتجاه $\vec{E}$ يتطابق اتجاه $\vec{n}$ أي أن $\cos \theta = 1$

$\phi_1 = -E.S$ وذلك لأن اتجاه $\vec{E}$ يعاكس تماماً اتجاه $\vec{n}$ أي أن :

$$\cos \theta = -1$$

وبالتالي فإن التدفق الصافي من خلال هذه الاسطوانة يساوي الى :

$$\phi_T = -E.S + 0 + E.S = 0$$

2.2.2 - مفهوم الزاوية المجسمة :

ان مفهوم الزاوية المجسمة هو مفهوم هندسي قليل الاستعمال،

لكنه يستعمل بشكل أساسي في مسائل التدفق ، لذلك سوف نعرف الزاوية

المجسمة قبل معالجة مسائل التدفق .

يسمى قسم الفضاء المحدود بسطح مفروطي زاوية مجسمة Ω

وتسمى النقطة 0 في الشكل (14 - 2) برأس الزاوية المجسمة .وعندما يقع رأس الزاوية المجسمة في مركز كرة تسمى عندئذ هذه الزاوية ، زاوية مركزية . اذا رسمت حول النقطة 0 الشكل (15 - 2) سطوح كروية بأنصاف أقطار مختلفة r ، فإنه كما هو معروف من علم الهندسة تكون نسبة المساحة المقطوعة بزاوية معينة من سطح الكرة S الى r^2 واحدة لجميع السطوح ويمكن أن تكون هذه النسبة مقياساً للزاوية المجسمة Ω ، أي أن :

$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (2-10)$$

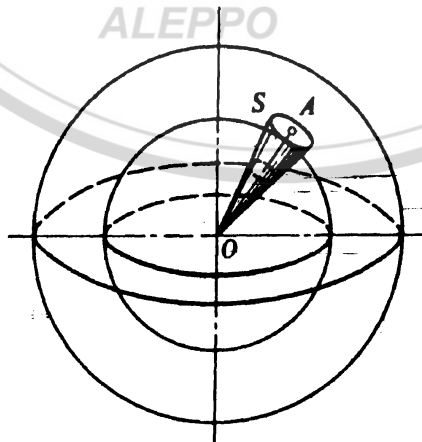
أما واحدة الزاوية

المجسمة Ω فتساوي الى :

$$\Omega = \frac{1\text{m}^2}{1\text{m}^2} 1\text{Sr}$$

الشكل (14 - 2)

الستراديان (Sr) —الزاوية المجسمة المركزية التي تقطع من سطح الكرة مساحة مساوية لمربع نصف قطر هذه الكرة . وفي حالة الكرة تكون الزاوية المجسمة التي من خلالها نرى السطح الداخلي للكرة مساوية الى :



الشكل (15 - 2)

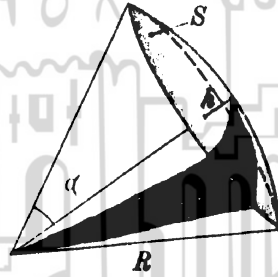
$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi (S.r)$$

من أجل مخروط نصف زاوية رأسه المستوية α ، الشكل (16 - 2) لدينا :

$$S = 2\pi R.h = 2\pi R R(1 - \cos \alpha)$$

ومنه فان الزاوية المجسمة التي من خلالها نرى القبة الكروية الممثلة على الشكل تساوي :

$$\Omega = \frac{S}{R^2} = 2\pi(1 - \cos \alpha) \quad (2-11)$$



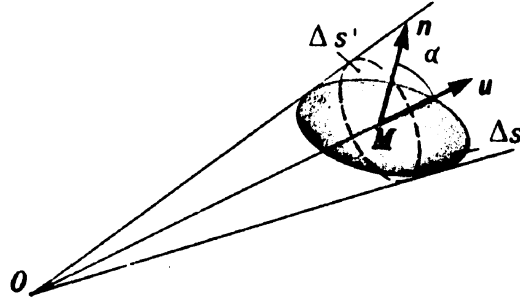
الشكل (16 - 2)

في حالة زاوية مجسمة عنصرية موافقة لعنصر السطح ΔS كما هو واضح من الشكل (17 - 2) :

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S'}{r^2}$$

حيث $\Delta S'$ هو مسقط عنصر السطح ΔS على المستوي العمودي في النقطة M على OM . لدينا اذاً :

$$\Delta S' = \vec{u} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S = \Delta S \cos \alpha$$



الشكل (17 - 2)

حيث أخذنا عنصر السطح صغيراً جداً مع ضرورة الفرض بأنه مستوي وهذا يؤكد بشكل جيد العلاقة:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S \cos \alpha}{r^2} \quad (2-12)$$

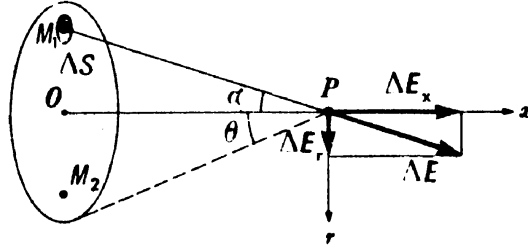
مثال (4 - 2):

احسب شدة الحقل الكهربائي الساكن في نقطة تقع على محور قرص مستوي ، نصف قطره R ، ومشحون بشحنة متجانسة وموزعة بانتظام كثافتها السطحية σ .

الحل:

لنعتبر الحقل الناشئ في النقطة P من عنصر السطح ΔS المأخوذ حول النقطة M_1 : هذا الحقل $\Delta\vec{E}$ يمكن تحليله الى مركبة محورية ΔE_x والى مركبة قطريه ΔE_r كما واضح في الشكل (18 - 2):

وبأتباع نفس الطريقة بالنسبة للنقطة M_2 المناظرة للنقطة M_1 بالنسبة لـ 0 فإننا نلاحظ بأن المركبات القطرية تنعدم من أجل كل عناصر السطح المتناظرة مثنى مثنى ، لذلك سوف نأخذ بعين الاعتبار



الشكل (18 - 2)

فقط مجموع المركبات المحورية المحمولة على المحور x :

$$\Delta E_X = \Delta \vec{E} \cos \alpha$$

$$\Delta E_X = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \cdot \Delta S}{r^2} \cos \alpha$$

ولكن المقدار $\frac{\Delta S \cos \alpha}{r^2}$ ما هو إلا عنصر الزاوية المجسمة $\Delta \Omega$ التي نرى من خلالها ، من النقطة P ، عنصر السطح ΔS ومنه نجد :

$$\Delta E_X = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \Delta \Omega$$

هذه الملاحظة تسمح بأخذ مجموع مبسط بسبب التناظر :

$$E_X = \sum \Delta E_X = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \sum \Delta \Omega = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \Omega$$

حيث Ω هي الزاوية المجسمة التي من خلالها نرى ، من النقطة P ، كامل القرص . بالعودة الى العلاقة (11 - 2) نجد :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta)$$

حيث θ هي نصف زاوية المخروط المستوية الذي يحيط بالقرص .

2.2.3 - حساب تدفق الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية من

خلال سطح متناهي في الصغر ΔS :

الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q في النقطة M انظر

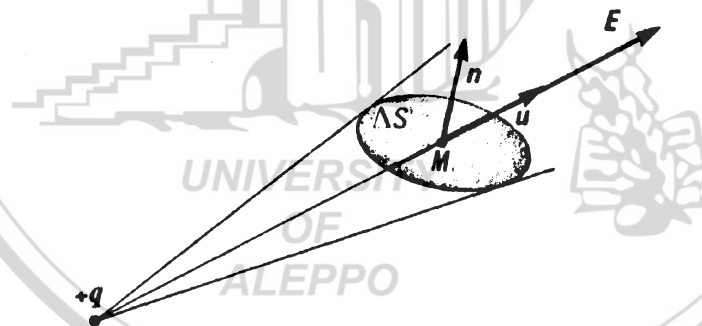
الشكل (19 - 2) :

$$\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$$

وتدفعه من خلال السطح ΔS هو:

$$\Delta\phi = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S}{r^2}$$

$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \Delta\Omega \quad (2-13)$$



الشكل (19 - 2)

لاحظ على أنه إذا كان الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة سالبة فإن اتجاهه سوف يكون عكس الاتجاه المرسوم في الشكل وبالتالي فإن قيمة التدفق سوف تكون سالبة (زاوية منفرجة).

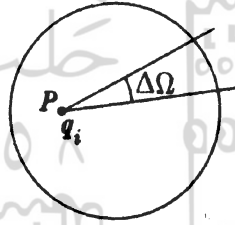
يمكننا الآن توسيع مفهوم السطح العنصري ليشمل سطح مغلق .

$$\phi = \sum \Delta\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum \Delta\Omega \quad (2-14)$$

يمكننا هنا مناقشة ثلاث حالات :

(١) - الشحنة موجودة داخل السطح:

q_i موجودة في P كما في الشكل (20 - 2) :



الشكل (20 - 2)

من النقطة P يمكننا رؤية سطح الكرة بزاوية مجسمة قدرها :

$$\sum \Delta\Omega = \Omega = 4\pi$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q_i}{\epsilon_0} \quad (2-15)$$

(٢) - الشحنة موجودة على السطح :

الشحنة q_s تقع في النقطة S كما في الشكل (21 - 2) :

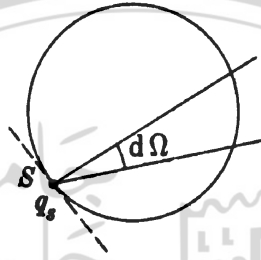
من النقطة S ، يمكننا رؤية السطح بزاوية مجسمة قدرها :

$$\sum \Delta\Omega = \Omega = 2\pi$$

ومنـه :

$$\phi = \frac{q_s}{2\epsilon_0} \quad (2-16)$$

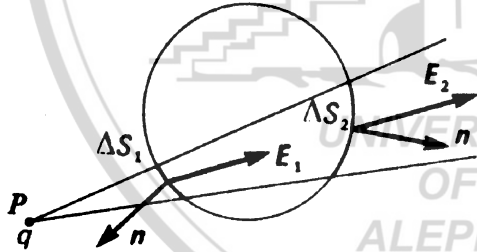
(٢) - الشحنة q موجودة خارج السطح في النقطة P : كما هو واضح في الشكل (2-22) .



الشكل (2-21)

ان قيمة تدفق الحقل الكهربائي من خلال السطح S والناتج عن شحنة q واقعة خارجه

تساوي الصفر وذلك لأن الزاوية المجسمة $d\Omega$ تقطع السطح S في موضعين ΔS_1 و ΔS_2 واتجاه النافذين لهذين السطحين متعاكسين،



لذلك فاذا كان التدفق

الشكل (2-22)

موجب من السطح الاول ، فهو سالب من السطح الثاني ويساويه بالقيم لأن التدفق يتعلق بالشحنة q ، وبالزاوية $d\Omega$ فقط ، وتكون محصلة التدفق من خلال سطح مغلق من شحنة تقع خارجه معدوم أي أن :

$$\phi = 0$$

2.2.4 - نظرية غاوس :

تنص نظرية غاوس على أن التدفق الكلي للحقل الكهربائي من خلال أي سطح مغلق يعطى بالعلاقة :

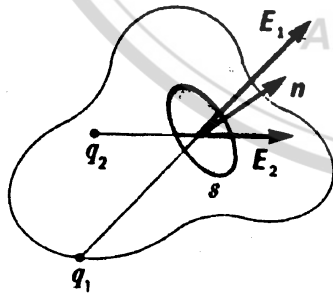
$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0} [\sum_i q_i + \frac{1}{2} \sum_s q_s] \quad (2-17)$$

حيث q_i هي الشحنات الكهربائية الموجودة داخل السطح المغلق و q_s الشحنات السطحية ، وفي حالة توزيع مستمر للشحنات فإن العلاقة السابقة تكتب بالشكل التالي :

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int \frac{dq_i}{r} + \frac{1}{2\epsilon_0} \int \frac{dq_s}{r_s} \quad (2-18)$$

ملاحظة (2 - 2) :

يجب ملاحظة بأن التدفق الناتج عن عدة شحنات من خلال نفس السطح S (انظر الشكل (2-23)) يساوي الى مجموع التدفقات الناتجة عن كل شحنة على حدة من خلال نفس السطح :



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S = \vec{E}_1 \cdot \vec{n} \cdot \Delta S + \vec{E}_2 \cdot \vec{n} \cdot \Delta S$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

الشكل (2 - 23)

2.3 - بعض تطبيقات نظرية غوص .

2.3.1 - فائدة استخدام نظرية غوص :

تكمّن فائدة نظرية غوص في حساب التدفق من خلال سطوح مغلقة يمكن اختبارها بشكل حر حيث أننا لاندخل في الحساب إلا الشحنات الكلية المتوضعة داخل هذه السطوح.

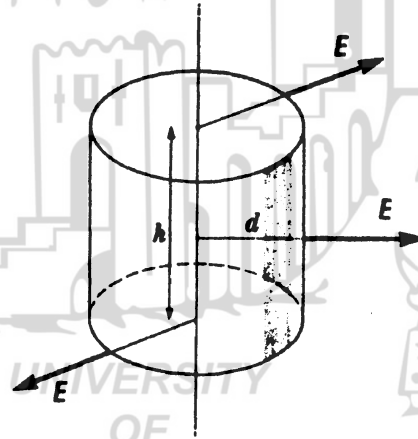
ان نظرية غوص تقدم لنا طريقة سهلة جداً لحساب الحقول الكهربائية وذلك دون اللجوء الى طريقة الجمع الشعاعية التي تتطلب معرفة توزيع الشحنات الكهربائية والتي تقودنا غالباً الى تكاملات معقدة .

يجب ملاحظة بان نظرية غوص تسمح فقط بحساب الحقل الكهربائي الناتج عن شحنات كهربائية واقعة داخل السطح المغلق المختار وذلك لأن التدفق الناتج عن شحنات واقعة خارج السطح من خلال السطح المغلق المختار يساوي الصفر .

يجب بالاضافة الى ذلك أن يكون ترتيب مجموعة الشحنات وبشكل أساسي تناظرها بسيطاً بحيث يسمح بحساب التدفق الخارج من خلال السطح ببساطة وهذا الشرط الاخير يجعل من الضروري أن نحدد وبشكل مسبق مظهر الحقل : في الحقيقة ان العناصر المختلفة للسطح المغلق يجب أن تختار بحيث يكون للحقل الكهربائي في كل نقطة من نقاط السطح قيمة ثابتة أو يكون تدفق هذا الحقل مساوياً للصفر .

2.3.2 - حساب الحقل الكهربائي الناتج عن سلك لانهائي مشحون:

سوف نحسب الحقل الكهربائي الناتج عن سلك لانهائي الطول مشحون بكثافة خطية λ في نقطة واقعة على محور السلك وتبعد عنه مسافة قدرها d وذلك بتطبيق نظرية غوس . من أجل ذلك نتصور أن هناك سطحاً اسطوانياً مغلقاً يحيط بالسلك المشحون ومحوره هو السلك نفسه وبسبب التناظر يكون اتجاه الحقل الكهربائي ناظمي على سطح الاسطوانة وله نفس القيمة في النقاط التي لها نفس البعد عن السلك كما هو واضح في الشكل (24 - 2) .



الشكل (24 - 2)

ويكون التدفق الكلي للحقل الكهربائي من خلال سطح الاسطوانة مساوياً الى :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

حيث ϕ_1 و ϕ_2 التدفق من خلال قاعدتي الاسطوانة ،

ϕ_3 التدفق من خلال جوانب الاسطوانة .

لدينا :

$$\begin{aligned}\phi_1 = \phi_2 &= \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \\ &= \iint_S E \cdot dS \cos \theta = 0\end{aligned}$$

وذلك لأن الزاوية الكائنة بين اتجاه الحقل الكهربائي والناظم تساوي $\theta = \frac{\pi}{2}$:

$$\phi_3 = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$\phi_3 = \iint_S E \cdot dS = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0}$$

ومنـه :

$$E \iint_S dS = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0}$$

وبالتالي فإن :

$$E \cdot 2\pi d \cdot h = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} \quad (2-19)$$

وهذه العلاقة تعبر عن شدة الحقل الكهربائي الناتجة عن سلك لانهائي الطول مشحون بكثافة خطية λ في نقطة تبعد مسافة قدرها d عن السلك . وهذه النتيجة هي نفس النتيجة السابقة التي حصلنا عليها بطريقة الحساب العادية في المثال (2 - 2) .

ملاحظة (3 - 2) :

يمكن الحصول على العلاقة التي تعبر عن شدة الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية باستخدام نظرية غوس والمثال التالي يوضح ذلك .

مثال (5 - 2):

احسب الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q موجبة في نقطة تبعد مسافة r عن تلك الشحنة .

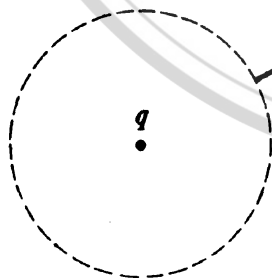
الحل:

نأخذ سطحاً كروياً غوصياً نصف قطره r يحيط بتلك الشحنة وبعيـث تكون الشحنة متوضعه في مركز الكرة وذلك حتى نضمن شدة ثابتة للحقل الكهربائي في كل نقطة من نقاط السطح الكروي كما هو واضح في الشكل (25 - 2) .

حسب نظرية غوص :

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \oint_S E \cdot dS \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

ولكن الزاوية بين $\vec{E}$ و $\vec{n}$ تساوي الى 0 وبالتالي فان $\cos \theta = 1$ ومنه :


$$E \oint_S dS = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$
$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

وهذه النتيجة توافق تعريف الحقل

الكهربائي في تلك النقطة .

الشكل (25 - 2)

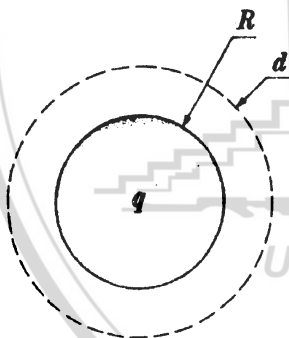
ملاحظة (4 - 2):

من الواضح بأننا نحصل على نفس النتيجة السابقة من أجل كل توزع متناظر للشحنات حول مركز الكرة ، التي قد تكون كرات ممتة أو مجوفة مشحونة بشكل متجانس ، ناقلة كانت أو عازلة .

مثال (6 - 2) :

احسب الحقل الكهربائي الناتج عن كرة عازلة نصف قطرها R مشحونة بشكل متجانس بشحنة قدرها q في نقطة تبعد مسافة قدرها d عن مركز الكرة المشحونة وذلك في الحالتين التاليتين :

$$1 - d > R \quad \text{ب} - d < R$$



1 - نأخذ سطحاً غوصياً على شكل كرة

نصف قطرها d متمركزة مع الكرة

المشحونة كما هو واضح في الشكل

(26 - 2) . فيكون حسب نظرية

غوص :

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \oint_S E \cdot dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

الشكل (26 - 2)

$$E \cdot 4\pi d^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d^2}$$

أي أن قيمة الحقل الكهربائي في نقطة تقع خارج الكرة المشحونة تساوي

الى نفس قيمة الحقل الكهربائي الناتج عن نفس الشحنة فيما لو

توضعت هذه الشحنة في مركز الكرة .

ب - لنأخذ الآن السطح الغوصي داخل الكرة العازلة على شكل كرة

نصف قطرها d ولها نفس مركز الكرة العازلة ، الشكل (27 - 2) .

نحن نعلم من النتائج المدروسة سابقاً بأن الشحنات الواقعة

خارج السطح الغوسي لا تخلق أي حقل كهربائي داخل سطح غوص .

في هذه الحالة اذا فرضنا

بأن الشحنة الكلية الموجودة ضمن

السطح الغوسي هي q' فإنه وفوق

نظرية غوص يمكن أن نكتب :

$$\phi = \oint_S E \cdot dS = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi d^2 = \frac{q'}{\epsilon_0} \implies$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{d^2} \quad (2-20)$$

ولكن بما أن :

$$q' = \frac{4}{3} \pi d^3 \cdot \rho$$

$$q = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho$$

فإن :

$$\frac{q'}{q} = \frac{d^3}{R^3} \implies q' = \frac{d^3}{R^3} \cdot q$$

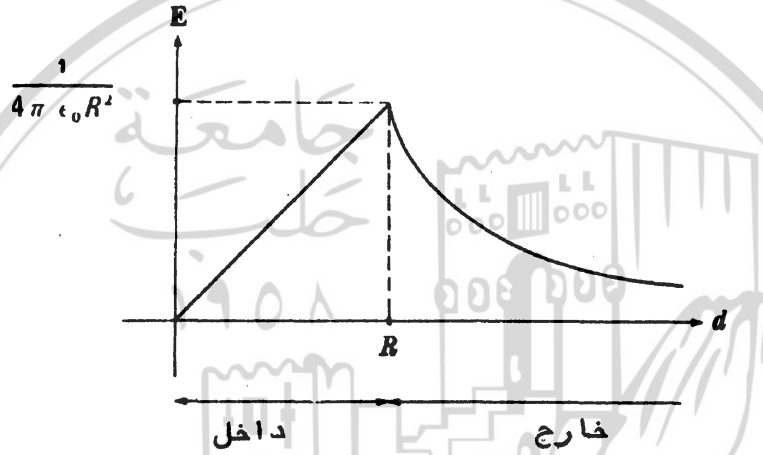
بالتعويض عن قيمة q' في العلاقة (20 - 2) نجد :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot d^3}{R^3} \quad (2-21)$$

الشكل (28 - 2) يمثل المنحني الممثل لتغيرات الحقل

كتابع للمسافة ويمكننا ملاحظة من أنه عندما $R = d$ يكون للحقل قيمة وحيدة مساوية الى :

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$



الشكل (28 - 2)

مثال (7 - 2) :

احسب شدة الحقل الكهربائي الناتج عن مستوى لانهائي ، ناقل مشحون بكثافة سطحية منتظمة σ موجبة .

الحل :

بسبب التناظر فان خطوط الحقل في هذه الحالة تكون عبارة عن مستقيمات متوازية وتتعلق جهتها بنوع شحنة المستوى فهي تكون متجهة نحو سطح المستوى اذا كان المستوى مشحون بشحنة سالبة ، وصادرة عنه اذا كان المستوى مشحون بشحنة موجبة .

من أجل حساب شدة الحقل الكهربائي، نتخيل سطحاً عمودياً على شكل

اسطوانة بحيث ينصفها المستوي ويكون المستوي متعامداً مع محورها
كما في الشكل (29 - 2) .

اتجاه الحقل الكهربائي يكون عمودياً على القاعدتين
وموازياً للسطح الجانبي للأسطوانة وقيمة الحقل الكهربائي ثابتة عند
كل النقاط على القاعدتين وبالتالي فإن :

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\phi = \oint_S E \cdot dS \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

يقسم تدفق الحقل الكهربائي من خلال الاسطوانة الى :

١ - التدفق من خلال قاعدة الاسطوانة الاولى :

في هذه الحالة لدينا :

$$\cos \theta = 1 \quad \Longleftarrow \quad \theta = 0$$

$$\phi_1 = E \cdot S$$

حيث S مساحة سطح قاعدة

الاسطوانة .

الشكل (29 - 2)

٢ - التدفق من خلال قاعدة الاسطوانة الثانية ، أيضاً لدينا :

$$\cos \theta = 1 \quad \Longleftarrow \quad \theta = 0$$

$$\phi_2 = E \cdot S$$

٣ - التدفق من خلال جوانب الاسطوانة في هذه الحالة :

$$\cos \theta = 0 \quad \Longleftarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

وبالتالي فإن:

$$\phi_3 = 0$$

والتدفق الكلي من خلال الاسطوانة يساوي الى :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 2E.S$$

وحسب نظرية غوص :

$$2E.S = \frac{q}{\epsilon_0}$$
$$\Rightarrow E = \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

تمارين غير مطولة

- ١ - بفرض أن شحنة موجبة وزعت بانتظام على كرة عازلة نصف قطرها R بحيث أصبحت الكثافة الحجمية للشحنة ρ .

أ- باستخدام نظرية غوص أثبت أن شدة الحقل الكهربائي داخل الكرة عند نقطة تبعد عن مركز الكرة مسافة قدرها r_1 تعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r_1$$

ب - شدة الحقل الكهربائي عند نقطة خارج الكرة وتبعد مسافة قدرها r_2 من المركز $r_2 > R$.

ج - قارن (أ) و (ب) بجعل $r_1 = r_2 = R$ ماذا تستنتج ؟

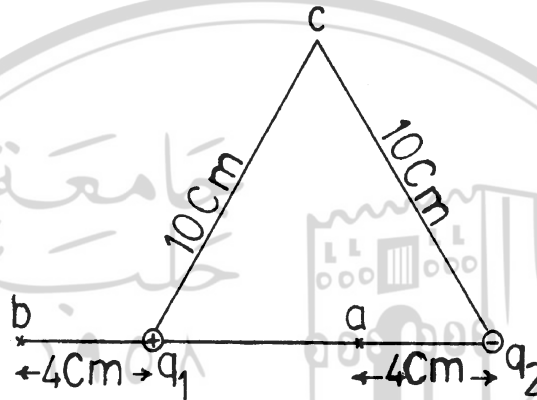
- ٢ - مربع ABCD طوله ضلعه $2a$ وضعت في رؤوسه الشحنات التالية : Q ، $2Q$ ، $-q$ و q على الترتيب أثبت أن قيمة الحقل الكهربائي في منتصف الضلع CD تعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(-\frac{2q}{5\sqrt{5}} - Q \right)$$

وأوجد جهته . ماهي العلاقة بين q و Q إذا كانت قيمة الحقل في النقطة السابقة مساوية للصفر .

- ٣ - وضعت على رؤوس مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 15cm ثلاث شحنات $q_1 = q_2 = 5 \times 10^{-8} \text{ coul}$ و $q_3 = -5 \times 10^{-8} \text{ coul}$ والمطلوب احسب شدة الحقل الكهربائي في مركز المثلث .

- ٤ - شحنتين نقطيتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة قيمة كل منهما $12 \times 10^{-9} \text{ coul}$ تفصلهما مسافة $d = 10 \text{ cm}$ احسب شدة الحقل الكهربائي في النقاط a ، b ، c الموضحة بالشكل ثم عين اتجاه الحقل الكهربائي على الشكل:



- ٥ - ثنائي قطب مؤلف من شحنتين متساويتين في القيمة ومختلفتين في الإشارة قيمة كل منهما q كولون يبعدان عن بعضهما مسافة قدرها $2d$ بين أن شدة الحقل الكهربائي في نقطة (P) تبعد مسافة l عن النقطة المتوسطة وعلى نفس الخط الواصل بين الشحنتين تساوي الى :

$$E = \frac{q \cdot l \cdot d}{\pi \epsilon_0 (l^2 - d^2)^2}$$

- ٦ - صفيحة مستوية مشحونة بكثافة سطحية σ علقت الى الجوار القريب كرة نعلقها بخيط وبعد تلامس الكرة مع الصفيحة ابتعدت عنها بزاوية مقدارها ϕ . احسب شحنة الكرة Q .

تطبيق :

$$m = 10 \text{ gr} \text{ و } \sigma = 0,02 \frac{\text{coul}}{\text{m}^2} \text{ و } \phi = 45^\circ$$

٧ - سلك معدني طوله $\ell = 30 \text{ cm}$ مشحون بانتظام بكثافة خطية

$\lambda = 10^{-6} \frac{\text{coul}}{\text{m}}$ احسب شدة الحقل الكهربائي في نقطة واقعة

على محور هذا السلك وتبعد عنه مسافة قدرها $r_0 = 20 \text{ cm}$.

٨ - اذا وضعنا في النقطة التي تبعد مسافة قدرها $r_0 = 20 \text{ cm}$

عن السلك المشحون في المسألة السابقة مركز سطح دائري نصف

قطره $r = 1 \text{ cm}$. فاذا كان هذا السطح يصنع مع خطوط القوة

النافذه عبره زاوية قدرها $\beta = 30^\circ$ فعين تدفق شدة الحقل عبر

السطح الدائري.

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

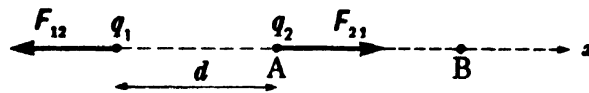
الفصل الثالث

الكمون الكهربائي الساكن

3.1- مفهوم الكمون والطاقة الكامنة الكهربائية :

3.1.1- عمل القوى الكهربائية :

بفرض ان لدينا فقط شحنتين نقطيتين q_1 ، q_2 في الفراغ،
لهما نفس الاشارة ومثبتتين في نقطتين المسافة بينهما d ، فإنـه
يمكننا القول بأن مجموعة هاتين الشحنتين تملك طاقة كامنة لانه
اذا حررت هاتين الشحنتين من مكانهما فسوف تبتعدان عن بعضهما
البعض وفقاً لقانون التدافع ل كولون . هذا يجعل طاقة المجموعة
تنخفض وتسعى الى الصفر في نفس الوقت التي تسعى فيه قوة كولون
الى الصفر وذلك لأن المسافة d تسعى الى اللانهاية .



الشكل (1 - 3)

عند تغير مظهر المجموعة فإننا نقول بالتعريف بأن الانخفاض في الطاقة يساوي الى عمل القوى الكهربائية الداخلية . فإذا اعتبرنا بأن الشحنة q_1 ثابتة وان q_2 تحركت من النقطة A الى النقطة B (الشكل (3-1))، عندئذ يمكن كتابة هذا التعريف بالشكل التالي :

$$dW = -dU = \vec{F}_{21} \cdot d\vec{x} \quad (3-1)$$

ملاحظة (1 - 3) :

نعني بالانخفاض بالطاقة على أنها القيمة البدائية - القيمة النهائية بينما المقدار التفاضلي dU فيمثل التغير بالزيادة هذا يعني القيمة النهائية - القيمة البدائية لذلك كتبنا في العلاقة

(1 - 3) :

$$dW = -dU$$

ليكن :

$$W_A^B = U_A - U_B = \int_A^B \vec{F}_{21} \cdot d\vec{x} \quad (3-2)$$

حيث U_A و U_B تمثل الطاقة الكامنة لمجموعة الشحنات عندما توجد الشحنة q_2 في النقطة A ومن ثم في النقطة B على الترتيب .

نكن بملاحظة أن :

$$\vec{F}_{21} = q_2 \vec{E}_1$$

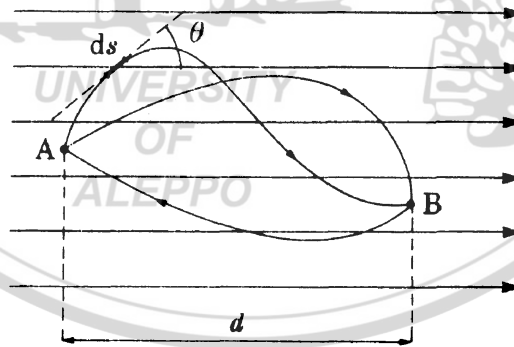
يمكننا القول أيضاً بأن المقدار W_A^B يمثل تغير الطاقة الكامنة للشحنة q_2 وذلك عندما تتحرك هذه الشحنة في حقل كهربائي ناتج

من الشحنة q_1 . وبناءً على ذلك يمكن كتابة العلاقة (2 - 3) بالشكل التالي :

$$W_A^B = U_A - U_B = q_2 \int_A^B \vec{E}_1 \cdot d\vec{x} \quad (3-3)$$

يمكن الآن بسهولة ملاحظة على أنه لارجاع الشحنة q_2 من النقطة B الى النقطة A يجب علينا أن نبذل عمل ضد عمل القوة الكهربائية مساوي الى العمل الذي بذل لنقل الشحنة q_2 من النقطة A الى النقطة B . فإذا استطعنا برهان صحة هذه الفرضية مهما يكن الطريق المسلك ، فهذا يعني بأنه يوجد قيمة وحيدة لطاقة المجموعة في كل نقطة من الفراغ ، ويمكن تعريفها كتابع للطاقة الكامنة .

لنفرض بأن الشحنة q تتحرك في حقل كهربائي متجانس شدته $\vec{E}$ كما في الشكل (2 - 3) :



الشكل (2 - 3)

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{S} = q \int_A^B E \cdot dS \cos \theta$$

حيث $d\vec{S}$ هو الانتقال العنصري مأخوذ على الطريقة المختار للذهاب

من A الى B و θ الزاوية التي يصنعها الانتقال العنصري مع اتجاه الحقل .

ولكن ، مهما يكن الطريق المسلوک ، فان مجموع مساقط جميع الانتقالات العنصرية على اتجاه الحقل يساوي الى المسافة الفاصلة بين A و B وفق هذا الاتجاه أي أن :

$$\int_A^B dS \cos \theta = d$$

من جهة أخرى ، $d\vec{S}$ تأخذ قيم متقابلة في الاتجاه من A الى B وفي الاتجاه من B الى A ، لذلك يمكننا أن نكتب :

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (3-4)$$

يمكننا القول بأن جولان الحقل الكهربائي بين نقطتين A و B لا يتعلق بالطريق المسلوک . وان جولان الحقل الكهربائي على طريق مغلق يساوي الصفر :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

3.1.2 - فرق الكمون الكهربائي :

تعبر العلاقة (2 - 3) عن تغير الطاقة الكامنة التي تملكها شحنة q متوضعة في حقل كهربائي متجانس $\vec{E}$ نتيجة لتحركها بين النقطتين A و B وهذه العلاقة يمكن كتابتها بالشكل :

$$\frac{W_A^B}{q} = \frac{U_A}{q} - \frac{U_B}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

بوضعنا $W_A^B = qV_A^B$ ، نعرف تابع طاقة كامنة من أجل وحدة الشحنة —

هذا التابع سوف نسميه بتابع الكمون بحيث أن :

$$V_A^B = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (3-5)$$

فرق الكمون V_A^B بين النقطتين A و B موجودتين في حقل كهربائي ساكن يساوي الى تجول متجهة الحقل الكهربائي وذلك عند انتقال واحدة الشحنات الكهربائية بين هاتين النقطتين .

يقدر الكمون الكهربائي في الجملة الدولية بالفولط ، ويعرف الفولط بأنه فرق الكمون بين نقطتين اذا انتقلت بينهما شحنة مقدارها كولون واحد كان العمل المبذول مساوياً الى جول واحد، أي أن:

$$\frac{1 \text{ Joul}}{1 \text{ coul}} = 1 \text{ Volt}$$

ملاحظة (2 - 3) :

في الفيزياء الجسمية ، حيث تكون الشحنات الكهربائية صغيرة جداً ، نستعمل غالباً كوحدة للشحنة شحنة الإلكترون (نحن نعلم بأن الكولون هي كمية كهرباء كبيرة بالنسبة للكمية التي يحملها الإلكترون) ، فإذا عبرنا عن فرق الكمون الكهربائي بالفولط فإننا سوف نقيس الطاقة بوحدة الإلكترون فولط (eV) :

$$V_A - V_B = 1 \text{ Volt} \quad \text{و} \quad q = e \quad \text{إذا كان :}$$

فإن :

$$W_A^B = 1e \times 1V = 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ coul} \times 1 \text{ Volt}$$

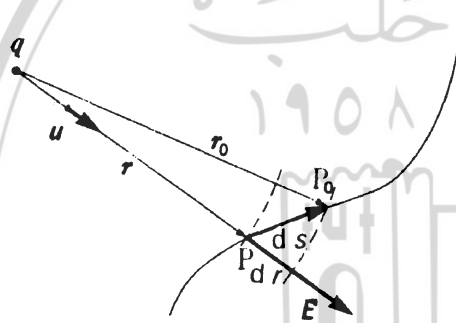
$$= 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joul}$$

$$1.6 \times 10^{-6} \text{ Joul} = \text{إذاً الإلكترون فولط}$$

3.1.3 - الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q :

سوف نحسب الكمون الكهربائي في النقطة P الناتج عن توزيع

شحنة نقطية q على بعد قدرة r من تلك النقطة الشكل (3 - 3) :



الشكل (3 - 3)

تعطى شدة الحقل

الكهربائي في النقطة P

بالعلاقة :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$$

ان فرق الكمون

الكهربائي بين النقطة P

ونقطة مرجعية P₀ هو :

$$V_P - V_{P_0} = \int_P^{P_0} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_P^{P_0} E \cdot dS \cos \theta = \int_P^{P_0} E \cdot dr$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_P^{P_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{r_0}$$

$$V_P - V_{P_O} = \frac{q}{4\pi\epsilon_O} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_O} \right)$$

فإذا فرضنا أن النقطة P_O واقعة في اللانهاية ، هذا يعني أن $r_O \rightarrow \infty$ عندئذ يمكن كتابة :

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_O} \frac{q}{r} + V_{\infty} \quad (3-6)$$

لكن نحن نعلم بأنه اذا وضعنا شحنة نقطية q_O في النقطة P_O ، فإن هذه الشحنة ستملك طاقة :

$$U(q_O) = q_O V_{P_O}$$

فإذا كانت P_O واقعة في اللانهاية واذا لم يتواجد أي شحنة بالقرب من الشحنة q فهذا يعني بأن مجموعة الشحنات (q و q_O) لا تملك أي طاقة لأن القوة الكهربائية بينهما معدومة ، ومنه :

$$V_{\infty} = \frac{U_{\infty}}{q_O} = 0$$

أي أن كمون النقطة الموجودة في اللانهاية تساوي الصفر وبالتالي فإن قيمة الكمون الكهربائي في النقطة P يعطى بالعلاقة :

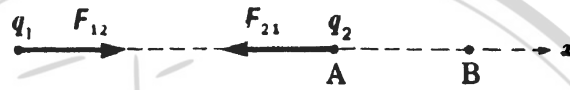
$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_O} \frac{q}{r} \quad (3-7)$$

مثال (1 - 3) :

لنأخذ المثال الموجود في الشكل (1 - 3) ، اذا كانت B تسعى نحو اللانهاية فهذا يعني بأن $W_A^{\infty} = V_A$ لأن $V_{\infty} = 0$: القوة $\vec{F}_{21}$ موجهة من A الى B ، عملها له قيمة موجبة : طاقة المجموعة تكون

إذا موجبة .

لنأخذ الآن شحنتين q_1 و q_2 من اشارتين مختلفتين، وهاتين الشحنتين حرتين أي غير مثبتتين ، فحسب قانون كولون سوف ينشأ بين هاتين الشحنتين قوة تجاذب كما هو واضح من الشكل (4 - 3) :



الشكل (4 - 3)

لنفرض بأننا نريد ابعاد الشحنة q_2 كما هو في الحالة الاولى : القوة $\vec{F}_{21}$ موجهة في اتجاه معاكس وعملها بالتالي له قيمة سالبة ، فاذا سعت النقطة B نحو اللانهاية ، لدينا دائماً $W_A = V_A$ ، نستنتج من ذلك بأن طاقة المجموعة هي سالبة .

3.1.4 - الكمون الناتج عن مجموعة من الشحنات:

يمكننا تعميم النتيجة السابقة في حالة وجود مجموعة من الشحنات من الواضح بأن المجموع الشعاعي للحقول الكهربائية يرافقه مجموع سلمي للكمونات الكهربائية كما هو واضح في الشكل (5 - 3) :

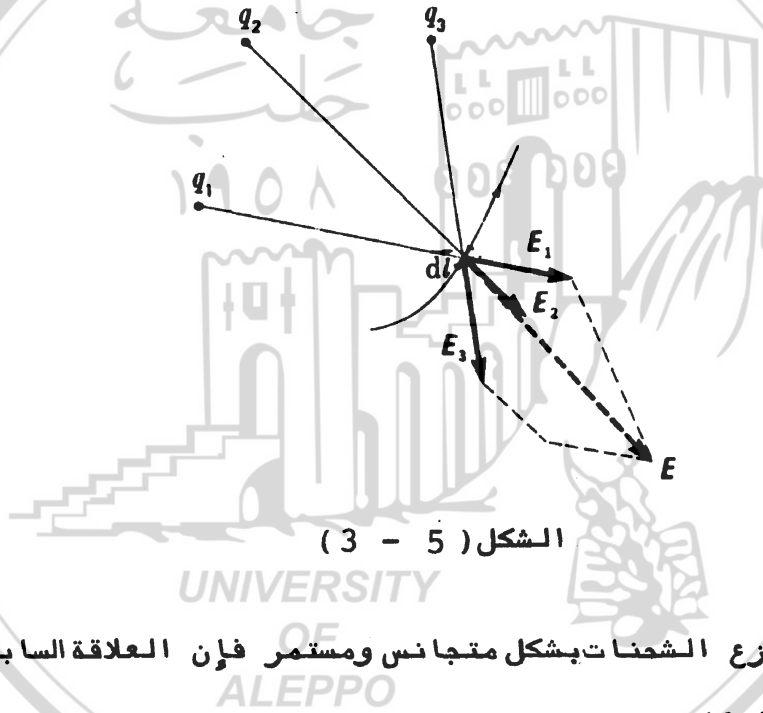
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \dots + \vec{E}_n \cdot d\vec{l}$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \dots + \int \vec{E}_n \cdot d\vec{l}$$

$$V = \sum_i V_i$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (3-8)$$



في حالة توزع الشحنات بشكل متجانس ومستمر فإن العلاقة السابقة يمكن أن تكتب بالشكل :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (3-9)$$

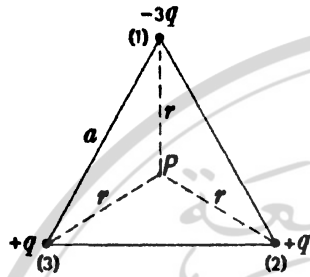
مثال (2 - 3) :

وضعت في رؤوس مثلث متساوي الاضلاع ABC ثلاث شحنات نقطية هي على الترتيب +q و +q و -3q والمطلوب احسب قيمة الكمون

الكهربائي في مركز المثلث مع العلم أن $a=15 \text{ cm}$ و $q=5 \times 10^{-8} \text{ coul}$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-3q + q + q}{r} \right)$$

مع :



$$r = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$V = - \frac{\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a} = -5200 \text{ Volt}$$

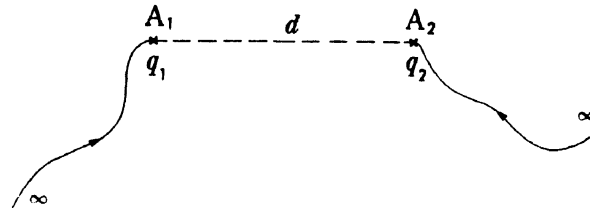
3.1.5 - الطاقة الكامنة لمجموعة شحنات:

ان اختيار قيمة الكمون عند اللانهاية $V_\infty = 0$ يسمح باعطاء تعريف عملي للكمون : الكمون الكهربائي في نقطة من الحقل الكهربائي يساوي الى العمل الذي سوف يقدم بواسطة مؤثر خارجي لنقل وحدة الشحنة من اللانهاية حتى النقطة المعتبرة.

هذه الملاحظة التمهيدية تسمح بتوضيح مفهوم طاقة مجموعة مؤلفة من شحنتين : لنعتبر شحنتين كهربائيتين q_1 و q_2 لهما نفس الاشارة متوضعيتين في نقطتين A_1 و A_2 المسافة الفاصلة بينهما d كما في الشكل (6 - 3) :

الطاقة التي تملكها المجموعة تساوي الى العمل الواجب تقديمه لنقل الشحنتين q_1 و q_2 على الترتيب من اللانهاية الى النقطتين A_1 و

A_2



الشكل (6 - 3)

فإذا فرضنا بأن الشحنة q_1 هي التي جلبت أولاً فيكون العمل الموافق مساوياً الى الصفر وذلك لأن q_2 موجودة في اللانهاية (الشحنة q_1 تتحرك في حقل كهربائي صفري) .

بالمقابل ، الشحنة q_2 الآتية من اللانهاية تتحرك في الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q_1 ، عملها إذاً يكون مساوياً الى :

$$W_2 = q_2 V_{21} \quad (3-10)$$

حيث V_{21} الكمون الناتج في النقطة A_2 عن الشحنة q_1 أي أن :

$$V_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{d}$$

ومنه :

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{d} \quad (3-11)$$

نلاحظ من هذه العلاقة بأن الطاقة لا تتبع إلا لقيمة الشحنتين وللمسافة الفاصلة بينهما ، من الممكن توسيع هذا التعريف في حالة مجموعة مؤلفة من أكثر من شحنتين ، في هذه الحالة يجب أخذ مجموع طاقات كل زوج من الشحنات الموجودة في المجموعة .

مثال (3 - 3) :

احسب طاقة مجموعة مؤلفة من ثلاثة شحنات المعرفة في المثال

(3 - 2) :

$$U = U_{12} + U_{23} + U_{31}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{3q^2}{a} + \frac{q^2}{a} - \frac{3q^2}{a} \right]$$

$$U = \frac{5}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q^2}{a} = -7.5 \times 10^{-4} \text{ Joul}$$

هذه العملية يمكن تبريرها باعتبار أنها تشتمل على حساب مجموع الاعمال المقدمة لنقل الشحنات واحدة تلو الأخرى من اللانهاية إلى الموضع الموجودة فيه.

ملاحظة (3 - 3) :

يمكننا اتباع العملية المناظرة أي نجلب الشحنة q_2 أولاً ومن ثم نجلب الشحنة q_1 في هذه الحالة تكون طاقة المجموعة هي نفسها أي أن:

$$W_1 = W_2 = q_1 V_{12} = q_2 V_{21}$$

أو :

$$U = \frac{q_1 V_{12} + q_2 V_{21}}{2}$$

هذه النتيجة يمكن تعميمها من أجل مجموعة مؤلفة من عدة شحنات:

$$U = \frac{1}{2} \sum_i Q_i V_i \quad (3-12)$$

حيث Q_i هي شحنة نقطية متوضعة في النقطة A_i و V_i الكمون الكهربائي الناتج في النقطة A_i بواسطة كل الشحنات التي تكون المجموعة ماعدا الشحنة Q_i .

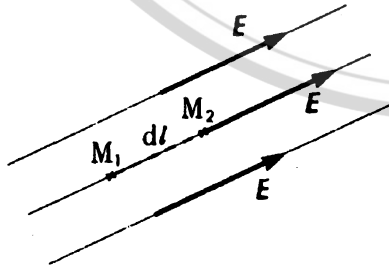
لنطرح السؤال التالي : هل يملك ناقل مشحون طاقة كهربائية؟
الجواب نعم لأنه يمكننا أن نتخيل بأن هذا الناقل قد شحن وذلك بنقل اليه وبالتتابع من اللانهاية كل الشحنات العنصرية، في هذه الحالة يكون لدينا :

$$U = \frac{1}{2} QV \quad (3-13)$$

حيث Q و V شحنة وكمون الناقل .

3.2 - العلاقة بين الحقل والكمون الكهربائي :

لنعتبر ، في حقل كهربائي متجانس ، انزياح متجهة الحقل على عنصر طول $d\ell$ بشكل موازي لاتجاه الحقل ، الشكل (7 - 3) :



نحن نعلم بأن :

$$V_{M_1} - V_{M_2} = \vec{E} \cdot \vec{M_1 M_2}$$

$$- dV = E \cdot d\ell$$

إذا تم الانزياح باتجاه الحقل،

يكون لدينا $0 < \vec{E} \cdot \vec{M_1 M_2}$ ومنه :

الشكل (7 - 3)

$$V_{M_1} > V_{M_2}$$

ان الحقل $\vec{E}$ موجه في اتجاه تناقص الكمون ،وقيمته تساوي الى :

$$E = - \frac{dV}{d\ell} \quad (3-14)$$

هذه العلاقة يمكن أن تعطي تعريفاً للحقل ابتداءً من الكمون، لنتحقق من ذلك وذلك بأخذ حالة الحقل الناتج عن شحنة نقطية q :

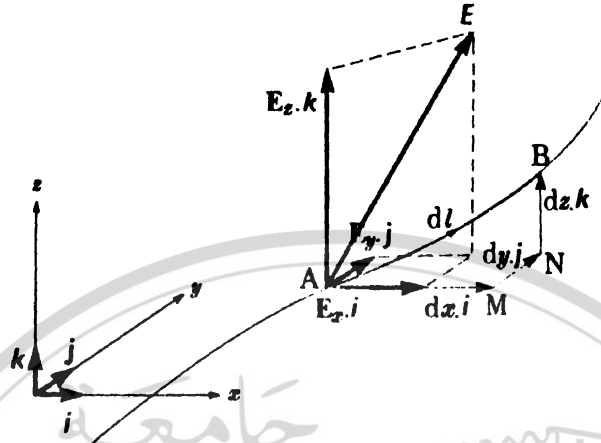
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$dV = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[- \frac{dr}{r^2} \right]$$

$$E = - \frac{dV}{dr} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

وهذا يعطي تماماً عبارة الحقل الناتج عن شحنة نقطية .

في الحالتين السابقتين ،يمكن أن نعبر عن الحقل بمساهمة فقط متغير مسافة واحد (r أو ℓ) ، لنبرهن بأن العلاقة الأساسية بين الحقل والكمون يمكن أن يعبر عنها بشكل عام مهما يكن مظهر الحقل : لنأخذ من أجل ذلك انزياح وحدة الشحنة الكهربائية من النقطة A الى النقطة B ،يجب أن يكون الانتقال العنصري $d\ell$ صغير بشكل كافٍ حتى نتمكن من اعتبار الحقل الكهربائي ثابت في هذه المنطقة ،الشكل (3 - 8) . يمكننا التعبير عن كل المقادير بتابعية مركباتهم الديكارتية، ونعبر عن الانزياح AB بالطريق AMNB .



الشكل (8 - 3)

ليكن :

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

$$d\vec{l} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

$$dV = (V_B - V_N) + (V_N - V_M) + (V_M - V_A)$$

$$dV = dV_z + dV_y + dV_x$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = -dV$$

ومنه :

$$E_x dx + E_y dy + E_z dz = -dV_x - dV_y - dV_z$$

بمطابقة طرفي هذه العلاقة حدًا واحدًا يمكن أن نكتب :

$$E_x = - \frac{dV_x}{dx} , \quad E_y = - \frac{dV_y}{dy} , \quad E_z = - \frac{dV_z}{dz}$$

حيث يمثل المقدار $\frac{dV_x}{dx}$ المشتق الجزئي لـ V بالنسبة للاحداثي x فقط ، الذي سنرمز له بـ $\frac{\partial V}{\partial x}$.

باعتقادنا هذه الكتابة من اجل المشتقات الجزئية لـ V بالنسبة للمتحويلات الاخرى ، وبالعودة الى العلاقة التي تعبر عن $\vec{E}$ ينتج لدينا :

$$\vec{E} = - \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$$

هذا الشكل نسميه تابع التدرج في الرياضيات أي أن :

$$\vec{E} = - \text{grad } V \quad (3-15)$$

تسمى العلاقة الاخيرة بالعلاقة الاساسية التي تربط بين الحقل والكمون الكهربائي والاشارة السالبة تدل على أن متجهة الحقل الكهربائي تعاكس متجهة تدرج الكمون ، أي أنها تتجه باتجاه تناقص الكمون .

3.3 - واحدة الحقل الكهربائي :

إذا كانت واحدة الحقل الكهربائي لم تعرف حتى الآن، فهذا لأنه من الاسهل استنتاجها من الكمون بدلاً من القوة الكهربائية وذلك لأنه في الكهرباء يكون قياس الكمون الكهربائي أسهل بكثير من قياس القوة الكهربائية .

تكتب عبارة فرق الكمون الكهربائي في حقل كهربائي متجانس بالشكل التالي :

$$\Delta V = E \Delta L$$

ومنـه :

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta L}$$

فاذا كانت $\Delta V = 1 \text{ volt}$ و $\Delta L = 1 \text{ m}$ عندئذ يكون للحقل الكهربائي قيمة مساوية الى $\frac{\text{volt}}{\text{m}}$ 1. اذاً الواحدة $\frac{\text{volt}}{\text{m}}$ هي واحدة الحقل الكهربائي في الجملة الدولية .

3.4 - سطوح تساوي الكمون :

سطح تساوي الكمون هو المحل الهندسي للنقاط التي كمونها $V(x, y, z)$ يملك قيمة ثابتة V_0 . يمكننا بناءً على ذلك رسم شبكة من سطوح تساوي الكمون كل سطح يوافق لقيمة معطاة للكمون. يمكن ملاحظة أن سطوح تساوي الكمون لها الصفتين التاليتين :

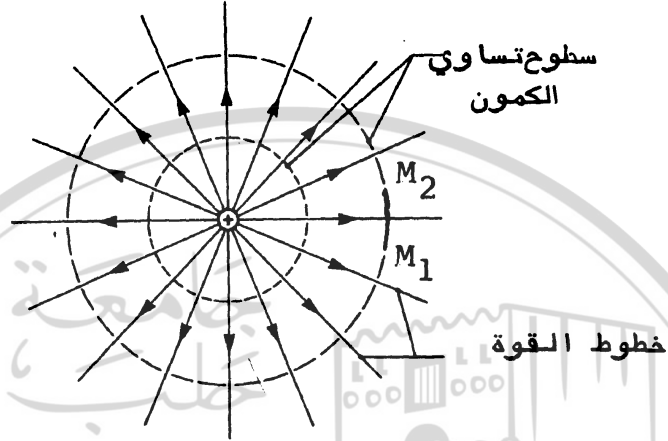
١ - سطوح تساوي الكمون لا يمكن أن تتقاطع وذلك لانه كما رأينا في الفقرة السابقة بما أن الكمون الكهربائي له قيمة وحيدة في كل نقطة من الفراغ.

٢ - متجهة الحقل الكهربائي $\vec{E}$ تكون دائماً عمودية على سطوح تساوي الكمون .

وذلك لأنه إذا أخذنا نقطتين M_1 و M_2 متوضعين على نفس سطح تساوي الكمون كما في الشكل (9-3)، فعندئذ من أجل أي انزياح لمتجهة الحقل الكهربائي من النقطة M_1 إلى M_2 يجب أن يكون لدينا :

$$\vec{E} \cdot \vec{M}_1 \vec{M}_2 = -dV = 0$$

$$E \cdot M_1 M_2 \cos \theta = 0$$



الشكل (9 - 3)

حيث θ هي الزاوية الكائنة بين متجهة الحقل $\vec{E}$ والانتقال العنصري $\vec{M_1 M_2}$. فاذا أصبح الانتقال العنصري صغير جداً فإنه سيسعى ليتوضع في مستوى المماس على السطح وبالتالي من العلاقة (16 - 3) نجد أن الزاوية $\theta = \frac{\pi}{2}$.

خطوط القوة هي عبارة عن مسارات معامدة لسطح تساوي الكمون:

وهذا عنصر جديد من أجل التمثيل النموذجي لمخطط الحقل .

مثال (4 - 3) الكمون الناتج عن ثنائي أقطاب كهربائي :

يمكن حساب بسهولة الكمون الناتج في النقطة P المتوضعة

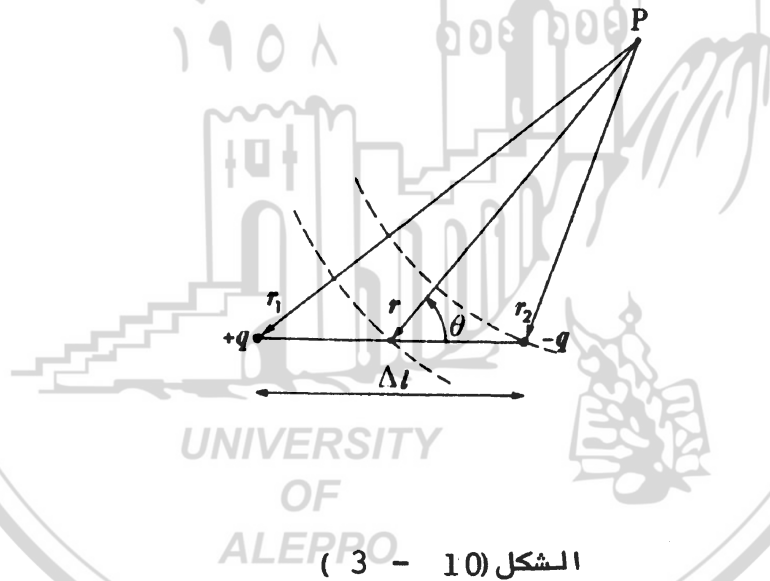
لى مسافة r من ثنائي القطب الكهربائي كما في الشكل (10 - 3) .

وذلك اذا اخذنا بعض التعريبات المشروعة بسبب أنه لدينا $r \gg \Delta l$ (3-16)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}$$

$$r_2 \cdot r_1 = -\Delta l \cos \theta \text{ و } r_1 \cdot r_2 \simeq r^2 \text{ مع}$$

$$V = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta l \cos \theta}{r^2} \quad (3-17)$$



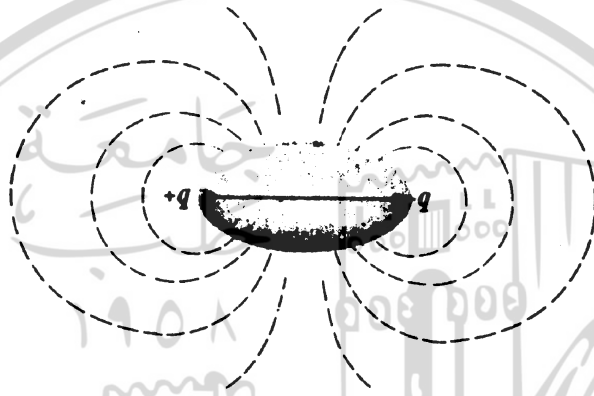
فإذا أردنا رسم سطوح تساوي الكمون ، فيجب التعبير عن r كتابع لقيم كيفية معطاة لـ V ، فمن أجل $V = V_0$ نجد :

$$r = \left(\frac{q \cdot \Delta l}{4\pi\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\cos \theta}{V_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

أو :

$$r = K_0 \sqrt{\cos \theta}$$

نحصل على سطوح تساوي الكمون من النوع الممثل على الشكل (11 - 3)، لكن يجب ملاحظة بأن هذه العلاقة لا يمكن أن تصف الظاهرة من أجل نقاط متوزعة قريباً جداً من ثنائي القطب الكهربائي.

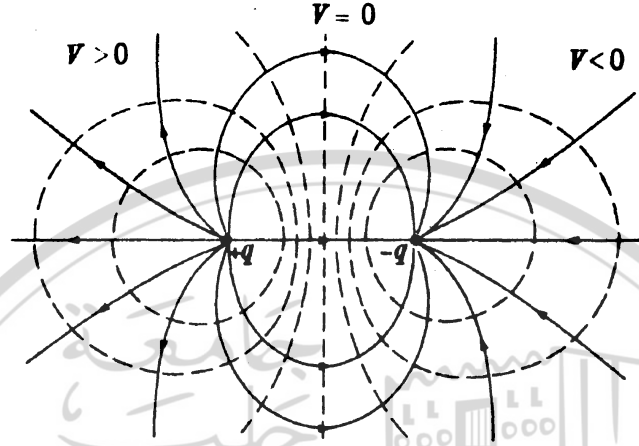


الشكل (11 - 3)

نظرة سريعة تسمح على أي حال باستخراج المظهر الكامل: بعد ملاحظة بأن النقطة المتوسطة لثنائي القطب الكهربائي تشكل سطح تساوي الكمون 0 (إذا كانت $\theta = \frac{\pi}{2}$ مع $V = 0$ ، تكون r غير قابلة للتحديد)، العلاقة (17 - 3) تظهر أيضاً أن المنطقة اليمنى هي ذات الكمون السالب والمنطقة اليسرى هي ذات الكمون الموجب بكلام آخر، الكمونات تصبح أكثر ايجابية عندما نقرب من الشحنة الموجبة $+q$ وأكثر فأكثر سلبية عندما نقرب من الشحنة $-q$: إذاً تحيط سطوح تساوي الكمون بالشحنات وتصبح ضيقة في المجال بين الشحنتين، انظر الشكل (12 - 3).

من شبكات سطوح تساوي الكمون يمكننا إذاً استخراج شبكات خطوط

القوة كما هو واضح من الشكل (12 - 3) .



الشكل (12 - 3)

مثال (5 - 3) الكمون الناتج عن كرة مشحونة :

رأينا في المثال (6-2) بأن مخطط الحقل داخل كرة مشحونة بشكل متجانس هو نفس شكل الحقل الناتج عن نفس الشحنة فيما لو توضع هذه الشحنة في مركز الكرة، سواءً كانت الكرة ناقلية أو عازلة . تعطى قيمة الحقل الكهربائي في نقطة تقع خارج الكرة وتبعد مسافة قدرها r عن مركزها بالعلاقة :

$$E_{\text{ext}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

ومنه فإن الكمون الكهربائي في تلك النقطة يعطى بالعلاقة :

$$V_{\text{ext}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

بسبب تناظر الجملة فان سطوح تساوي الكمون تكون عبارة عن كرات متحدة المركز مع الكرة المعتبرة، سواءً كان داخل أو خارج الكرة: يظهر إذاً بأن السطح الخارجي هو نفسه سطح تساوي كمون. وبما أن المظهر الخارجي للحقل هو نفسه من أجل كرة ناقلة أو عازلة فانه يلزمه نفس العمل لنقل واحدة الشحنة الكهربائية من اللانهاية الى نقطة واقعة على السطح. وبالتالي سيكون لسطوح الكرة الناقلة والعازلة نفس الكمون، أي أن:

$$V_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

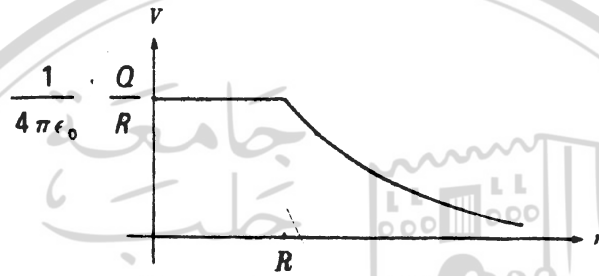
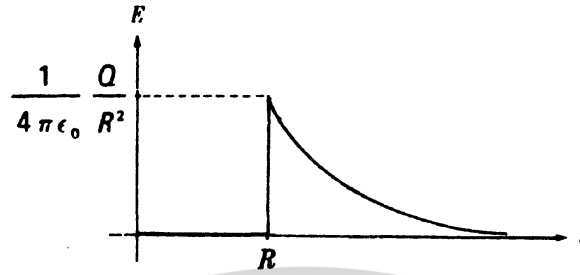
a - حالة كرة ناقلة:

نحن نعلم بأن كل الشحنات موزعة على السطح وبالتالي فإن الحقل الكهربائي داخل الناقل يساوي الصفر وجولانه أيضاً، أي أن للكمون قيمة ثابتة داخل الكرة الناقلة وقيمتها تساوي الى قيمة الكمون عند السطح.

نلاحظ من المنحني الممثل لتغيرات V بدلالة r بأنه بعكس الحقل، فان الكمون لايفضع الى أي انقطاع عند السطح المشحون، الشكل (13 - 3).

b - حالة كرة عازلة:

أظهر لنا المثال (6 - 2) بأن الحقل الكهربائي يتغير بشكل



الشكل (13 - 3)

خطي داخل كرة عازلة مشحونة :

$$E_{int} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} \cdot r$$

بمعرفة كمون السطح الخارجي للكرة المشحونة يمكننا أن نجد بمساعدة علاقة جولان الحقل، الكمون في أي نقطة واقعة داخل الكرة :

$$\begin{aligned} V_r - V_R &= \int_r^R E_{int} dr \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \int_r^R r dr \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left[\frac{r^2}{2} \right]_r^R \end{aligned}$$

$$V_r = - \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} r^2 + \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} + V_R$$

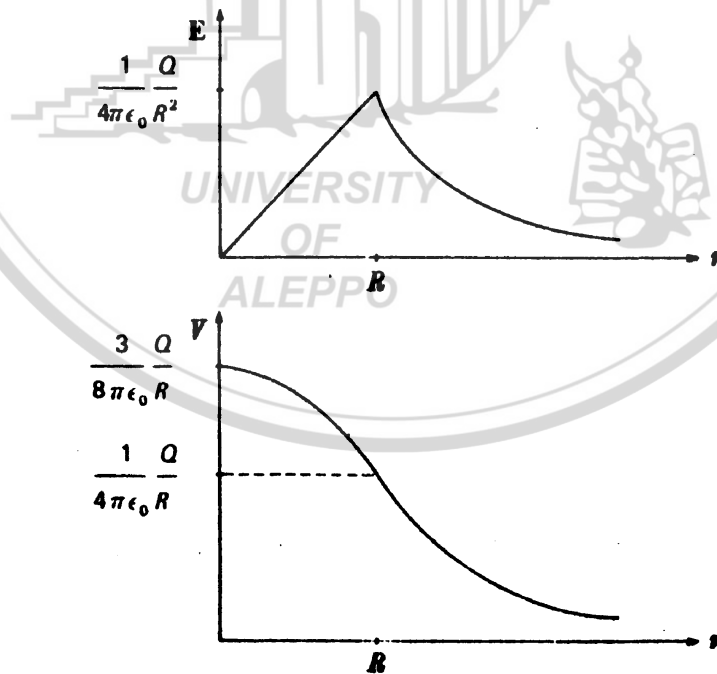
$$V_r = - \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} r^2 + \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$V_r = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \left[3 - \frac{r^2}{R^2} \right]$$

نلاحظ من هذه العلاقة بأن للكمون قيمة عظمى في مركز الكرة ويساوي الى :

$$V_0 = \frac{3}{8\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

يوضح الشكل (14- 3) تغيرات كل من E و V بدلالة البعد r عن مركز الكرة :



الشكل (14 - 3)

3.5- تراكب حالات النواقل المتوازنة:

المثال (5- 3) أظهر لنا بأن الكمون الثابت لكرة مشحونة

يتناسب طردياً مع شحنتها:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R}$$

أما الكمون الناشئ عن نفس الكرة المشحونة في نقطة تبعد مسافة قدرها d عن مركزها، فهو أيضاً متناسب مع شحنة هذه الكرة.

لنفرض بأننا أعطينا الكرة شحنة جديدة مقدارها $q_1 = nq$ كمونها الجديد سيكون إذاً مساوياً الى $V_1 = nV$.

نقول بأن حالة التوازن الممثلة بـ $(V_1$ و q_1) هي n مرة مساوية لحالة التوازن الممثلة بـ $(V$ و $q)$.

الكثافة السطحية σ_1 و σ ترتبط أيضاً بالعلاقة $\sigma_1 = n\sigma$.

إذا اعتبرنا حالة ثالثة موافقة لتراكب الحالتين (1) و (2)، سيكون لدينا:

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \sigma_2$$

$$q_3 = q_1 + q_2$$

$$V_3 = V_1 + V_2$$

$$E_3 = E_2 + E_1 \quad (3-18)$$

(لأن شدة الحقل الكهربائي متناسبة طردياً مع الشحنات) .

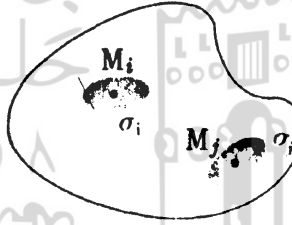
هذه المعادلات الاربعة تكون النتائج الاساسية للتراكب .

يمكننا توسيع نظرية التراكب لتشمل نواقل ذات أشكال لاعلى

التعيين : في هذه الحالة فان العلاقة (18 - 3) تكون نوعية عند

كل نقطة من السطح، الشكل (15 - 3) :

$$\sigma_{i3} = \sigma_{i1} = \sigma_{i2}$$



الشكل (15 - 3)

3.6 - المظاهر العامة للشحنات والحقول والكمون الكهربائي :

من وجهة نظر الشحنات فإن ظواهر التأثير درست في مقدمة دراسة الشحن. من المهم الآن الشروع في دراسة أكثر عمقاً لتوزيع الحقل عند سطح الناقل المعزول ، وعلاقات بين الشحنات الحقل والكمون في حالة وجود عدة نواقل .

3.6.1 - توزيع الشحنات والحقول الكهربائية عند سطح ناقل مشحون:

بفرض أن لدينا كرتين ناقلتين ومشحونتين بشحنتين q_1 و q_2 كثافتهما السطحية هي على الترتيب σ_1 و σ_2 كما هو واضح من الشكل (16 - 3) . وملت هاتين الكرتين بسلك ناقل وبالتالي فإنه

نتيجة للوصل، ستتوزع الشحنات على الكرتين من جديد حتى يصبح كل كرة مساوياً للآخرى :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2}$$

ومنه نجد :

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2}$$

ولكن بما أن :

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2} \quad \text{و} \quad \sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2}$$

ينتج من ذلك :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

(3-19)



الشكل (16- 3)

من العلاقة (19- 3) يمكننا أن نستنتج بأن كثافة الشحنة في كل نقطة من نقاط الناقل تتناسب عكساً مع نصف قطر انحناءه في تلك النقطة . نلاحظ إذاً بأن نسبة كثافة الشحنات السطحية في نقطتين من نقاط ناقل تكون مستقلة عن كمون الناقل وعن شحنته . فهي تابعة

فقط لشكل سطح الناقل الخارجي .

يظهر إذاً بأن كثافة الشحنة ستتزايد بالقرب من الجوانب المادية ،
يعطي الشكل (17- 3) بعض الامثلة لتوزيع الحقول .



الشكل (17 - 3)

هذه الملاحظة هامة بشكل خاص في الحالة العملية للنواقل المتوضعة في الهواء : حيث الهواء الجاف يكون عازل جيد ، تحت تأثير الحقول الداخلية ، يمكن أن يتأين ويصبح تقريباً ناقل . ذلك يكفي من أجل ناقل له شكل نقطي أن ينشمن بسرعة ويخلق بعض الظواهر الميكانيكية أو الضوئية : هذه هي قدرة النقاط .

يمكن أن يحدث انفراغ سريع بين ناقلين محدثاً شرارة كهربائية . إذا كانت النواقل موصولة بمنابع للشحنات الكهربائية فان قوس كهربائي يمكن أن يبقى تحت شروط معينة .

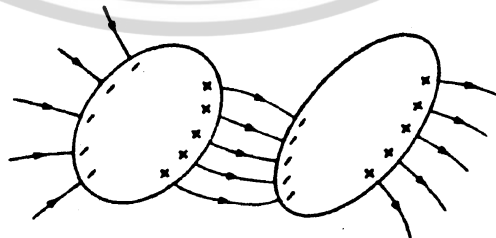
قدرة النقاط اكتشفت من قبل العالم فرانكلن Franklin

فسميت هذه الظاهرة باسمه .

3.6.2 - شكل خطوط القوة بين النواقل في الفراغ:

من أجل هذه الدراسة ، من المهم أن نُجَمِّع أولاً خواص أساسية معينة للحقول والكمون الكهربائي :

- خطوط القوة تكون عمودية على كل سطح في حالة توازن (سطح الناقل يكون سطح تساوي الكمون) .
- خط القوة لا يمكن أن ينغلق على نفسه ، ولا على نفس الناقل (خطوط القوة موجهة في اتجاه $\vec{E}$ ، إذاً في اتجاه تناقص الكمون)
- من أجل ناقل وحيد خطوط القوة تكون موجهة :
 - من الناقل نحو اللانهاية إذا كان الناقل مشحون بشحنة موجبة .
 - من اللانهاية نحو الناقل إذا كان الناقل مشحون بشحنة سالبة .
- في حالة مجموعة من النواقل ، خطوط القوة يمكن أن تذهب من ناقل لآخر: في هذه الحالة نظرية العناصر الموافقة تعني بأنها تذهب من الجوانب المشحونة ايجابياً من أجل الوصول الى الجوانب المشحونة سلبياً ، كما هو واضح في الشكل (18 - 3) :



الشكل (18 - 3)

3.6.3 - التأثير الجزئي :

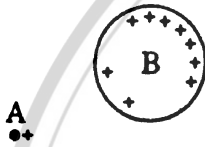
نقول بأن هناك تأثير جزئي عندما لا يوجد أي ناقل يحيط بشكل كلي بناقل آخر الامثلة التي رأيناها في الفصل الاول الخاصة

بشحن النواقل حيادية الاصل: من الواضح



بأن الظاهرة تنتج بنفس الشكل في حالة

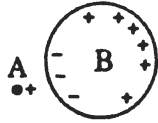
ناقل مشحون .



نأخذ شحنة موجبة A التي

نضعها بالقرب من ناقل هو أيضاً مشحون

بشحنة موجبة ، الشكل (19 - 3) ان الشحنة



A سوف تجذب الكترولونات المعدن وسوف

تغير التوزع السطحي للشحنات. مع

الشكل (19-3)

ذلك لا تظهر شحنة سالبة على السطح الناقل

B إلا إذا كانت A قريبة بشكل كافٍ بحيث يستطيع التدفق الالكتروني أن يكون

مسيطر بالنسبة للشحنة الاساسية .

في الحقيقة ، نقطية A هي تماماً نظرية : عندما يتواجد

ناقلين ، سيؤثر أحدهما على الآخر ، انظر الشكل (18-3) ولا يمكننا

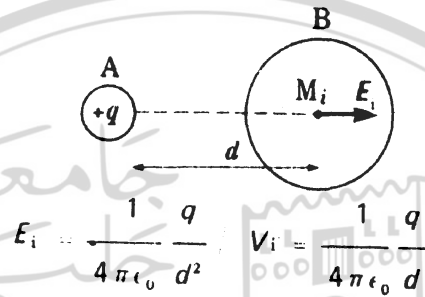
أن نفرق إلا كيفياً بين المؤثر والمؤثر ، أي يوجد تبادلية بين

ظواهر التأثير .

لكن لنستمر ملاحظة تأثير A على B ، لنفرض بأن الناقل

B هو بالاساس معتدل كهربائياً لتسهيل تفسير الظواهر .

بوجود A ، اذا لم يتأثر توزع شحنات الكرة B ، هذه الاخيرة
لا يمكن أن تكون في حالة توازن هذا يعني في الحقيقة ، بأن A تخلق
في كل نقطة من نقاط B حقل كهربائي E وكمون كهربائي V متغيرين
كتابع للنقط المعتبرة ، الشكل (20 - 3) .

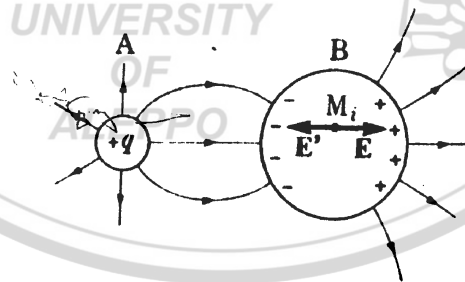


الشكل (20 - 3)

هذا التوزع الجديد للشحنات الذي حقق التوازن لـ B بخلقه
في كل نقطة من نقاطها حقل وكمون كهربائي خاصين E' و V' (الشكل
21 - 3) بحيث أن :

$$E + E' = 0$$

$$V_B = V + V' = \text{const}$$



الشكل (21 - 3)

اذا كان هذا الكمون ثابت ، في جميع نقاط الناقل ، فانه لا يبقـى
سوى قيمته المتغيرة ، لنأخذ خط قوة من A الى B : لدينا الآن :

$$V_A > V_B > 0$$

إلا فإن خط القوة سوف يبتعد نحو اللانهاية . لكن V_B هي في الأساس بدومة عندما كانت B ، ذات الشحنة المعدومة، وحيدة في الفراغ الكمون الناتج عن كرة مشحونة إذا كانت $q = 0$.

بالتعريف يمكننا إذاً القول بأن الناقل الذي يفرض على ظاهرة تأثير كهربائية يرى توزع شحناته السطحية قد تغيرت الاضافة الى :

إذا كان كهربائياً معزول فإن شحنته الكلية تكون ثابتة، لكن كمونه يتغير .

إذا كان موصول الى منبع فان :سونه ثابت ،لكن شحنته الكلية تتغير (في الحقيقة ،يوجد هجرة ممكنة للشحنات عبر المنبع) .

3.6 - التأثير الكلي :

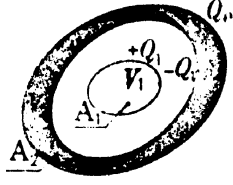
يوجد تأثير كلي اذا كان أحد النواقل يحيط بشكل تام ناقل آخر .

لنعتبر بأن هناك حالة توازن ،الناقل A_1 في الحالة $(Q_1 \text{ و } V_1)$ والناقل A_2 الذي يحيط بشكل تام بالناقل A_1 في الحالة $(Q_2 \text{ و } V_2)$ ، الشكل (22 - 3) .

الشحنة Q_1 للناقل A_1 تعرض الشحنة $-Q_1$ على السطح الداخلي للناقل A_2 حيث يمكننا كتابة :

$$Q_2 = -Q_1 + Q_e$$

حيث Q_e الشحنة التي ظهرت على السطح الخارجي لـ A_2 . على أثر الدراسة حول التأثير الكلي ، برهـ فارادي بأن :



$$Q_2 = -Q_1 + Q_e$$

- توزع الشحنات الخارجية Q_e

مستقل عن الناقل المؤثر فهي

مطابقة لشحنة الناقل A_2 الشكل (22 - 3)

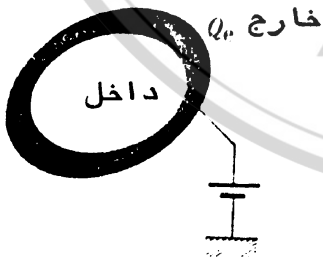
في غياب كل الشحنات الداخلية .

- توزع الشحنات Q_1 و $-Q_1$ لا يعتمد إلا على شكل التجويف وموقع الناقل الداخلي .

التطبيق الاساسي للتأثير الكلي هو الدريئة الكهربائية :

التي هي عبارة عن طوق ناقل نبقيه عند كمون ثابت ، الشكل (23-3)

هذه الدريئة تفصل الوسط الداخل والخارجي الى منطقتين مستقلتين تماماً احدهما عن الاخرى من وجهة النظر الكهربائية :



- تحت تأثير خارجي ، تنشـ

الدريئة بشكل يبقى الحقل داخلها

مساوياً للصفر وتحمي بذلك جميع

النواقل التي يمكن أن تكون موجودة

داخلها .

الشكل (23 - 3)

- مهما تكن الشحنات المتوضعة في الداخل ، تكون الشحنة الخارجية

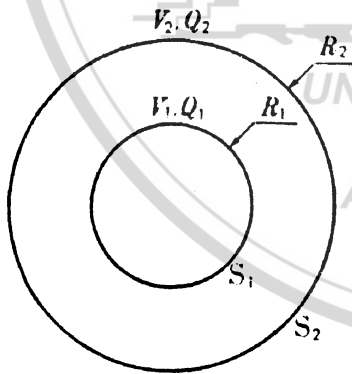
ثابتة وبالتالي فان الحقل الخارجي الناتج عن الدريئة الناقلة لا يكون متأثراً (يساوي الصفر اذا كان كمون الدريئة صفراً).

عملياً نحن نكتفي بشبكة معدنية موصولة بالارض : هذه هي حالة أقفاص فاراداي ، التي بداخلها نضع الاجهزة المراد حمايتها ، وأيضا لتصفية الانابيب الالكترونية أو الاسلاك الكهربائية الموجودة في مناطق حيث يوجد فيها حقول تشويشيه كهربائية .

مثال (6 - 3) :

ليكن لدينا سطحين كرويين لهما نفس المركز 0 نصف قطر الاول R_1 ونصف قطر الثاني R_2 ، فإذا كان السطح الكروي ذو نصف القطر R_1 مشحون بشحنة قدرها Q_1 وكمونه V_1 وكان السطح الكروي ذو نصف : قطر R_2 مشحون بشحنة Q_2 وكمونه V_2 والمطلوب أحسب قيمة الشحنتين Q_1 و Q_2 .

الحل :



من أجل ايجاد قيم Q_1 و Q_2

يلزمنا معادلتين :

نحصل على المعادلة الاولى

من كتابة بأن الكمون V_1 ثابت داخل

الكرة S_1 الذي هو عبارة عن الكمون

الناتج عن السطح S_1 مضاف اليه الكمون الناتج عن السطح S_2 أي أن :

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2} \right) \quad (3-22)$$

نحصل على المعادلة الثانية بكتابة بأن الكمون V_2 المحسوب في نقطة ما على سطح الكرة S_2 يساوي الى الكمون V_2 مضاف اليه الكمون الناتج في هذه النقطة عن السطح S_1 أي أن :

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{Q_1}{R_2} + \frac{Q_2}{R_2} \right) \quad (3-23)$$

نحذف الشحنة Q_2 وذلك بطرح المعادلتين من بعضهما البعض :

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{Q_1}{R_1} - \frac{Q_1}{R_2} \right)$$

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2} \right) Q_1$$

ومنـــــــــــــــــه :

$$Q_1 = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \right) (V_1 - V_2) \quad (3-24)$$

من جهة أخرى من المعادلة (3-23) نحصل على :

$$Q_2 = -Q_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 V_2 \quad (3-25)$$

ومنـــــــــــــــــه :

$$Q_2 = -4\pi\epsilon_0 \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \right) V_1 + 4\pi\epsilon_0 \left[\frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} + R_2 \right] V_2$$

أي أن :

$$Q_2 = -4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} V_1 + 4\pi\epsilon_0 \frac{R_2^2}{R_2 - R_1} V_2$$

لقد أهملنا سماكة الكرة الخارجية ، ولكن لم يبق سوى الشحنة Q_2 المنقسمة الى شحنتين $-Q_1$ و Q_e المحمولتان على كل وجه بحيث أن :

$$Q_2 = -Q_1 + Q_e$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة (25 - 3) نجد أن:

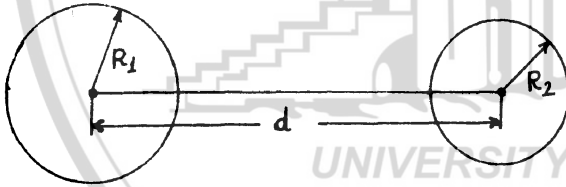
$$Q_e = 4\pi\epsilon_0 R_2 V_2$$

وهذه الشحنة ما هي إلا الشحنة التي يحملها السطح S_2 ، الوحيد في الفراغ.

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_e}{R_2}$$

مثال (7 - 3):

- كرتان ناقلتان نصف قطر الأولى R_1 ونصف قطر الثانية R_2 .
المسافة بين مركزيهما d وحيث أن d كبيرة جداً بالمقارنة مع R_1
و R_2 ، شحنة الكرة الأولى Q_1 وشحنة الكرة الثانية Q_2 والمطلوب:
- ١ - احسب كمون كل كرة V_1 و V_2 بوجود الكرة الثانية.
 - ٢ - نصل الكرتين بواسطة سلك ناقل، احسب الشحنات Q_1' و Q_2' وكذلك V_1' و V_2' للكرتين.



الحل :

تتوزع جميع شحنات

- الكرة الأولى على سطح الكرة وتبعد مسافة قدرها R_1 عن مركزها.
تخلق هذه الشحنات كمون في تلك النقطة يساوي الى :

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

- بما أن المسافة d كبيرة بالمقارنة مع R_2 فإن شحنة الكرة الثانية
تكون متوزعة على مسافة قدرها d من مركز الكرة الأولى ومشاركتها
في الكمون V_1 هو :

$$\frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

ومنه فإن:

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

وبشكل مشابه نجد:

$$V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

٢ - عند وصل الكرتين:

$$V'_1 = V'_2$$

والشحنة الكلية تكون محفوظة:

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \quad (1)$$

$$V'_1 = \frac{Q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q'_2}{4\pi\epsilon_0 d} \quad \& \quad V'_2 = \frac{Q'_1}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{Q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V'_1 = V'_2 \implies Q'_1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{d} \right) + Q'_2 \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R_2} \right) = 0 \quad (2)$$

بحل المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$Q'_1 = (Q_1 + Q_2) \frac{\frac{1}{d} - \frac{1}{R_2}}{\frac{2}{d} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

$$Q'_2 = (Q_1 + Q_2) \frac{\frac{1}{d} - \frac{1}{R_1}}{\frac{2}{d} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

القيمة المشتركة V للكمون V'_1 و V'_2 هي:

$$V = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

$$= \frac{1}{d} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$$

من أجل الأخذ بعين الاعتبار التقريب الذي اجري في الطلب الاول ، يجب أن لانتفظ إلا بحدود الدرجة الاولى . هذا يعني نهمل $\frac{1}{d^2}$ أمام $\frac{1}{R_1 \cdot R_2}$ ومنه :

$$V = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{2R_1 \cdot R_2}{d} \right)$$

مثال (8 - 3) :

كرتان ناقلتان نصف قطر الاولى 9 cm ، شحنت بشحنة موجبة حتى أصبح كمونها 6000Volts . ونصف قطر الثانية 27 cm ، مشحونة بشحنة موجبة مقدارها 10×10^{-8} coul ثم وصلت الكرتان بسلك رفيع وطويل والمطلوب حساب :

أ - النسبة بين كثافتيهما الكهربائيه قبل الوصل وبعد الوصل .

ب - كمون كل ناقل بعد الوصل والشحنة التي انتقلت من الاولى الى الثانية .

ج - اذا وضعنا الكرتان المشحونتان على مسافة 50 cm بين مركزيهما ثم قطعنا الانصال بينهما ، أحسب موضع النقطة التي ينعدم فيها الحقل الكهربائي وقيمة الكمون الكهربائي في هذه النقطة وذلك بأهمال التأثير المتبادل بين الكرتين .

أ - قبل الوصل :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{Q_1}{4\pi r_1^2}}{\frac{Q_2}{4\pi r_2^2}} = \frac{Q_1}{Q_2} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

لكي نستطيع حساب النسبة $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ يجب أن نحسب قيمة Q_1 :
نحسب قيمة Q_1 من العلاقة :

$$Q_1 = C_1 \cdot V_1$$

$$\frac{Q_1}{V_1} = C_1 = 4\pi\epsilon_0 r_1 = 1 \times 10^{-11} \text{ F}$$

$$\Rightarrow Q_1 = 1 \times 10^{-11} \times 6000 = 6 \times 10^{-8} \text{ coul}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{6 \times 10^{-8} \text{ coul}}{10 \times 10^{-8} \text{ coul}} \times 9 = 5.4$$

بعد الوصل :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{27}{9} = 3$$

ب - حسب مبدأ انحفاظ الشحنات الكهربائية يمكن أن نكتب :

$$Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2$$

حيث Q'_1 شحنة الناقل الاول بعد الوصل و Q'_2 شحنة الناقل الثاني بعد

الوصل ، فإذا كان V كمون كل ناقل بعد الوصل عندئذ يكون :

$$Q'_1 = C_1 \cdot V \quad \& \quad Q'_2 = C_2 \cdot V$$

$$C_1 \cdot V + C_2 \cdot V = C_1 \cdot V_1 + C_2 \cdot V_2$$

$$V = \frac{C_1 \cdot V_1 + C_2 \cdot V_2}{C_1 + C_2} = \frac{1 \times 10^{-11} \times 6000 + 3 \times 10^{-11} (+3333)}{(1 + 3) \times 10^{-11}} =$$

$$= 4000 \text{ Volts}$$

حيث :

$$C_2 = 4\pi\epsilon_0 r_2 = 3 \times 10^{-11} \text{ F}$$

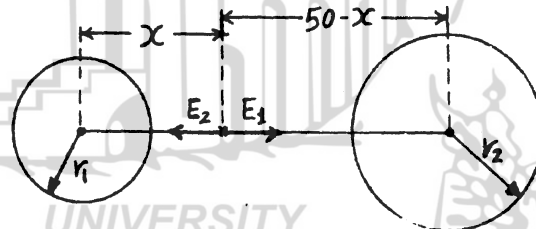
$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{+10 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-11}} = +3333 \text{ Volt}$$

حساب الشحنة Q_1' و Q_2' :

$$Q_1' = C_1 \cdot V = 1 \times 10^{-11} \times (4000) = 4 \times 10^{-8} \text{ coul}$$

$$Q_2' = C_2 \cdot V = 3 \times 10^{-11} \times (4000) = 12 \times 10^{-8} \text{ coul}$$

أي أنه انتقلت شحنة قدرها $2 \times 10^{-8} \text{ coul}$ من الأول إلى الناقل الثاني



$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1'}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2'}{(50-x)^2}$$

$$Q_1' (50 - x)^2 = Q_2' x^2$$

$$2500Q_1' + Q_1' x^2 - 100xQ_1' = Q_2' x^2$$

$$(Q_1' - Q_2') x^2 + 100xQ_1' + 2500Q_1' = 0$$

$$2 \times 10^{-8} x^2 + 400 \times 10^{-8} x - 2500 \times 4 \times 10^{-8} = 0$$

$$x^2 + 50x - 1250 = 0 \Rightarrow x = 18.3 \text{ cm}$$

الفصل الرابع

المكثفات والعوازل

4.1 - السعة:

4.1.1 - سعة ناقل وحيد ومعزول في الخلاء:

بفرض أن لدينا ناقل وحيد في الخلاء مشحون بشحنة قدرها Q_1 وكمونه سيكون مساوياً لـ V_1 مثل ذلك لاحظناه في الحالة الخاصة للكرة (المثال 6 - 3) .

ان الكميتين V, Q مرتبطتين مع بعضهما البعض : قيمة الاولى تفرض قيمة الاخرى ، في الحالة الاولى ، فرضنا قيمة الشحنة Q_1 وهذه القيمة حددت الكمون V_1 (الحالة 1) .

لنفرض الآن بأننا طبقنا على الناقل الكمون V_2 وذلك بوصل الناقل الى منبع كمون . سوف يحدث هجرة للشحنات عبر المنبع من أجل الوصول الى حالة توازن جديدة V_2, Q_2 (الحالة 2) .

بما أنه n يمكن تعريفها دائماً بالشكل $V_2 = nV_1$ يمكننا القول بأن حالة التوازن (2) هي عبارة عن تطابق n مرة لحالة

التوازن (1) ومن الضروري أن يكون لدينا $Q_2 = nQ_1$ ومنه :

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{Q}{V} = \text{constante} \quad n \text{ مهما تكن}$$

يدعى هذا الثابت سعة ناقل وحيد ومعزول (هذا يعني أن

الناقل لا يخضع لتأثير أي شحنة خارجية) :

$$C = \frac{Q}{V} \quad (4-1)$$

تقدر السعة الكهربائية في الجملة الدولية بوحدة تسمى الفاراد (Farad) ويعرّف الفاراد بأنه سعة ناقل معزول في الفراغ إذا شحّن بشحنة قيمتها واحد كولون كان كمونه مساوياً إلى فولط واحد .

بعد الأخذ بعين الاعتبار التعريف (1 - 4) يمكننا الاستنتاج بسرعة من المثال (6 - 3) ، السعة الكهربائية لناقل كروي معزول في الخلاء :

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \cdot R \quad (4-2)$$

يتضح من هذه العلاقة أن سعة الناقل الكروي تتعلق فقط بنصف قطره R وبالتالي فإن السعة تعتمد في الحالة العامة على السطح الخارجي للناقل .

يعتبر الفاراد واحدة كبيرة جداً بالنسبة للاستخدامات العملية، ويتضح من العلاقة (2 - 4) أنه للحصول على ناقل كروي

معزول ووحيد سعته فاراد واحد يجب أن يكون نصف قطر الناقل مساوياً الى $9 \times 10^9 \text{ m}$ أي أكبر من نصف قطر الأرض بحوالي 1400 مرة لذلك يستخدم عملياً وحدات صغيرة مثل ميكروفاراد الذي يساوي $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ والنانوفاراد الذي يساوي $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$ ، والبيكوفاراد الذي يساوي $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$. ويمكن استنتاج أبعاد السعة من العلاقة (2 - 4) كما يلي :

$$[C] = [\epsilon_0] \cdot [R] = \frac{F}{m} \cdot m = F \quad \text{فاراد}$$

4.1.2 - توزيع الشحنات الكهربائية بين ناقلين :

على ضوء تعريف السعة الكهربائية، من المفيد إعادة أخذ الكرتين في الشكل (15 - 3)، مهتمين فقط بالتوزيع الكلي للشحنات.

ليكن لدينا الناقلين الكرويين C_1 و C_2 معزولين والمسافة بينهما كبيرة بحيث تهمل أي ظاهرة للتأثير المتبادل بينهما، فعند شحن الناقلين بشحنتين مختلفتين Q_1 و Q_2 على الترتيب يصبح كمونيهما V_1 و V_2 ،

لدينا من الناقل الاول والثاني على الترتيب في حالة عدم

وصل الناقلين كما في الشكل (1.a - 4)

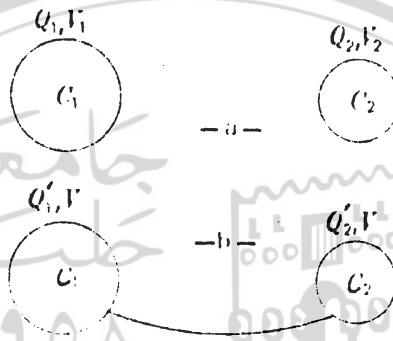
$$Q_2 = C_2 \cdot V_2 \quad , \quad Q_1 = C_1 \cdot V_1$$

عندما نصل الناقلين بسلك رفيع وطويل الشكل (1.b - 4) تنتقل الشحنات الكهربائية من ناقل الى آخر حتى يتساوى كمونا الناقلين

وتكون قيمة الشحنة على كل ناقل مساوية الى :

$$Q'_2 = C_2 \cdot V \quad , \quad Q'_1 = C_1 \cdot V \quad (4-3)$$

حيث V الكمون المشترك للناقلين و Q'_1 شحنة الناقل الاول و Q'_2 لشحنة الناقل الثاني :



الشكل (1 - 4)

نحن نعلم بأن الشحنة الكلية للكرتين لا تتغير وذلك حسب

مبدأ انحفاظ الشحنة الكهربائية لذلك يمكن أن نكتب :

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

هذه العلاقة تسمح بايجاد عبارة الكمون المشترك كتابع للسعة وللكمونات البدائية لكل كرة وذلك كمايلي :

$$C_1 V + C_2 V = C_1 V_1 + C_2 V_2$$

$$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} \quad (4-4)$$

نلاحظ بأن هذه العبارات ليست خاصة فقط بالنواقل الكروية

وذلك لأن السعة الكهربائية هي مفهوم شامل يمكن تطبيقه على أجسام

ذات أشكال هندسية مختلفة .

لنفرض بأن السعة الكهربائية لأحد الناقلين هي أكبر بكثير
من سعة الناقل الآخر أي أن:

$$C_1 \gg C_2$$

فاذا فرضنا بأن الناقلين موصولين بسلك فإن العلاقات (3 - 4) تسمح
لنا بكتابة :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

وهذا يقودنا الى أن $Q_1 \gg Q_2$ ،

أي أن الناقل ذو السعة الصغيرة يتنازل عن شحناته للناقل
الثاني وأما بالنسبة للكمون المشترك فهو يعتمد على الكمون
البدائي للناقلين :

$$V \simeq V_1 + \frac{Q_2}{C_1} \quad (4-5)$$

4.2 - الكمثليات :

4.2.1 - تراكم الشحنات الكهربائية :

من تعريف السعة الكهربائية للناقل الوحيد يبدو بأن الشكل
الوحيد لزيادة شحنات ناقل ذي كمون معطى يكون بزيادة سطحه الخارجي
لكن في هذه الحالة نكون مقيدين بالحجم .

مع ذلك فإنه من الممكن زيادة شحنة ناقل باستخدام ظاهرة
التأثير التي درسناها بشكل مختصر في الفصل الاول .

لنعتبر الناقل A_1 المشحون بشحنة Q_1 مع توزيع معين للشحنات السطحية فان كمون هذا الناقل هو V_1 مثلاً. لنضع بالقرب من الناقل A_1 ناقلًا جديدًا A_2 ذي كمون $V_2 = 0$ نتيجة لوصله بالارض كما هو واضح في الشكل (2 - 4) :



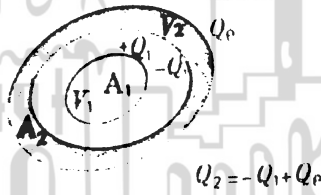
الشكل (2 - 4)

ان الشحنات الموجبة لـ A_1 سوف تجذب الشحنات السالبة لـ A_2 وتدفع بالشحنات الموجبة لـ A_2 نحو الارض . لكن سيجب للتأثير المتبادل بين الناقلين A_1 و A_2 فإن الشحنات السالبة في A_2 تخلق تغيراً في توزيع شحنات A_1 وأيضاً تغيراً في كمون الناقل A_1 بحيث أصبح V_1 .

لنفرض الآن بأن A_1 وصل الى منبع ذي كمون ثابت ممسكاً

يجعل كمون الناقل A_1 ثابتاً ، هذا يعني أن الشحنات المجذوبة بواسطة A_2 يمكن تعويضها من المنبع لغاية تحقيق حالة توازن جديدة ، ويتبع ذلك زيادة في شحنة A_1 . نسمي هذه الظاهرة بظاهرة تراكم الشحنات الكهربائية .

عند كمون معط فإن التراكم يكون أعظمياً عندما يكون هناك تأثير كلي ، وعندما تكون النواقل قريبة جداً من بعضها البعض . المكثفة النظرية المثالية هي التي تتكون من ناقلين حيث يغلف أحدهما الآخر بشكل كلي ، الشكل (3 - 4) .



الشكل (3 - 4)

4.2.2 - سعة المكثفة :

من الشكل (3 - 4) يمكننا ملاحظة بأن الشحنة Q_1 هي شحنة المكثفة الحقيقية لأن تفريغ المكثف يعني وصل الناقلين ببعضهم من أجل تحييد الشحنات Q_1 و $-Q_1$ وتبقى فقط الشحنة Q_2 التي لاتعتمد إلا على الكمون V_2 ، هذه الشحنة لاتلعب إذاً أي دور في ظاهرة التراكم الكهربائية بالإضافة الى ذلك فإن هذه الشحنة تساوي الصفر اذا كان الناقل A_2 موصولاً الى الارض وهذا ما يحدث في أكثر الحالات العملية .

ان الفائدة من المكثفة هي في قدرتها على تخزين شحنة اكبر من الشحنة التي يمكن أن يخزنها الناقل A_1 عندما يكون وحيداً في الفراغ لأن سعة المكثفة تكون أكبر من سعة الناقل .

نستنتج مما سبق أن الشحنة Q_1 للبوس الداخلي هي نفسها الشحنة Q_2 للمكثفة . تعطى سعة المكثفة بالعلاقة :

$$Q_1 = C(V_1 - V_2) \quad (4-6)$$

ان أبعاد سعة المكثفة هي نفس أبعاد سعة ناقل وحيد ومعزول حيث تقاس سعة المكثفة بالفاراد .

ان العلاقة الاساسية (6 - 4) تسمح بتعريف واحدة السعة : الفاراد هو سعة كثافة كهربائية مشحونة بكمية من الكهرباء مقدارها واحد كولون عندما يكون فرق الكمون بين لبوسي المكثفة مساوياً لواحد فولت ،

وتسمح العلاقة (6 - 4) أيضاً بحساب أو قياس سعة مكثفة .

4.3 - تطبيقات على حساب سعات بعض المكثفات :

يمكن حساب سعات المكثفات التي لها أشكال هندسية بسيطة قابلة للحساب ويتم حساب سعة المكثفة بتعيين قيمة الحقل الكهربائي بين لبوسيهما وبالتالي حساب فرق الكمون بين لبوسيهما .

4.3.1 - حساب سعة مكثفة مستويية :

تتألف المكثفة المستويية من سطحين مستويين متوازيين

مساحة كل منهما A ومفصولين عن بعضهما بمسافة قدرها d الشكل (4-4) . فعندما نشحن اللبوس الاول بشحنة موجبة قيمتها Q ينشحن السطح الداخلى لللبوس الثاني بالتأثير بشحنة $-Q$ أما شحنة السطح الخارجى لللبوس الثاني ، الذي يكون عادة متصلاً بالارض فتتفرغ شحنته الى الارض ، وينشأ حقل كهربائي بين اللبوسين جهته صادرة عن اللبوس الموجب ومنتجه نحو اللبوس السالب .

فاذا كانت V_1 أكبر من V_2 فان اللبوسين A_1 و A_2 يحملان على الترتيب الكثافتان السطحيّتان $+\sigma$ و $-\sigma$. تكون سطوح تساوي الكمون عبارة عن مستويات موازية للبوسين ويكون الحقل الكهربائي E متجانساً ومساوياً الى مجموع الحقلين $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ الناتجين عن كل لبوس .

بتطبيق نظرية غوص فإن قيمة كل من E_1 و E_2 تعطى بالعلاقة :

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

لكن بما أن :

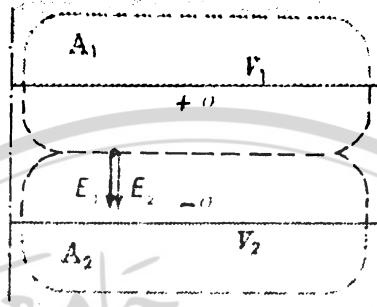
$$E = \frac{V_1 - V_2}{d}$$

فاذا كانت Q_1 الشحنة الموجودة على اللبوس A_1 ذو المساحة A وبما أن اللبوسين متشابهان أي لهما نفس المساحة فيمكننا كتابة :

$$\sigma = \frac{Q_1}{A}$$

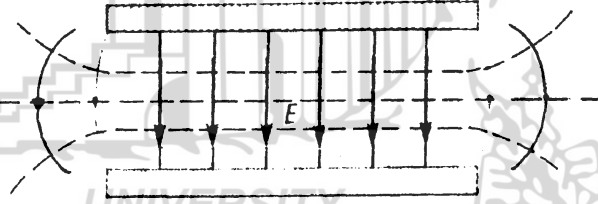
ومنه نجد :

$$C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



الشكل (4 - 4)

إذا لم يكن اللبوسين كبيرين جداً فإن الحقل سيكون متجانس في المنطقة الوسطى . ويظهر فقط بعض التشوهات عند نهايتي اللبوسين كما في الشكل (4 - 5) .



الشكل (4 - 5)

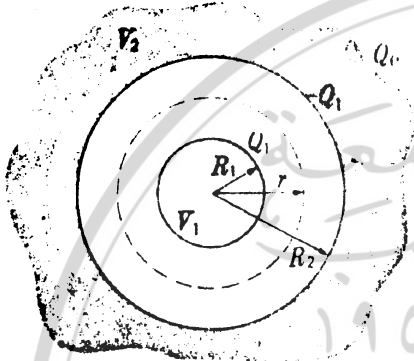
4.3.2 - حساب سعة المكثفة الكروية :

تتألف المكثفة الكروية من لبوسين كرويين متحدين بالمركز
الشكل (4 - 6) سوف نحسب سعة المكثفة الكروية في الحالة العامة حيث
السطح الخارجي للكرة الخارجية له شكل ما ليس بالضرورة كروي .

التناظر الكروي لا يتحقق من أجل الشحنة Q لذلك من غير

الممكن تحديد الكمونات بواسطة الحساب المباشر.

لحساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة واقعة بين اللبوسين الكرويين وتبعد مسافة قدرها r عن مركز الكرتين، نأخذ سطح غوص على شكل كرة نصف قطرها r فيكون التدفق من خلال هذا السطح:



$$\phi = \frac{Q_1}{\epsilon_0} = 4\pi r^2 E$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} = - \frac{dv}{dr}$$

الشكل (6 - 4)

$$\Rightarrow V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

وبالتالي فان:

$$V_1 - V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$$

وهذه العلاقة تظهر بأن السعة مستقلة عن الشحنة الخارجية Q_e وتوزعها.

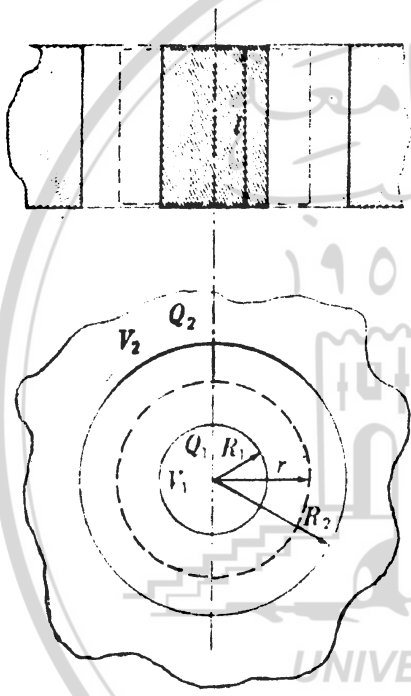
4.3.3 - حساب سعة المكثفة الاسطوانية:

سوف نحسب سعة المكثفة الاسطوانية الممثلة على الشكل

(7 - 4) التي تتألف من لبوسين على شكل اسطوانتين متحدثتين

في المحاور .

لحساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة ما واقعة بين الاسطوانتين وتبعد مسافة قدرها r عن محور الاسطوانتين نأخذ سطح غوص على شكل اسطوانة . الخط المنقط على الشكل (4 - 7) (الحقل له تناظر شعاعي) .

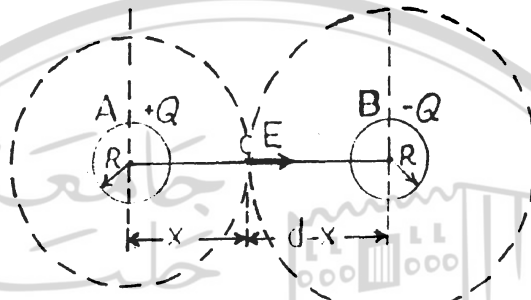
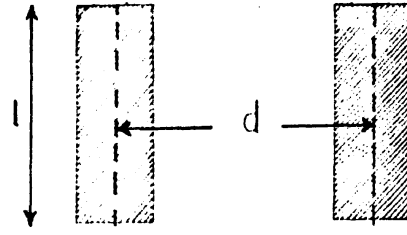


الشكل (4 - 7)

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{Q_1}{\epsilon_0} = 2\pi r l E \\ E &= \frac{Q_1}{2\pi l \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} = - \frac{dV}{dr} \\ dV &= - \frac{Q_1}{2\pi \epsilon_0 l} \frac{dr}{r} \\ V &= - \frac{Q_1}{2\pi \epsilon_0 l} \ln r + cte \\ \text{et } V_1 - V_2 &= \frac{Q_1}{2\pi l \epsilon_0} (\ln R_2 - \ln R_1) = \\ &= \frac{Q_1}{2\pi \epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1} \\ C &= \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}\end{aligned}$$

4.3.4 - حساب السعة بين ناقلين خطيين متوازيين:

بفرض أن A و B في الشكل (4 - 8) يمثلان سلكيين متوازيين نصف قطر كل منهما R والمسافة بين مركزيهما d لحساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة ما ولتكن C واقعة على الخط الواصل



الشكل (8 - 4)

بين المركزين وتبعد مسافة قدرها x عن السلك A نطبق نظرية غوص

$$\phi_1 = \frac{Q}{\epsilon_0} = 2\pi x l \cdot E_1$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 x \cdot l}$$

$$\phi_2 = \frac{Q}{\epsilon_0} = 2\pi (d - x) \cdot l \cdot E_2$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 (d - x) \cdot l}$$

وتكون شدة الحقل الكهربائي في النقطة C مساوية الى :

$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 l} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d - x} \right) = - \frac{dV}{dx}$$

$$\Rightarrow dV = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \cdot \ell} \left(-\frac{dx}{x} - \frac{dx}{d-x} \right)$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \cdot \ell} [-\ln x + \ln d - x]$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \cdot \ell} \{ [-\ln R + \ln(d-R)] - [-\ln(d-R) + \ln R] \}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{\pi\epsilon_0 \cdot \ell} \ln \frac{d-R}{R}$$

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\pi\epsilon_0 \cdot \ell}{\ln \left(\frac{d-R}{R} \right)}$$

4.4 - دور العازل في المكثف :

4.4.1 - تأثير العازل على السعة :

معظم المكثفات تستخدم مواداً صلبة عازلة بين ألواحها

للاسباب التالية :

- ١ - التغلب على مشكلة جعل المسافة بين لوحى المكثف صغيرة جداً وثابتة وحتى لا يحدث أي تلامس بينهما .
- ٢ - تجعل المكثف يتحمل كموناً أعلى بين لوحيه عما لو كان الوسط

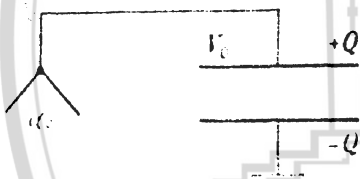
الفصل بينهما هو الخلاء .

٣ - تجعل سعة المكثف أكبر عما تكون عليه عندما يكون الوسط الفاصل بين لوحيه هو الخلاء .

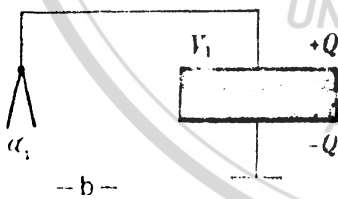
ويمكن تفسير ذلك كما يلي :

نفرض أن لدينا مكثف مشحون سعته C_0 وفرق الكمون بين لبوسيه V_0 عندما يكون الوسط الفاصل بينهما الخلاء . إذا وصلنا اللبوس الموجب للمكتفة الى كشاف كهربائي (مقياس الشحنة) ، الشكل (9 . a - 4) فان مقدار انفراج ورقتي الكشاف الكهربائي يتناسب مع V_0 :

$$V_0 = \frac{Q}{C_0}$$



فإذا أدخلنا صفيحة عازلة بين لبوسي المكتفة فان مقدار الانفراج بين ورقتي الكشاف يتناقص دليلاً على أن فرق الكمون بين لبوسي المكتفة



أصبح أقل من V_0 وليكن V_1 ، الشكل (9 . b - 4) لكن اذا أزيلت المادة

العازلة فان مقدار انفراج ورقتي الكشاف يعود الى ماكان عليه من

قبل دليلاً على أن الشحنة Q على المكثف لم تنقص بوجود المادة

العازلة :

$$C_1 = \frac{Q}{V_1} = \frac{V_0}{V_1} C_0$$

الشكل (9 - 4)

بما أن سعة المكثفة المستوية تعطى بالعلاقة :

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

فإننا نلاحظ من هذه العلاقة بأن فقط سماحية الوسط هــي

التي يمكن أن تتغير وهذا يُمكننا من انشاء التناسب التالي :

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{C_1}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r$$

حيث ϵ هي سماحية العازل و ϵ_r السماحية النسبية نسبة الى سماحية
الخلاء .

من المهم ملاحظة بأن المسافة بين اللبوسين تبقى ثابتة

وبالتالي فان الحقل الكهربائي بين اللبوسين قبل وضع العازل
سيتناقص بنفس النسبة التي تناقص بها الكمون نتيجة لوضع العازل
أي أن :

إذا فرضنا أن شدة الحقل الكهربائي قبل وضع العازل هي E_0

فإن :

$$V_0 = E_0 \cdot d$$

وبعد وضع العازل :

$$V_1 = E_1 \cdot d$$

وبما أن V_0 أكبر من V_1 فإن E_0 أكبر من E_1 :

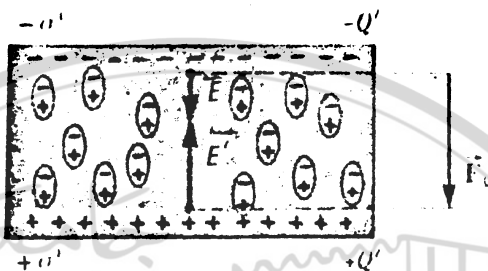
$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{E_0}{E_1} = \epsilon_r \quad (4-7)$$

تُفسر هذه الخاصة بواسطة ظاهرة التحريض الكهربائي أو استقطاب
الوسط العازل .

4.4.2 - استقطاب العوازل :

لنفرض بأن صفيحة عازلة وضعت في حقل كهربائي شدته E_0

الشكل (10 - 4) :



الشكل (10 - 4)

ان الحقل الخارجي E_0 سوف يؤدي الى توجيه جزيئات العازل ضمنه وعلى الرغم من هذا التغير فان مجموعة الشحنات ستحافظ على حيادية كلية .

بالمقابل ، على كل وجه ، تظهر مجموعة من الشحنات ذات اشارة مخالفة لشارة الوجه الثاني وهذا سيؤدي الى نشوء حقل كهربائي شدته E' معاكس للحقل الكهربائي المحرض . الحقل الناتج هو إذاً :

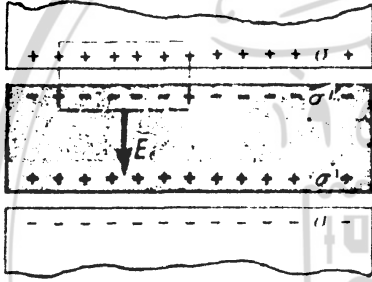
$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

حيث $\vec{E}$ هو الحقل الفعلي داخل العازل ، يمكن توضيحه بقياس فرق الكمون بين طرفي الصفيحة العازلة . يمكن حساب $\vec{E}'$ بمساعدة نظرية غاوس وذلك بأخذ بعين الاعتبار كل الشحنات الموزعة في العازل المفروض كما لو كان موجود في الخلاء حيث يكون فقط للشحنات

لسطحية معنى وهذا يقودنا الى أن:

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$$

يمكننا ملاحظة بأن ظاهرة التحريض تنتج بشكل مشابه في ناقل (الشكل 20-3) وفي عازل . لكن لماذا الحقل الناتج $\vec{E}$ لايساوي الصفر فسي هذه الحالة الاخيرة؟



الشكل (4 - 11)

من أجل الجواب على هذا السؤال ،نفرض بأن الصفيحة العازلة متوضعة بين لبوسيين مكثفة حيث E_0 شدة الحقل الكهربائي بين لبوسيهما ، الشكل (11 - 4)،

$$\text{وميث } E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ ، اذا كانت } \sigma$$

الكثافة السطحية لشحنات المكثفة .

يظهر إذاً بأن الحقل الناتج E ما هو إلا الحقل E_1 الموضح سابقاً بالعلاقة (7 - 4) ومنه:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E' = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (4-9)$$

من هذه العلاقة يمكننا كتابة :

$$\epsilon_r = \frac{\sigma}{\sigma - \sigma'} \quad (4-10)$$

حيث ϵ_r تظهر كنسبة بين شحنة المكثفة الى الفرق بين هذه الشحنة وتلك المحرزة على سطح العازل .

ملاحظة (1 - 4) :

تظهر العلاقة (9 - 4) بأنه يمكننا حساب الحقل الكهربائي داخل العازل وذلك بتطبيق نظرية غوص بشكلين مختلفين ، انظر الشكل (11 - 4) .

- إما نستعمل سماحية الخلاء ولكن في هذه الحالة يجب الاخذ بعين الاعتبار شحنات العازل :

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}$$

- أو نهمل شحنات العازل بشرط أن نستخدم سماحية الوسط للعازل :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

بما أن الشحنات لا يمكن أن تتحرك بشكل حر في العازل فإننا ندرك بأن عدد الشحنات التي تظهر على السطح ستكون أقل من تلك التي ستتحرض بالتأثير الكلي فيما اذا كانت الصفيحة ناقلة . ان حقيقة كون σ دائماً أقل من σ يعلل سبب ادخال العامل ϵ_r الذي هو دائماً أكبر من الواحد .

في دراستنا السابقة فرضنا بأن العازل يحتل كل الفراغ الموجود بين اللبوسين . لنرى ما الذي يحدث اذا لم يحتل العازل كل الفراغ الموجود بين اللبوسين . ان المثال التالي يجيب على هذا السؤال .

مثال (1 - 4) :

يوضح الشكل (12 - 4) مكثفة مستوية مشحونة بكثافة سطحية

σ ، المسافة بين اللبوسين D ،

وصفيحة عازلة سماكتها d

متوضعة بين اللبوسين ، ان

تطبيق نظرية غـوص

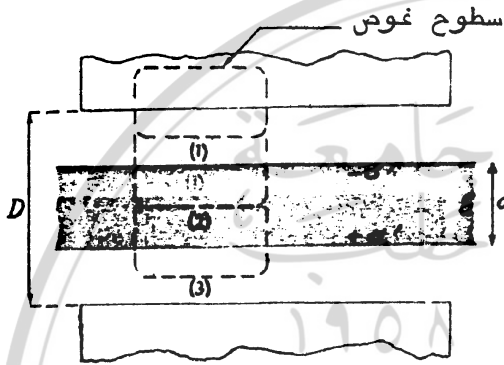
المشروحة في الملاحظة

(1 - 4) السابقة

تسمح بايجاد شدة الحقل

الكهربائي في كل منطقة

كمايلي :



الشكل (12 - 4)

$$E_2 = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$E_3 = \frac{\sigma + \sigma' - \sigma'}{\epsilon_0} = E_0$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = E_0$$

بظهر إذاً بأن :

- الحقل الكهربائي داخل العازل هو نفس الحقل الذي ينتج

فيما اذا كان العازل يحتل كل الفراغ بين اللبوسين .

- الحقل الكهربائي خارج العازل هو نفس الحقل الذي ينتج

فيما اذا لم يكن هناك عازل .

بالمقابل ، عرض المناطق التي فيها يوجد كل حقل من الحقول

المحسوبة سابقاً سوف يؤثر على فرق الكمون بين الصفائح ونتيجة

لذلك سوف يؤثر على سعة المكثف.

4.4.3 - المتجهات الكهربائية الثلاثية :

وجدنا أنه في حالة وضع عازل بين لبوسي المكثف فإن

نظرية غومس يمكن أن تكتب بأحد الشكلين التاليين :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

أو :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$$

فإذا أخذنا بالشكل الأول نجد :

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

فإذا رمزنا ب :

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

حيث σ الكثافة السطحية للشحنات الحرة :

وب :

$$E' = \frac{q'}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$$

حيث σ' الكثافة السطحية للشحنات المرتبطة (الشحنات الموجودة على

العازل) ، عندئذ يمكن أن نكتب :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

و :

$$\epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E}_0 + \epsilon_0 \vec{E}' \quad (4-11)$$

بادخال مفهوم المتجهة $\vec{D}$ التي تسمى بمتجهة الانزياح:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 \quad ; \quad D = \sigma = \frac{q}{A} \quad (4-12)$$

وبادخال مفهوم متجهة الاستقطاب $\vec{P}$:

$$\vec{P} = -\epsilon_0 \vec{E}' \quad (4-13)$$

بالتعويض في العلاقة (11 - 4) نجد:

$$\epsilon_0 \vec{E} = \vec{D} - \vec{P} \Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (4-14)$$

هذه العلاقة هي علاقة عامة ويمكن أن نطبق في جميع الاوساط .

حيث : $\vec{E}$ هي شدة الحقل 'الناتج' عن كل الشحنات (حرة + مرتبطة)

$\vec{D}$ متجهة الانزياح وتنتج فقط عن الشحنات الحرة .

$\vec{P}$ متجهة الاستقطاب وتنتج فقط عن الشحنات المرتبطة .

ملاحظة (2 - 4) :

في حالة عدم وجود عازل فان $\vec{P} = 0$ عندئذ تكتب العلاقة

(14 - 4) بالشكل التالي :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

- من العلاقة (12 - 4) نجد :

$$D = \sigma = \frac{q}{A}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \Rightarrow \sigma = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

وهذه العلاقة تربط بين شدة الحقل الكهربائي الكلي (الشحنات الحرة والمرتبطة) وطويلة متجهة الانزياح $\vec{D}$.

4.4.4 - متانة العازل :

لقد أشرنا سابقاً في الفقرة (1-6-3) الى امكانية انفراغ كهربائي قوي اذا أصبح الحقل بين الناقلين كبيراً جداً. هذا الحقل الممزق يوافق ، من أجل سماكة معطاة ، الى كمون الذي نسميه كمون الانهيار والذي يعتمد بالطبع على طبيعة العازل .

نسمي متانة العازل فرق الكمون الذي يمكن أن يتحمله عازل ذو سماكة تساوي 1cm بدون أن يحدث انفراغ كهربائي قوي .

يُعبّر عن المتانة عادة بوحدة الكيلو فولت . عند درجة الحرارة العادية ، هذه المتانة تساوي الى 32 كيلو فولت من أجل الهواء ، ومن 100 الى 300 من أجل الزجاج ومن 400 الى 450 من أجل ورق البرافين والى 700 من أجل الميكا..... الخ .

عند وضع عازل بين لبوسي مكثفة ، في هذه الحالة يوجد حد لفرق الكمون المطبق بين لبوسيه لا يمكن تجاوزه حتى لا ينهار العازل ولكي تؤدي المكثفة الدور المطلوب منها . لنلاحظ على أية حال بأنه في حالة عازل غازي أو سائل فإن الانفراغ القوي لا يعطب العازل لأن هذا العازل يتولد من تلقاء نفسه ، بالمقابل اذا كان العازل صلباً فسوف ينتقب بواسطة الشرارة ولم يعد يتحمل كمون أعلى من كمون

أنهيار الهواء ، في هذه الحالة نقول بأن المكثفة عطبت.

4.5 - وصل المكثفات:

ان المميزات الرئيسية لمكثفة هي السعة والتمتانة :

حسب الاستخدام المطلوب سنبحث على تحسين أحدهما أو كلاهما معاً . في هذا الاحتمال الاخير ، يجب ملاحظة فائدة استعمال العازل مثل الزجاج ، ورق البرافين ، الميكا أو السيراميك (هذه العوازل لها سماحية نسبية يمكن أن تصل الى 10000) التي تزيد السعة والتمتانة في أجزاء معتبرة بالنسبة الى الهواء ، بالمقابل من أجل عازل معطى ، لا يبقى سوى السعة وفرق الكمون المطبق المتغير بشكل عكسي كتابع لسماكة العازل : لهذا السبب نجبر عادة على عمل وصل للمكثفات من أجل الحصول على المميزات المطلوبة للمكثف المطلوب .

تعريف المكثفة المكافئة :

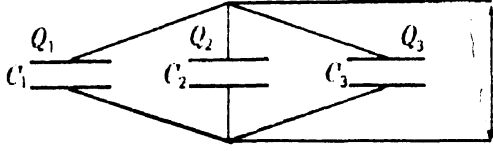
المكثفة المكافئة لمجموعة مكثفات ، هي المكثفة التي تشمن عند نفس فرق الكمون الذي تنشمن عنده المجموعة مقدمة نفس كمية الكهرباء عند التفريغ .

4.5.1 - وصل المكثفات على التفرع :

يطبق نفس فرق الكمون V بين نقطتين A و B حيث توصل بالتدريج كل اللبوسات الداخلية الى النقطة A وكل اللبوسات

الخارجية الى النقطة B كما هو واضح في الشكل (13 - 4) .

لدينا :



$$Q_1 = C_1 \cdot V \quad ; \quad Q_2 = C_2 \cdot V$$

$$Q_3 = C_3 \cdot V$$

الشحنة الكلية :

الشكل (13 - 4)

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) V \quad (4-15)$$

وهذه الشحنة يجب أن تساوي شحنة المكثفة المكافئة حسب التعريف .

$$Q = C \cdot V \quad (4-16)$$

حيث C هي سعة المكثفة المكافئة

بالمساواة بين (4 - 15) و (4 - 16) نجد :

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

إذاً سعة المكثفة المكافئة تساوي الى مجموع السعات لكل المكثفات الموصولة على التفرع .

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

4.5.2 - وصل المكثفات على التسلسل :

ليكن لدينا ثلاث مكثفات موصولة على التسلسل (اللبوس

الداخلي لللبوس الاول موصول الى اللبوس الخارجي للمكثف الذي

يليه وهكذا ...) كما هو واضح في الشكل (14 - 4) .

ماذا يحدث اذا طبقنا فرق كسور V على أطراف مجموعة

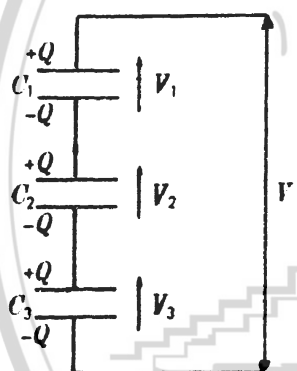
المكثفات المعتدلة ؟ اذا ظهرت شحنة Q على اللبوس الاول فإن شحنة -Q

تنتج على اللبوس الثاني بالتأثير وهكذا بالتدريج حتى اللبوس
الآخـير.

بين لبوسي كل مكثف يظهر إذاً فرق كمون بحيث أن :

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} ; V_2 = \frac{Q}{C_2} ; V_3 = \frac{Q}{C_3}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$



إذا رمزنا للسعة المكافئة

لهذه المكثفات بـ C عندئذ يمكن

أن نكتب :

$$V = Q \frac{1}{C}$$

بمقارنة العلاقتين السابقتين نجد

أن :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

الشكل (14 - 4)

إذاً مقلوب سعة المكثفة المكافئة يساوي

الى مجموع مقلوب السعات لكل المكثفات الموصولة على التسلسل.

حالة خاصة :

عندما نجمع مجموعة من المكثفات المتشابهة على التسلسل

عندئذ تكون سعة المكثفة المكافئة تساوي الى سعة احدى المكثفات

مقسوماً على عددها أي أن :

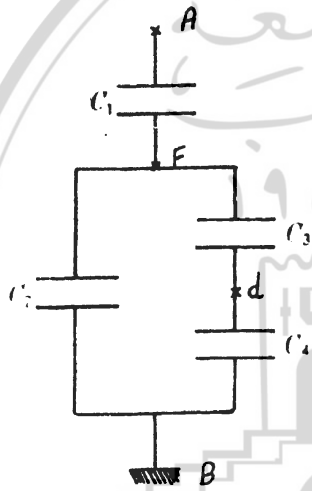
$$C = \frac{C_1}{n}$$

حيث C_1 سعة احدى المكثفات الموصولة على التسلسل و n عددها .

وبالتالي فإن قيمة الكمون المطبق بين لبوسي كل مكثف من هذه المكثفات يساوي الى :

$$V_i = \frac{V}{n} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

مثال (2 - 4) :



لتكن لدينا أربع مكثفات لها نفس الاشكال الهندسية كما هو واضح بالشكل ، لهذه المكثفات سماحية نسبية تساوي الى الواحد من أجل المكثف C_1 وتساوى الى 3 من أجل C_2, C_3, C_4 طبق على مجموعة هذه المكثفات فرق كمون قدره $V = 2000$ فإذا كانت $C_1 = 10^{-3} \mu F$ فأحسب فرق الكمون بين لبوسي كل مكثف من هذه المكثفات .

الحل :

$$C_1 = 10^{-3} \mu F = 10^{-9} F$$

$$C_2 = C_3 = C_4 = 3 \times 10^{-9} F$$

ان المكثفتين C_3 و C_4 موصولتين على التسلسل :

$$C_5 = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = \frac{9 \times 10^{-9}}{6 \times 10^{-9}} = 1.5 \times 10^{-9} F$$

المكثفتين C_5 و C_2 موصولتين على التفرع:

$$C_6 = C_5 + C_2 = 1.5 \times 10^{-9} + 3 \times 10^{-9} = 4.5 \times 10^{-9} \text{ F}$$

المكثفتين C_1 و C_6 موصولتين على التسلسل :

$$C = \frac{C_6 \cdot C_1}{C_6 + C_1} = \frac{4.5 \times 10^{-9} \times 10^{-9}}{4.5 \times 10^{-9} + 10^{-9}} = \frac{4.5 \times 10^{-18}}{5.5 \times 10^{-9}}$$

وبالتالي فإن السعة المكافئة تساوي الى :

$$C = 0.818 \times 10^{-9} \text{ F}$$

تحتسب الشحنة الموجودة على هذه المكثفة من العلاقة :

$$Q = C(V_A - V_B)$$

$$Q = 0.818 \times 10^{-9} \times 2000 = 1.636 \times 10^{-6} \text{ coul}$$

وبالتالي فإن فرق الكمون بين طرفي المكثف C_1 :

$$V_A - V_F = \frac{Q}{C_1} = \frac{1.636 \times 10^{-6}}{10^{-9}} = 1636 \text{ Volt}$$

يحسب فرق الكمون بين طرفي المكثف C_2 وبين طرفي المكثف C_5 بالشكل

التالي :

$$C_6 = \frac{Q}{V_F - V_B} \implies V_F - V_B = \frac{Q}{C_6} = 364 \text{ Volt}$$

الشحنة الموجودة على المكثفتين C_3 و C_4 تساوي الى :

$$C_5 = \frac{Q'}{V_F - V_B} \implies Q' = C_5 (V_F - V_B)$$

$$Q' = 1.5 \times 10^{-9} \times 364 = 546 \times 10^{-9} \text{ coul}$$

وبالتالي فإن فرق الكمون بين طرفي المكثف C_3 يساوي الى :

$$V_F - V_d = \frac{Q}{C_3} = \frac{546 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-9}} = 182 \text{ Volt}$$

وكذلك فإن فرق الكمون بين طرفي المكثف C_4 يساوي الى :

$$V_d - V_B = \frac{Q'}{C_4} = \frac{546 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-9}} = 182 \text{ Volt}$$

4.6 - الطاقة الكهربائية المخزنة :

4.6.1 - الطاقة الكهربائية المخزنة في ناقل :

ان مفهوم السعة يسمح بأعطاء عبارات جديدة للطاقة الكهربائية المخزنة في ناقل : فمن أجل ناقل معزول فإن السعة تعطى بالعلاقة التالية :

$$C = \frac{Q}{V}$$

ومنه :

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

4.6.2 - الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثف مشحون :

لنطبق العلاقة العامة التي تعطي طاقة ناقل العلاقة (12 - 3)

$$U = \frac{1}{2} \sum_i Q_i V_i$$

على المكثف الموضح في الشكل (3 - 4) .

هذه العلاقة سوف تعطي علاقة الطاقة الكهربائية المخزنة في الناقلين

حيث :

$$U = \frac{1}{2} (Q_1 V_1 - Q_1 V_2 + Q_e V_2) \quad (4-17)$$

لكن ،بأخذ بعين الاعتبار الدور الذي تلعبه الشحنة Q_e والتي تمسـ
دراستها سابقاً في الفقرة (2 - 4) يجب ملاحظة بأن الطاقة الوحيدة
التي يمكن استعادتها عند تفريغ المكثفة تأتي فقط من الحديــــن
الاولين من العلاقة السابقة :

وبالتالي فان الطاقة الحقيقية المختزنة في المكثفة بعد الاخذ

بعيــــــــن الاعتبار تعريف سعة المكثفة هي :

$$U = \frac{1}{2} Q_1 (V_1 - V_2)$$

$$U = \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C}$$

وهذه العلاقات صحيحة مهما تكن نوع المكثفة ونوع عازلها .

4.6.3 - تمرکز الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثف :

قدم ماكسويل الفرضية القائلة بأن الطاقة الكهربائية لايمكن
أن تتوضع داخل الناقل حيث الحقل الكهربائي معدوم ،لكن خارج الناقل
حيث يوجد الحقل.

لنرى هذه الفرضية في حالة المكثفة المستوية ،حيث تعطى

الطاقة المختزنة بالعلاقة :

$$U = \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2$$

لكن ، تعطى سعة المكثفة المستوية بالعلاقة :

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

وكذلك :

$$E = \frac{V_1 - V_2}{d}$$

ينتج لدينا إذاً :

$$U = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \cdot A \cdot d$$

نكن $A \cdot d$ ماهو إلا الحجم الخاضع للحقل الكهربائي . يمكننا إذاً استنتاج الطاقة الحجمية المتوزعة في كل المناطق حيث يوجد النقص الكهربائي . أو

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

التي يمكن كتابتها أيضاً على الشكل التالي بعد الأخذ بعين الاعتبار

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{2} DE$$

في حالة الخلاء، يمكن كتابة العلاقة السابقة بالشكل التالي :

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

وفي حالة وجود العازل ، حيث لدينا :

$$D = \epsilon_0 E + P$$

ينتج :

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} P.E$$

يظهر إذاً بأن جزء من الطاقة الكهربائية ($\frac{1}{2} P.E$) مختزن في العازل نفسه: التي هي عبارة عن طاقة الاستقطاب للعازل .

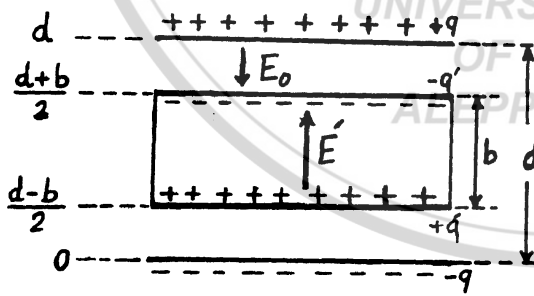
أما بالنسبة للجزء الآخر ($\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$) الذي يوجد في الفراغ فيجب القبول بأنه الطاقة الداعمة للحقل نفسه، وهذه نفس الطاقة التي يمكن أن تتحول على شكل اشعاعات أو أمواج كهرومغناطيسية .

مثال (3 - 4):

مكثفة مستوية مساحة سطحها A والبعد بين لبوسيهما d ، طبق فرق كمون قدره V_0 على لبوسي هذه المكثفة ثم فصل مصدر الجهد وأدخل بين لبوسيهما صفيحة عازلة ثابت عزلها ϵ_r وسماكتها b . بفرض أن :

$$\epsilon_r = 7, V_0 = 100 \text{ Volt}, b = 0.5 \text{ cm}, d = 1 \text{ cm}, A = 100 \text{ cm}^2$$

والمطلوب حساب :



أ - السعة C_0 قبل ادخال الصفيحة

العازلة .

ب - الشحنة الحرة q

ج - شدة الحقل الكهربائي في

العازل .

د - فرق الكمون بين لبوسي المكثفة .

هـ - السعة عند وجود الصفيحة العازلة .

المحل

٢ - حساب : C_o

$$C_o = \frac{\epsilon_o \cdot A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-2}}{10^{-2}}$$

$$C_o = 8.85 \times 10^{-12} \text{ PF}$$

ب -

$$q = C_o \cdot V_o = 8.85 \times 10^{-12} \times 100 = 8.85 \times 10^{-10} \text{ coul}$$

ج - نحسب شدة الحقل الكهربائي في العازل بتطبيق نظرية غاوس .

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$$

$$E \cdot A = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_o \cdot \epsilon_r \cdot A} = \frac{8.85 \times 10^{-10}}{8.85 \times 10^{-12} \times 7 \times 10^{-2}} = \frac{1 \times 10^7}{7}$$

$$E = 0.14 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

د - لكي نستطيع حساب فرق الكمون بين لبوسي المكثفة يجب حساب

قيمة الحقل E_o الناتج بين لبوسي المكثفة في حال عدم وجود

عازل :

$$\oint \vec{E}_o \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_o}$$

$$\Rightarrow E_o = \frac{q}{\epsilon_o \cdot A} = \frac{8.85 \times 10^{-10}}{8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-2}} = 1 \times 10^4 \frac{\text{volt}}{\text{m}}$$

$$V_1 - V_2 = - \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = + \int_0^{\frac{d-b}{2}} E_0 d\ell + \int_{\frac{d-b}{2}}^{\frac{d+b}{2}} E \cdot d\ell + \int_{\frac{d+b}{2}}^d E_0 d\ell$$

$$V_1 - V_2 = E_0 \left(\frac{d-b}{2} \right) + E \left[\left(\frac{d+b}{2} \right) - \left(\frac{d-b}{2} \right) \right] + E_0 \left[d - \left(\frac{d+b}{2} \right) \right]$$

$$V_1 - V_2 = E_0 \cdot \frac{d}{2} - E_0 \cdot \frac{b}{2} + E \cdot b + E_0 \cdot \frac{d}{2} - E_0 \cdot \frac{b}{2}$$

$$V_1 - V_2 = E_0 \cdot d - E_0 \cdot b + E \cdot b$$

$$V_1 - V_2 = E_0 \cdot (d-b) + E \cdot b = (1 \times 10^4) (5 \times 10^{-3}) + 0.14 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-3}$$

$$V_1 - V_2 = 57 \text{ Volt}$$

هـ - السعة عند وجود العازل :

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{8.85 \times 10^{-10}}{57} = 16 \text{ PF}$$

نلاحظ بأنه عندما ندخل الصفيحة العازلة ينخفض فرق الكمون من

100Volt الى 57Volt في حين أن سعة المكثف تزيد من 8.85PF الى 16 PF

ملاحظة (3 - 4) :

كان بالامكان حل المثال السابق بطريقة ثانية وذلك اذا
أخذنا بعين الاعتبار بأن السطح الفاصل الاول بين الخلاء والعازل

يشكل سطح تساوي كمون وكذلك السطح الفاصل الثاني بين الفـلاء
والعازل يشكل هو أيضاً سطح تساوي كمون وبالتالي فان المسألة
تؤول الى جمع ثلاث مكثفات موصولة على التسلسل.



تمارين غير محلولة

١ - مكثف سعته $20\mu F$ شحنتى حتى أصبح فرق الكمون بين طرفيه $1000V$ ثم وصل طرفيه بطرفي مكثف آخر غير مشحون سعته $5\mu F$ والمطلوب:

١ - احسب الشحنة الحرة على المكثف .

٢ - فرق الكمون النهائي بين طرفي كل من المكثفتين .

٣ - الطاقة النهائية للمجموعة (طاقة المكثف المكافئ)

٤ - النقص في الطاقة بعد توصيل المكثفتين .

٢ - مكثف ذو لوحين متوازيين مساحة كل لوح 2000 cm^2 تفصلهما مسافة 1 cm إذا كان فرق الكمون بينهما (أي بين اللبوسين) V_0 مساوياً $3000V$ عند وضع مادة عازلة بين اللوحين فإن قيمة فرق الكمون بين طرفي اللبوسين تصبح مساوية $1000V$ والمطلوب حساب ما يلي:

١ - سعة المكثفة الاصلية C_0

٢ - الشحنة Q على كل لوح .

٣ - السعة C بعد ادخال العازل .

٤ - ثابت العازل ϵ_r (السماحية النسبية)

٥ - سماحية العازل ϵ

٦ - الشحنة المرتبطة Q' على كل وجه من وجهي العازل .

٧ - قيمة شدة الحقل الكهربائي الاصل E_0 بين اللوحين

٨ - قيمة E بعد ادخال العازل .

٢ - مكثفتان متشابهتان أحدهما يستخدم الزجاج كمادة عازلة بين لوحيه

والاخر يستخدم الابونيت . اذا شحن المكثف الاول بحيث أصبح الكمون بين لبوسيه مساوياً الى V_0 ثم وصل على التفرع بمكثف الابونيت فلو حظ انخفاض فرق الكمون الى $0.6V_0$ ما هو ثابت العازل للزجاج . اذا كان ثابت العازل للابونيت يساوي 2 .

ملاحظة : بفرض أن Q_0 هي الشحنة المتوسطة على مكثف الزجاج قبل الوصل .

٤ - مكثفة مستوية سعتها $C = 600 \mu F$ والبعد بين لبوسيهما d والمطلوب :

- ١ - كيف تتحول السعة اذا وضع بين لبوسيهما صفيحة نحاسية موازية لللبوسين ويساوي سمكها $\frac{1}{4}d$
- ٢ - هل تتغير السعة فيما لو تغير موضع الصفيحة ؟
- ٣ - لو أبدلت هذه الصفيحة النحاسية بعازل كهربائي ثابت عزله ϵ_r فاحسب سعة المكثفة .
- ٤ - قارن بين (١) و (٢) ماذا تستنتج .

٥ - كرتان ناقلتان نصف قطر الاولى $R_1 = 9 \text{ cm}$ ونصف قطر الثانية $R_2 = 2.25 \text{ cm}$ شحنتا بشحنتين موجبتين q و q' فإذا كانت القوة المتبادلة بينهما تساوي 360 N عندما تكون المسافة بين مركزيها تساوي 10 cm ثم وصلت الكرتين بواسطة سلك رفيع وطويل مع بقاء المسافة بين الكرتين ثابتة فأصبحت قوة التنافر المتبادلة تساوي 230.4 N والمطلوب ماهي الشحنة الاولى لكل كرة .

٦ - مكثفة مستوية يملأ الفراغ بين لبوسيتها عازل تتغير سماحيته خطياً من القيمة ϵ_1 عند أحد اللبوسين الى القيمة ϵ_2 عند اللبوس الاخر . ماهي سعة هذه المكثفة اذا كانت المسافة بين لبوسيتها l ومساحة كل لبوس S .

٧ - مكثفة سعتها $8.5 \mu F$ ماكمية الشحنة التي يجب ازالتها لكي ينخفض فرق الكمون بين لبوسيتها بمقدار 50 فولط .

٨ - مساحة سطح كل من لبوسي مكثفة مستوية يساوي الى $2 m^2$ والمسافة التي تفصلهما $d = 5mm$ ومفرغة . اذا كان فرق الكمون بين لبوسي المكثفة $10000V$ والمطلوب حساب :

- ١ - سعة المكثفة .
- ٢ - الشحنة على كل من لبوسيتها .
- ٣ - شدة الحقل الكهربائي في نقطة واقعة بين اللبوسيين .

الفصل الخامس

التيار الكهربائي المستمر

5.1 - تعريف التيار الكهربائي :

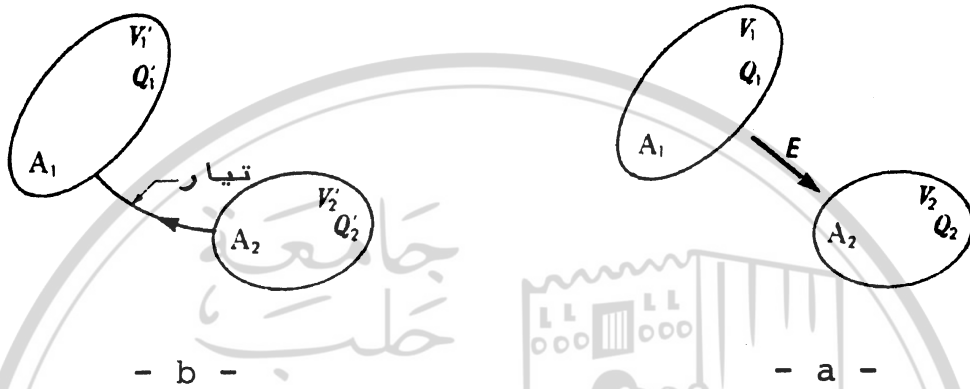
5.1.1 - فقدان التوازن الكهربائي :

بحثنا في عدة مرات ظاهرة حركة الشحنات الكهربائية في النواقل من خلال تغيرات حالة التوازن الكهربائي ، لنذكر هنا تجربة توضح هذه الظاهرة .

ليكن لدينا ناقلين معزولين A_1 و A_2 في حالة توازن كهربائي ، الحقل الكهربائي معدوم داخل كل ناقل ، بالمقابل ، يوجد حقل كهربائي بين الناقلين إذا كان كمون الناقلين مختلفين . فإذا كان V_1 أكبر من V_2 فإن هذا الحقل يكون متجه من A_1 إلى A_2 كما هو واضح في الشكل (1.a - 5) .

عندما نصل الناقلين A_1 و A_2 بواسطة سلك ناقل كما هو واضح في الشكل (1.b - 5) عندئذ يحدث فقدان لحالة التوازن الكهربائي . يشكل الناقلين A_1 و A_2 إذاً ناقل وحيد الذي لا يكون

سطح تساوي كمون : سيوجد إذاً داخل السلك حقل كهربائي الذي سوف يسبب انتقال الشحنات بين الناقلين حتى الوصول الى حالة توازن جديدة .



الشكل (1 - 5)

التيار سيتوقف عندما يتساوى كمون الناقلين وينعدم الحقل الكهربائي بين الناقلين .

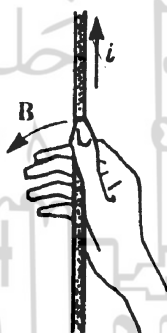
5.2 - التأثيرات المختلفة للتيار الكهربائي :

كيف يمكننا الاستدلال على وجود التيار الكهربائي ؟
توجد عدة آثار خاصة للتيار الكهربائي التي سنصنفها الى ثلاثة أصناف رئيسية .

5.2.1 - التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي :

في عام ١٨١٩ - ١٨٢٠ اكتشف العالم الهولندي هانس كريستيان أورستد Hans Christian Ørsted بأن الناقل الذي يمر فيه تيار كهربائي يؤدي الى ظهور قوى تؤثر على اتجاه الأبرة

المغناطيسية ، ويتعين اتجاه انحراف الابرّة وفق قاعدة أصابع كف اليد اليمنى ، فاذا وضعنا أبهام كفنا الايمن بحيث يشير الى اتجاه التيار الكهربائي فان التفاف باقي أصابع اليد يشير الى اتجاه انحراف القطب الشمالي للابرّة المغناطيسية الشكل (2 - 5) . كذلك عند وضع دارتين كهربائيتين بجانب بعضهما البعض فان فعل ميكانيكي متبادل سوف يظهر . سوف نرى بأن لهذه الظواهر نفس المنشأ . هذه الظواهر تشكل موضوع النظرية الكهروضوئية التي سوف ندرسها بالتفصيل ابتداءً من الفصل القادم .



الشكل (2 - 5)

5.2.2 - التأثير الحراري للتيار الكهربائي :

ان مرور التيار الكهربائي في النواقل يؤدي الى رفع درجة حرارتها . فبمرور التيار الكهربائي في سلك معدني يمكن أن يسفنه الى الدرجة المطلوبة . ويمكن أن يؤدي الى صهره أو تبخيره اذا كانت شدة التيار الكهربائي كافية ويسمى هذا الاثر بفعل جول .

5.2.3 - التأثير الكيميائي للتيار الكهربائي :

لوحظ عند مرور التيار الكهربائي في بعض المحاليل الناقلة بأنه يقوم بفصل العناصر الكيميائية عن بعضها ، فمثلاً عندما يمر

التيار الكهربائي في محلول كلور النحاس CuCl_2 فإن النحاس يترسب على أحد القطبين وينطلق الكلور حول القطب الآخر ، وتسمى هذه الظاهرة بالتحليل الكهربائي وهي لا تظهر في كل المحاليل الناقلة . لذلك تقسم النواقل الى قسمين :

الاول ويدعى بالنواقل من الدرجة الاولى ، وهي التي لا تتحلل بمرور التيار الكهربائي مثل المعادن والفحم .

الثاني يدعى بالنواقل من الدرجة الثانية وهي التي تتحلل بمرور التيار الكهربائي مثل المحاليل المائية للأملاح والحموض والاسس ، وقد يرافق ظاهرة التحليل الكهربائي نواتج غير متوقعة كأنطلاق غازات مثلاً بسبب حصول تفاعلات ثانوية حول الاقطاب الكهربائية لا ترتبط بوجود التيار الكهربائي وليس لها علاقة مباشرة بالتحليل الكهربائي .

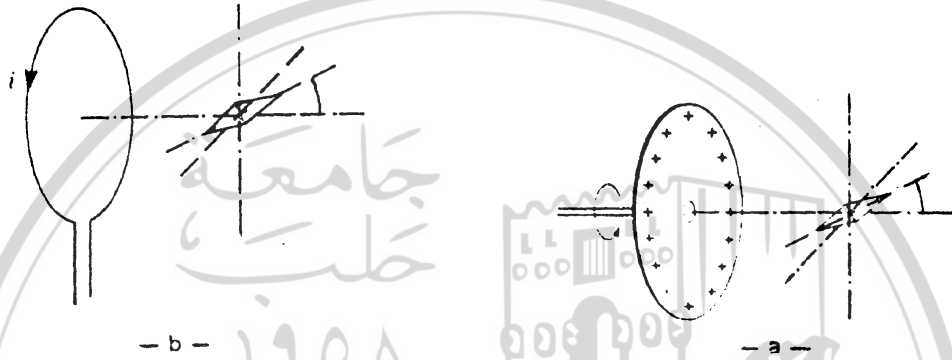
ولكن يمكن استنتاج قاعدة بسيطة هي أنه حول القطب السالب (المهبط) تتحرر المعادن والهيدروجين دوماً ، بينما تتحرر بقية العناصر الكيميائية حول القطب الموجب (المصعد) . ولا تتعلق كمية المادة المتحررة بشكل الوعاء أو كبره ، أو شكل المسرى ، بل تتناسب مع الشحنة الكهربائية المارة في المحلول الناقل كما أنها تختلف باختلاف العناصر ، أي باختلاف وزنها الذري .

5.3 - الانواع المختلفة للتيار:

أقدم التيارات الكهربائية المعروفة هي تيار النقل الذي ينتج عن انتقال الشحنات في المعادن .

مع ذلك ، اذا وضعنا شحنات على السطح الخارجي لقرص دائري

وجعلناه يدور حول محوره ، ووضعا بالقرب منه ابرة مغناطيسية فإننا نلاحظ انحراف الابرّة المغناطيسية بشكل مشابه للانحراف الذي يمكن أن نلاحظه عندما نضع الابرّة المغناطيسية بالقرب من حلقة يمر فيها تيار شدته i ، الشكل (3 - 5) :



الشكل (3 - 5)

إذا بدلنا جهة الدوران فإن جهة انحراف الابرّة يتغير بالإضافة الى ذلك فإن زيادة سرعة الدوران يؤدي الى زيادة انحراف الابرّة بشكل مشابه الى الذي يحصل للابرّة المغناطيسية فيما اذا ازدادت شدة التيار المار في الحلقة .

هذه التجربة أجريت من قبل العالم رولاند في عام ١٨٩٦ .
تبرهن هذه التجربة على العلاقة بين التيار وحركة الشحنة ، وهي توضح أيضاً وجود التيار الناتج عن الشحنات المرتبطة على حامل مادي كنتيجة لدوران هذا الحامل . هذه التيارات تدعى أحيانا بتيارات الحمل .

يوجد أيضاً تيارات خاصة ناتجة عن حركة الشحنات في الفراغ،

بدون حوامل مادية.

تؤخذ جهة التيار عادة جهة حركة الشحنات الموجبة أو الاتجاه

المعاكس لحركة الشحنات السالبة، فجهة تيار النقل هي إذاً جهة

الحقل الكهربائي الذي يسبب حركة الشحنات.

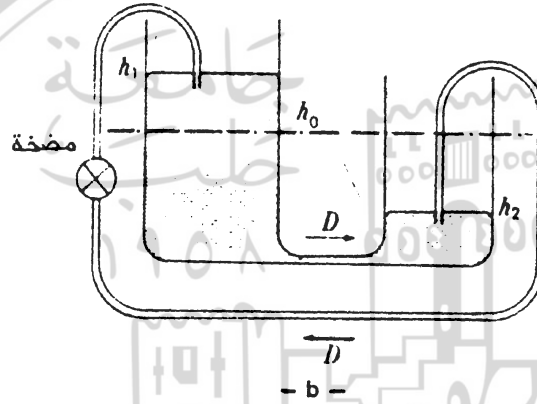
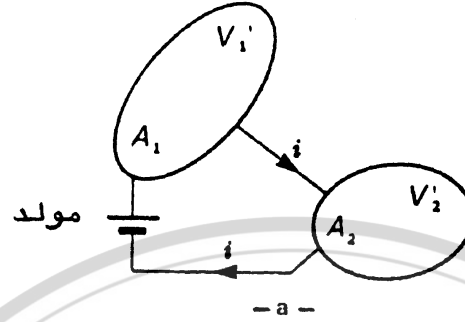
5.4 - التيار الكهربائي المستمر، حقل التحريك الكهربائي، القوى

المحركة الكهربائية:

يمكن الحفاظ على تيار الحمل باستمرار بدوران الحامل المادي للشحنات، لكن تيارات النقل أو التيارات الخاصة لا يمكن المحافظة عليها إلا إذا حافظنا على حالة عدم توازن كهربائي وذلك بتجديد جريان الشحنات.

ان وضع مولد بين ناقلين A_1 و A_2 موصولين بواسطة سلك معدني يشكل دائرة مغلقة للتيار بحيث أن المعدل i للشحنات المارة من A_2 الى A_1 يساوي الى المعدل i للشحنات المارة من A_1 الى A_2 الشكل (4.a - 5). يلعب المولد نفس الدور التي تلعبه مضخة التي تحافظ على حالة عدم توازن لسوية الماء بين دورقين متصلين ، بدون مضخة ، المعدل D يساوي الى المعدل D لجريان الماء بين الدورقين ، تسعى السويتين h_1 و h_2 نحو سوية مشتركة h_0 ، نفس الشيء الذي يسعى اليه الناقلين الى كمون مشترك V_0 الشكل (4.b - 5) ، نقول بأنه يوجد تشابه بين العمليتين:

توافق h الكمون V وتوافق D التيار i .



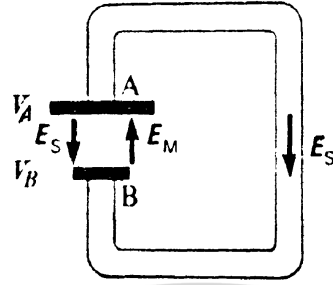
الشكل (4 - 5)

ان دور المولد لا يكون إذاً بخلق الشحنات ، لكن بجعل الشحنات تدور في الدارة المغلقة . الشحنات المتدفقة تحت تأثير الحقل الكهربائي بين الكمونات V_1 و V_2 تقدم عمل ، المولد يجب إذاً أن يعيد هذا العمل لمرار الشحنات الموجبة من الكمون المنخفض الى الكمون المرتفع وبالعكس من أجل الشحنات السالبة .

لنأخذ مولد ودارته الخارجية الموضحة على الشكل (5 - 5) .

إذا كان V_A أكبر من V_B نقول بأنه يوجد حقل كهربائي :

$$\vec{E}_S = - \overrightarrow{\text{grad}} V$$



الشكل (5 - 5)

هذا الحقل موجه من A الى B داخل وخارج المولد بحيث اننا نحصل على تراكم الشحنات السالبة في A أو تراكم للشحنات الموجبة في B .

فإذا لم نحصل على هذا التراكم فهذا يعنى بأنه يوجد داخل المولد حقل تحريك كهربائي E_m موجه في اتجاه معاكس للحقل الكهربائي E_S بحيث أن :

$$\vec{E} = \vec{E}_S + \vec{E}_m \quad (5-1)$$

ان القوة المطبقة على شحنة q تساوي الى :

$$\vec{F} = q\vec{E} = q\vec{E}_S + q\vec{E}_m \quad (5-2)$$

لكن نحن نعلم بأنه يرافق حركة الشحنات داخل دائرة انتشار حرارة وبالتالي الى ضياع في الطاقة ، لتكن w الطاقة المقدمة بواسطة الشحنة q نتيجة لحركتها في الدائرة، لذلك يمكن أن نكتب:

$$w = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \oint \vec{E}_S \cdot d\vec{l} + q \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l} \quad (5-3)$$

$$\varepsilon = \frac{w}{q} = \oint \vec{E}_S \cdot d\vec{l} + \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l} \quad (5-4)$$

لكن بما أن E_m معدومة خارج المولد وأن هذه الطاقة تساوي إلى عمل القوى الكهربائية F على كل الدارة. وبما أن جولان الحقل الكهربائي يساوي الصفر على دارة مغلقة ينتج أن:

$$\oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = \varepsilon \quad (5-5)$$

حيث ε لها نفس ابعاد فرق الكمون الكهربائي وتسمى بالقوة المحركة الكهربائية للمولد. في هذه الحالة، العنصر $d\vec{l}$ لا يطبق إلا على الجزء الداخلي للمولد، وذلك لأن حقل التحريك الكهربائي معدوم خارج المولد.

بسبب ضياع الطاقة المرافقة لمرور التيار الكهربائي في ناقل، فإن المحافظة على هذا التيار في الدارة المغلقة لا يمكن أن يكون بفعل الحقل الكهربائي، لكن بفعل حقل تحريك كهربائي الذي فيه جولان ε على دورة لدارة يعيد إلى الشحنة q الطاقة التي فقدتها في هذه الدورة:

$$w = q \cdot \varepsilon$$

5.5 - شدة التيار الكهربائي :

تعرف شدة التيار الكهربائي بكمية الكهرباء ΔQ التي تعبر ناقل

مقطعه S خلال زمن قدره Δt :

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (5-6)$$

ان واحدة شدة التيار هي الامبير، وهو بالتعريف : شـدـة
التيار الكهربائي التي توافق مرور كمية كهرباء مقدارها كولـون
واحد في الثانية ومن أجزاءه الملي أمبير ويساوي 10^{-3} أمبير،
والميكرو أمبير ويساوي 10^{-6} أمبير.

بشكل عام ، يمكن لشدة التيار أن تتغير مع الزمن وفي
الفراغ بحيث أنها تكون نوعية عند لحظة ما ومكان معطى .

يمكن أن يكون التيار ثابت ، إذا كانت شدته لاتضع الى
أي تغير مع الزمن هذا يعني :

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \text{أو} \quad Q = iT$$

إذا كان التيار متغير ، فإنه يمكن أن يتغير إما بشكل مستمر ، أو
بشكل متقطع .

إذا كان التيار يتغير بشكل مستمر ، لكن بتغير الاتجاه ، فإننا
ندعوه بالتيار المتناوب .

يمكن أن يكون التغير بشكل دوري . نستخدم عادة التيار المستمر
من أجل تيار ثابت ، والتيار المتناوب من أجل تيار متناوب بشكل
دوري .

ملاحظة (1 - 5) :

عندما يكون تدفق الجزيئات المشحونة غير مستمر فإن حساب

شدة التيار يمكن أن تتم بالتطبيق المباشر للعلاقة التي تعرف شدة التيار . هذه هي حالة الالكترون على مداره في الذرة .

مثال (1 - 5) :

احسب التيار الكهربائي المكافئ لحركة الكترون ذرة الهيدروجين على مداره بفرض أن نصف قطر المدار $r = 0.533 \times 10^{-10} \text{ m}$ وسرعته على المدار $v = 2.18 \times 10^6 \text{ m/sec}$ ان الشحنة المارة عبر مقطع سطحي عند كل دورة هي شحنة الالكترون $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ coul}$ ويساوي زمن الدورة الواحدة الى :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi \times 0.533 \times 10^{-10}}{2.18 \times 10^6}$$

$$T = 1.53 \times 10^{-16} \text{ sec}$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{e}{T} = \frac{1.6 \times 10^{-19}}{1.53 \times 10^{-16}} = 1.04 \times 10^{-3} \text{ A}$$



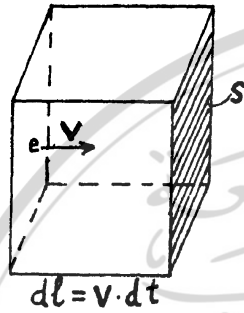
لمعرفة العوامل التي تعتمد عليها شدة التيار الكهربائي نفترض وجود سطح S داخل الناقل مساحته واحدة المساحة ومتعامد مع خطوط التيار ، أي عمودي على اتجاه سرعة حركة الشحنات v ، الشكل (6 - 5) ، ونصور أن السطح عبارة عن قاعدة متوازي مستطيلات بارتفاع يساوي $v \cdot dt$ انظر الشكل (6 - 5) .

ان عدد الشحنات المارة خلال السطح المفترض في زمن قدره dt يساوي

الى عدد الشحنات الحرة التي يحويها حجم قدره $S \cdot dl$

بفرض أن n عدد الشحنات في وحدة الحجم فان عدد الشحنات

الموجودة في حجم قدره dV :



$$dV = S \cdot dl$$

حيث :

$$dq = n \cdot e \cdot S \cdot dl$$

هو :

$$dt = \frac{dl}{v} \Rightarrow dl = v \cdot dt$$

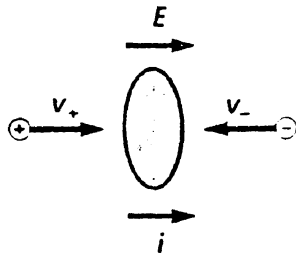
الشكل (5 - 6)

$$dq = n \cdot e \cdot S \cdot v \cdot dt$$

$$i = \frac{dq}{dt} = n \cdot e \cdot v \cdot S \quad (5-7)$$

ملاحظة (5 - 2) :

إذا كان الناقل يحتوي على حوامل للشحنات الموجبة والسالبة المارة في اتجاه معاكس الشكل (5 - 7)، فعندئذ يكون التيار الموافق مساوياً الى مجموع مشاركة الشحنات الموجبة والسالبة المتجهة فـي اتجاه حركة الشحنات الموجبة .



أي أن :

$$i = S \cdot n^+ \cdot v^+ \cdot e + S \cdot n^- \cdot v^- \cdot e$$

الشكل (5 - 7)

مثال (2 - 5) :

لقد تحدثنا سابقاً عن قرص رولاند في الحقيقة ، هذا القرص ليس محشون فقط بشحنات على محيطه وانما على كامل سطحه . فإذا كان نصف قطر القرص R و σ كثافة شحناته السطحية و ω سرعة دوران القرص حول محوره ، الشكل (8 - 5) فاحسب التيار الموافق ،

لنأخذ جزء من حلقة طوله $d\ell$ وعرضه dr ونصف قطر r من القرص ، سطح هذا الجزء يساوي إلى :

$$dS = dr \cdot d\ell$$

وشحنته تساوي :

$$dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot dr \cdot d\ell$$

التيار الموافق لدوران هذه الشحنة هو :

$$di = \frac{dq}{dt} = \frac{\sigma \cdot dr \cdot d\ell}{\frac{d\ell}{v}} = \sigma \cdot v \cdot dr$$

الشكل (8 - 5)

ولكن :

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$di = \sigma \cdot \omega \cdot r \cdot dr$$

وهذا التيار هو التيار الناتج عن الحلقة بكاملها ، ويكون التيار الناتج عن القرص مساوياً إلى :

$$i = \int_0^R \sigma \cdot \omega \cdot r \cdot dr$$

$$= \sigma \omega \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^R = \frac{\sigma \cdot \omega \cdot R^2}{2}$$

ويمكن أن نحسب كمية الكهرباء المتحركة بواسطة التيار i خلال الفترة الزمنية $t_2 - t_1$ من تعريف شدة التيار :

$$i = \frac{dq}{dt} \implies dq = i dt$$

$$Q = i \int_{t_1}^{t_2} dt = i(t_2 - t_1) \quad (5-8)$$

5.6 - كثافة التيار:

تعتبر شدة التيار i من خواص ناقل محدد مرتبطة بكثافة التيار $\vec{J}$ التي هي متجهة وتحدد خواص نقطة معينة في الناقل أكثر من تحديدها الناقل ككل فإذا كان التيار موزع بالتساوي على مساحة مقطع الناقل فان كثافة التيار في جميع النقاط ستكون :

$$J = \frac{i}{S}$$

أما الشعاع $\vec{J}$ في أية نقطة فيوجه في نفس اتجاه تحرك الشحنة الموجبة عند تلك النقطة . بشكل عام يمكننا أن نكتب بأن:

$$J = \frac{di}{dS} = \frac{dQ}{dt dS}$$

ههنا dS هو جزء المساحة السطحية :

$$di = \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (5-9)$$

أي أن الشدة تساوي إلى تدفق متجهة كثافة التيار:

$$\boxed{\vec{J} = n \cdot e \cdot \vec{v}} \quad (5-10)$$

حيث v هي السرعة الجريسة .

5.7 - الطاقة والاستطاعة المنقولة بالتيار الكهربائي :

ان العمل المنجز بواسطة الشحنة dq المتحركة من كمون V_A

إلى كمون V_B هو:

$$dw = dqV_{AB} \quad (5-11)$$

ان الطاقة المقدمة بواسطة التيار i خلال زمن قدره dt بين النقطة A والنقطة B هي :

$$dw = V_{AB} \cdot i dt \quad (5-12)$$

وبالتالي فان الاستطاعة الموافقة هي عبارة عن الطاقة المقدمة في وحدة الزمن أي أن :

$$P = \frac{dw}{dt} = V_{AB} \cdot i \quad (5-13)$$

ولكن :

$$R = \frac{V_{AB}}{i}$$

$$i \cdot R = V_{AB}$$

$$P = i^2 \cdot R = \frac{V_{AB}^2}{R}$$

لكن ماذا تمثل هذه الطاقة ؟ ، في الحقيقة ، يبين الشكل (9 - 5) دائرة تتكون من بطارية $\mathcal{E}$ موصولة الى حمل ما ويسري فيها تيار كهربائي شدته i ثابتة ، بحيث يكون فرق الكمون V_{AB} بين الاطراف

A و B ثابت ويمكن أن يكون الحمل اما

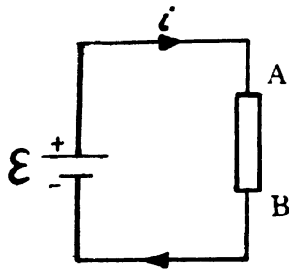
مقاومة أو محرك أو بطارية شحن أو غيرها .

فالطرف A موصول الى القطب الموجب من

البطارية ، ولذا فهو عند كمون أعلى من B

فاذا مرت شحنة قدرها dq من A الى

B فان هذه الشحنة ستفقد الطاقة الكامنة



الشكل (9 - 5)

الكهربائية بمقدار $dq \cdot V_{AB}$ وحسب مبدأ انحفاظ الطاقة يجب أن تتحول هذه الطاقة الى طاقة بشكل آخر (ميكانيكية ،حرارية ، كيميائية)

5.8 - المقاومة والمقاومة النوعية :

لتحديد مقاومة ناقل بين نقطتين نطبق فرق كمون قدره V بين تلك النقطتين ونقيس شدة التيار المارة، ثم نقسم الكمون على التيار أي أن : (قانون أوم).

$$R = \frac{V}{I} \quad (5-14)$$

وترتبط المقاومة R مع المقاومة النوعية ρ التي تحدد خواص المادة كما يلي :

$$\rho = \frac{E}{j} \quad \text{لدينا :} \quad (5-15)$$

فاذا فرضنا أن لدينا ناقلاً اسطوانياً الشكل ومتجانس، مساحة مقطعه S وطوله ليسري فيه تياراً ثابتاً i نتيجة لتطبيق فرق كمون قدره V بين طرفيه، فإن شدة الحقل الكهربائي وكثافة التيار ستكونان ثابتتين في جميع نقاط الاسطوانة وتأخذان القيم التالية :

$$E = \frac{V}{\lambda} \quad \& \quad j = \frac{i}{S}$$

أي أن:

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{\frac{V}{\lambda}}{\frac{i}{S}} = \frac{V \cdot S}{i \cdot \lambda} = R \cdot \frac{S}{\lambda}$$

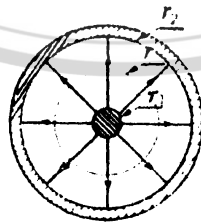
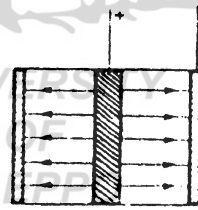
ومنه نجد :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (5-16)$$

نلاحظ أن مقاومة الناقل الاسطواني تتناسب طردياً مع طوله وعكساً مع مساحة مقطعه ، ويسمى ثابت التناسب بالمقاومة النوعية لمادة الناقل وتقدر بـ ($\Omega \cdot m$) .

مثال (3 - 5) :

حوض تحليل كهربائي ارتفاعه h ، قطبه السالب على شكل أسطوانة نصف قطرها r_2 . والقطب الموجب على شكل اسطوانة نصف قطرها r_1 ومحورها منطبق على محور الاسطوانة الخارجية كما هو واضح من الشكل (10 - 5) :



الشكل (10 - 5)

احسب مقاومة المحلول الكهربائي ومقاومته النوعية ρ الذي يمثل

الفراغ بين القطبين .

ليكن i التيار المار في الدارة عندما

نطبق بين قطبيها فرق كمون قدره $(V_{r_2} - V_{r_1})$. في هذه الحالة تكون مقاومة المحلول الكهربائي مساوية الى :

$$R = \frac{V_{r_2} - V_{r_1}}{i}$$

لحساب R يجب حساب $V_{r_2} - V_{r_1}$

$$V_{r_2} - V_{r_1} = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr$$

ان لسطوح أقطاب حوض التحليل الكهربائي مقاومة مهمة أمام مقاومة المحلول الكهربائي وكذلك فان سطوحه تمثل سطوح تساوي كمون . تنطبق خطوط التيار على خطوط القوة وبالتالي يكون للمحلل وكنتيجة لذلك لكثافة التيار j نفس القيمة في كل نقطة من نقاط اسطوانه نصف قطرها r . ويكون تدفق كثافة التيار عبر هذه الاسطوانة مساوياً الى شدة التيار الذي له قيمة ثابتة في كل نقاط الدارة :

$$2\pi rhj = i$$

ومنه :

$$j = \frac{i}{2\pi rh}$$

و :

$$E = \rho \cdot j = \frac{\rho i}{2\pi rh}$$

لدينا إذاً :

$$V_{r_2} - V_{r_1} = \frac{\rho i}{2\pi h} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr$$

$$V_{r_2} - V_{r_1} = \frac{\rho i}{2\pi h} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

وبالتالي فإن :

$$R = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

5.9 - وصل المقاومات على التسلسل والتفرع:

لنأخذ على سبيل المثال مقاومتين R_1 و R_2 موصولتين على التسلسل كما هو موضح في الشكل (5-11):

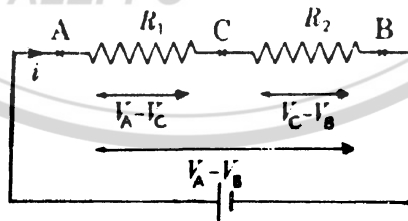
$$V_A - V_C = R_1 \cdot i$$

$$V_C - V_B = R_2 \cdot i$$

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B)$$

$$= R_1 \cdot i + R_2 \cdot i$$

$$V_A - V_B = (R_1 + R_2) i$$



الشكل (5 - 11)

أي أن مجموعة المقاومتين تكافئ مقاومة R تساوي إلى :

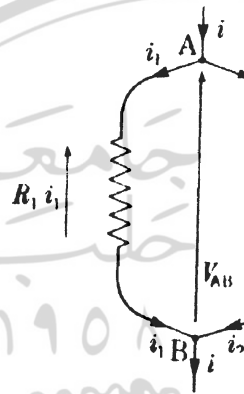
$$R = R_1 + R_2$$

بشكل عام :

$$R = \sum_i R_i$$

لنأخذ على سبيل المثال مقاومتين R_1 و R_2 موصولتين على التفرع

كما هو موضح في الشكل (12-5) :



الشكل (12-5)

$$V_A - V_B = R_1 i_1 \implies i_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1}$$

$$V_A - V_B = R_2 i_2 \implies i_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2}$$

$$i = i_1 + i_2 = (V_A - V_B) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{i}{V_A - V_B} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

وبشكل عام فان :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

5-10 - حركة الالكترونات في الخلاء:

سوف ندرس حركة الالكترونات في الخلاء التي تشكل قسم كبير وهام في الفيزياء الالكترونية لذلك سوف ندرس أولاً طرق الحصول على الالكترونات الحرة من المادة .

5.10.1 - اقتلاع الالكترونات من المعدن:

من المعروف بأنه من الصعب اقتلاع الالكترونات المعدن بسبب قوى الترابط التي تجذبهم الى نوياتهم الذرية . وكذلك أيضاً فان الالكترونات الحرة في المعادن لايمكنها الخروج من سطح المعدن وذلك نتيجة لوجود حاجز كمون على سطحها المعدني. من أجل اقتلاع هذه الالكترونات ، يجب تقديم لهم طاقة كافية وذلك حتى تتغلب على حاجز الكمون . يوجد أربع طرق لتقديم هذه الطاقة وهي :

- ١ - بواسطة التسخين .
- ٢ - بواسطة تطبيق حقل كهربائي عالي
- ٣ - بواسطة قذف المعدن بالجسيمات الاخرى .
- ٤ - بواسطة الاشعة الكهروضوئية .

ان الطريقتين الاولى والثانية هما الاكثر إستخداماً فعلى سبيل المثال عند تسخين المعدن فان التمرير الحراري يمكن أن يكون كافياً بحيث أن الالكترونات محددة تستطيع الخروج من المعدن. ان الحقل الكهربائي الموجه نحو سطح المعدن يمكن أيضاً أن يؤثر على الالكترون بقوة كافية وكبيرة بحيث تسبب هذه القوة انتزاع للالكترونات من

المعدن . الشكل (13 - 5) .



الشكل (13 - 5) الشكل (14 - 5)

عادة نستخدم بأن واحد الطريقتين في المدفع الالكتروني الممثل على الشكل (14 - 5) . يحافظ المولد على فرق في الكمون لبضع آلاف من الفولط بين المهبط المسخن والمصعد المثقوب بواسطة ثقب وذلك حتى يسمح بالمرور للالكترونات المنتزعة من المهبط والمسرعة بواسطة الحقل الكهربائي .

5.10.2- تأثير الحقل الكهربائي على الالكترون الحر:

سوف ندرس حركة الكترون في المدفع الالكتروني الموصوف أعلاه، اذا كانت المسافة d صغيرة بدرجة كافية بالنسبة الى عرض اللبوسين فان الحقل الكهربائي بين اللبوسين يكون متجانس ويعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{V_0}{d}$$

ان سرعة الالكترونات الخارجة من المهبط تعتمد على التحريض الحراري لكن هذه السرعات تكون عادة ضعيفة .

بين اللبوسين ، يخضع الالكترون الى قوة كهربائية تعطى

بالعلاقة :

$$F = e \frac{V_o}{d}$$

فإذا فرضنا بأن سرعة الالكترون معدومة لحظة خروجه من المهبط فإن حركة الالكترون تكون مستقيمة متسارعة بانتظام وفق محور المدفع الإلكتروني .

ان عمل القوى الكهربائية بين اللبوسين :

$$w = eV_o$$

وهذا العمل يساوي الى زيادة الطاقة الحركية :

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

حيث v_1 سرعة الالكترون عند خروجه من المهبط وقد فرضناها مساوية الى الصفر لذلك نكتب :

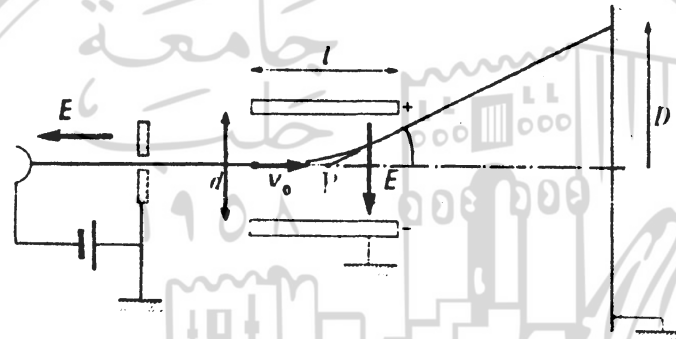
$$eV_o = \frac{1}{2} m v_2^2$$

فإذا كان الالكترون موجود بالقرب من محور المدفع فان سرعته عند خروجه من المصعد سوف تكون مساوية الى :

$$v = \sqrt{\frac{2eV_o}{m}}$$

5.10.3- تأثير الحقل الكهربائي العمودي على مسار الالكترون الحر:

ان الالكترون المقذوف بواسطة المدفع الالكتروني عند السرعة V_0 ، يدخل بشكل عمودي منطقة الحقل الكهربائي المتجانسة والناجمة عن لبوسي مكثفة مستوية ، كما هو واضح على الشكل (15 - 5) .



الشكل (15 - 5)

يخضع الالكترون لقوة عمودية :

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$$

التي تكتسبه تسارع a بحيث أن :

$$-e \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}$$

$$-e \cdot \vec{E} = m \frac{d\vec{V}}{dt}$$

بأسقاط هذه المعادلة على المحور Ox نحصل على :

$$0 = m \frac{dV_x}{dt}$$

لكن :

$$\frac{dV_x}{dt} = 0$$

ومنـه :

$$V_x = \text{conste} = V_0$$

لكن :

$$V_x = \frac{dx}{dt} = V_0$$

ومنـه :

$$x = V_0 \cdot t + x_0$$

لكن $x_0 = 0$ لاننا أخذنا مبدأ الاحداثيات عند اللحظة $t = 0$. ومنه نجد

$$x = V_0 \cdot t$$

باسقاط نفس المعادلة على المحور Y نحصل على :

$$eE = m \frac{dV_y}{dt}$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \frac{eE}{m}$$

إذاً :

$$V_y = \frac{eE}{m} t + V_{y0}$$

لكن $V_{y0} = 0$ لان V_0 موجهة وفق المحور x .

بما أن :

$$V_y = \frac{dY}{dt} = \frac{eE}{m} t$$

فاننا نجد :

$$Y = \frac{eE}{2m} t^2 + Y_0$$

لكن $y_0 = 0$ لأن مبدأ الأحداثيات أخذ عند اللحظة $t = 0$ ، ومنه نجد :

$$y = \frac{eE}{2m} t^2$$

بجذفنا الزمن t بين المعادلتين السابقتين نجد معادلة مسار
الالكترون :

$$y = \frac{eE}{2m \cdot v_0^2} x^2$$

بالتعويض عن قيمة الحقل بالعلاقة :

$$E = \frac{V}{d}$$

نجد أن :

$$y = \frac{eV}{2mdv_0^2} x^2$$

أي أن مسار الالكترون بين لبوسي المكثفة يكون عبارة عن قطع مكافئ .

$$y = Kx^2$$

وبإهمال الجاذبية الأرضية فإن الالكترون لا ينطلق بعد تحرره من الصفائح
بحركة مستقيمة منتظمة وتتعرف هذه الحركة بواسطة مساره وسرعته .

تكون سرعة الالكترون مساوية الى نفس سرعة الالكترون في

النقطة التي ترك فيها المكثفة، أي في النقطة $x = \ell$ ويكون ميل

المسار مساوياً الى ظل الزاوية في تلك النقطة أي أن :

$$\text{tg } \phi = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\ell} = 2K\ell$$

ان احداثيات النقطة الموافقة تكون $x = \ell$ و $y = K\ell^2$ وبالتالي فإن

معادلة المستقيم تكتب بالشكل التالي :

$$\frac{Y - K\ell^2}{x - \ell} = 2K\ell$$

ومنـه :

$$Y = K(2\ell x - \ell^2)$$

5.11- تطبيقات:

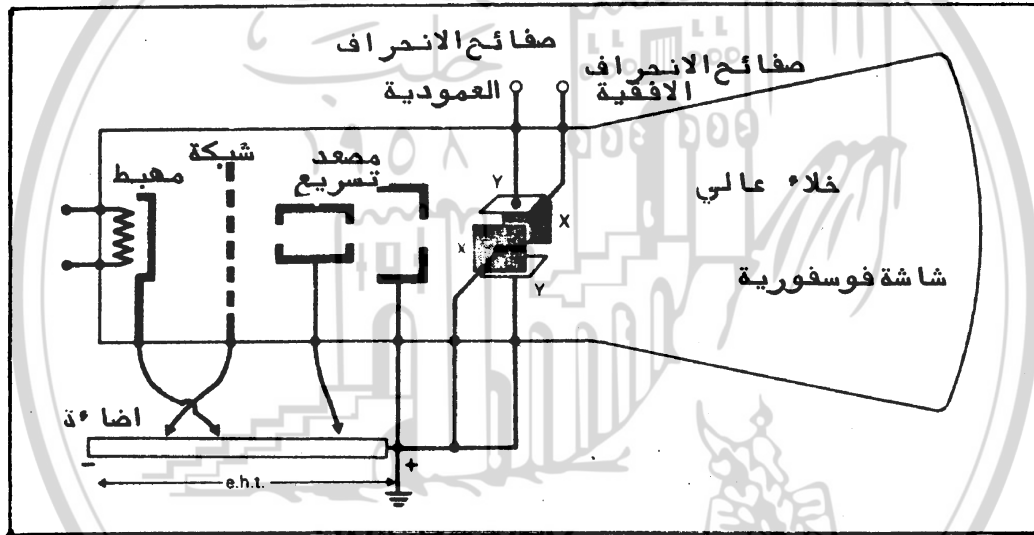
في الحياة العملية ، يصدر المدفع الالكتروني بشكل مستمر حزمة من الالكترونات بحيث أن كل الكترون يتبع المسار الموصوف سابقاً .

فاذا وضعنا شاشة فوسفورية عمودية على محور المدفع الالكتروني وعلى مسافة معينة من الجهاز ، الشكل (15 - 5) ، فاننا نلاحظ بأن انحراف حزمة الالكترونات يتناسب مع فرق الكمون V المطبق بين لبوسى المكثفة .

بعد المعايرة ، فان مثل هذا الوسيط يمكن أن يخدم كمقياس لفرق الكمون .

من جهة أخرى ، انحراف الحزمة الالكترونية بين لبوسى مكثفة يقارن بانحراف الشعاع الضوئي عندما يمر في عدسة ضوئية . فقد تم صنع عدسات الكترونية موجهة لضبط مسارات الحزم الالكترونية والتي تجد تطبيقات لها في أجهزة عديدة وخاصة في جهاز راسم الاشعة المبهطية :

يتكون جهاز راسم الأشعة المهبطية من مدفع الكتروني ومن عدسات كهراكدية موجهة لمحرقة حزمة الالكترونات ومن مكثفتين للانحراف أحدهما أفقية والآخرى عمودية . المكثفة الثانية موجهة لتحسين مقدار الرؤية المتغيرة مع الزمن . توضع جميع هذه الادوات في انبـوب زجاجي مفرغ بشكل جيد من الهواء . يوضح الشكل (16 - 5) مخطط راسم الأشعة المهبطية .



الشكل (5-16)

الباب الثاني

الفصل الأول

حقل التحريض المغناطيسي للتيار في الخلاء

مقدمة :

كانت دراسة المغناطيسية مقصورة على المغناطيسيات الدائمة حتى جاء أورستد Oersted (1770-1851) ولاحظ بأن الابرّة المغناطيسية تنحرف بمرور تيار في سلك قريب منها . مما سبق يتضح بأن للتيار الكهربائي أثر مغناطيسي ، وهذا الاثر لا يظهر إلا في حالة وجود تيار كهربائي . ان وجود التيار الكهربائي ناتج عن حركة الشحنات الكهربائية ومن هذا يمكن أن نستنتج بأنه لاوجود للاثر المغناطيسي عندما تكون الشحنات الكهربائية ساكنة .

لقد وجد أن بعض الاثار المغناطيسية تتأثر بشدة الحقل وبخاصة المغناطيسية للوسط . مثلاً ، ان وضع نواة حديدية ضمن وشيعة يؤدي الى تقوية الاثر المغناطيسي رغم أن قيمة الحقل المغناطيسي ثابتة ، ويعود سبب ذلك الى تشكل أقطاب مغناطيسية يضاف تأثيرها الى تأثير الحقل المغناطيسي ، ولوصف هذا التأثير أُدخل مفهوم حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ حيث يرتبط المقداران بالعلاقة :

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

أي أن شدة حقل التحريض المغناطيسي أكبر من قيمة الحقل المغناطيسي بمقدار نفوذية المادة μ .

تعريف :

نعتبر من الآن فصاعداً انه في جوار كل جزيء أو مجموعة من الجزيئات المشحونة والتي تكون في حركة دائمة، حقل تحريض مغناطيسي نرمز له بـ $\vec{B}$ من هذا يمكن القول بأن حقل التحريض المغناطيسي موجود في جوار أي سلك يمر فيه تيار كهربائي .

ان حقل التحريض المغناطيسي يملك خاصية أساسية هامة وهي أن تدفق متجهة حقل التحريض المغناطيسي من خلال أي سطح مغلق يجب أن يساوي الصفر أي أن :

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

6.1 - حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن شحنة متحركة :

بفرض أن لدينا جزيء مشحون بشحنة q ويتمرك بسرعة $\vec{v}$ وبفرض أنه في اللحظة t كان الجزيء موجود في النقطة P . انظر الشكل (1 - 6) .

ان هذا الجزيء سوف يولد حقل تحريض مغناطيسي في نقطة M ، تبعد عن النقطة P مسافة قدرها r ، يعطى بالعلاقة :

$$\vec{b}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \quad (6-1)$$

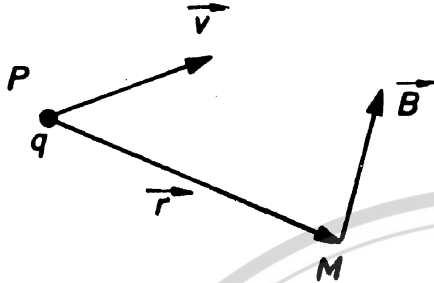
إذا كانت المسافة r مقاسة

بالمتر والسرعة v مقاسة بـ $\frac{\text{متر}}{\text{sec}}$

والشحنة q مقدرة بالكولون فان b

سوف تقدر بوحدة التسلسل

Tesla أو بوحدة $\frac{\text{weber}}{\text{m}^2}$



في العلاقة (1 - 6) μ_0 ثابت ويسمى
بالنفوذية في الخلاء وقيمته تعطى في
الجملة الدولية :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

ان الثابت μ_0^{-1} في الكهربية يلعب نفس الدور الذي تلعبه ϵ_0 في
الكهرباء الساكنة كما هو واضح من العلاقة التي تعطي شدة الحقل
الكهربائي $\vec{E}$ وشدة حقل التحريض المغناطيسي $\vec{b}$:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot \vec{r}}{r^3} \quad \vec{b} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

يعين اتجاه متجهة حقل التحريض المغناطيسي اما بقاعدة الابهام أو
بقاعدة البزال أو بقاعدة انسان امبير.

أ - قاعدة الابهام :

عندما يشير ابهام اليد اليمنى الى اتجاه التيار

الكهربائي فان التفاف بقية الاصابع يشير الى جهة الحقل المغناطيسي

أو حقل التحريض المغناطيسي ، كما هو واضح في الشكل (2 - 6) .



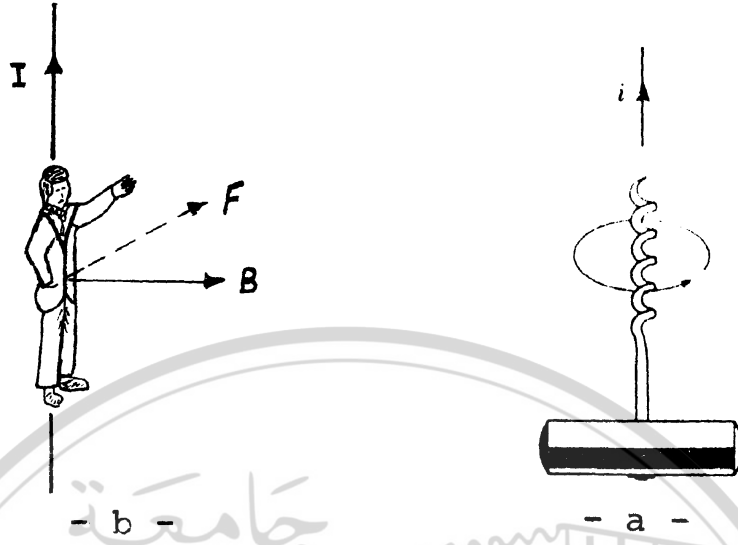
الشكل (2 - 6)

ب - قاعدة البزال :

نفترض أن حركة البزال سواء كانت للأعلى أو للأسفل هي باتجاه انتشار التيار الكهربائي، في هذه الحالة فإن اتجاه دورانه يتطابق مع اتجاه الحقل المغناطيسي كما هو واضح في الشكل (3. a - 6).

ج - قاعدة انسان أمبير :

نفترض هذه القاعدة وجود انسان وهمي منطبق على الناقل، ويتجه بحيث يدخل التيار من قدمه ويخرج من رأسه، وهو اذا نظّر الى النقطة المعتبرة كان اتجاه الحقل المغناطيسي باتجاه يساره اليسرى، كما هو واضح في الشكل (3. b - 6).



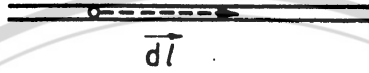
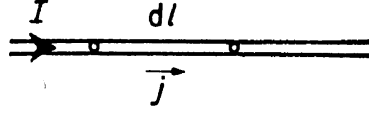
الشكل (3 - 6)

6.2- حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن شحنات كهربائية متحركة (قانون بيو وسافار) :

إذا كانت الشحنات الكهربائية متفرقة بشكل عشوائي فان حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن هذه الشحنات يتم الحصول عليه في لحظة ما بالجمع الشعاعي كما هو الحال في الكهرباء الساكنة .

لكن الذي يهمنا هو حقل التحريض المغناطيسي ، الناتج عن مرور التيار الكهربائي في دائرة ما . من أجل ذلك سوف نأخذ حالة مرور تيار كهربائي شدته I في سلك ، مقطعه S وكثافة التيار المار فيه J تعطى بالعلاقة $J = \frac{I}{S}$ وبحيث يكون اتجاه كثافة التيار موازية لاتجاه السلك .

إذا كان عدد الشحنات الحرة في واحدة الحجم هو n وأن



الشكل (3 - 6)

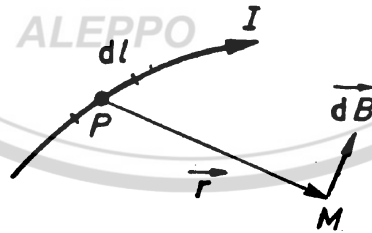
مقدار الشحنة هو q وان سرعة الجزء المشحون هي $\vec{v}$ فعندئذ يمكن أن نكتب :

$$\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}$$

بفرض أن النقطة P تمثل النقطة المتوسطة للطول العنصري

dl ولنحسب حقل التمريض المغناطيسي الناتج عن dl في النقطة M

التي تبعد عن النقطة P مسافة قدرها $\vec{r}$. انظر الشكل (4 - 6) .



الشكل (4 - 6)

ان شدة الحقل المغناطيسي في النقطة M والناتج عن جزء

واحد مشحون تساوي كما وجدنا في الفقرة السابقة الى :

$$\vec{b} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

وبالتالي فان حقل التحريض المغناطيسي في النقطة M والناتج عن

جميع الجزيئات الموجودة في الطول العنصري $d\ell$ يساوي :

$$\vec{dB} = (n \cdot S d\ell) \vec{b} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{n \cdot q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3} S \cdot d\ell$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\vec{J} \times \vec{r}}{r^3} S \cdot d\ell$$

حيث ان اتجاه $\vec{dB}$ عمودي على المستوي الذي يحوي $\vec{J}$ و $\vec{r}$

بما أن اتجاه كثافة التيار يوازي الطول العنصري فانه

يمكن أن نكتب :

$$\vec{J} \cdot d\vec{\ell} = j \cdot \vec{d\ell}$$

ومنه :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} J \cdot S \frac{\vec{d\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$J = \frac{I}{S} \implies I = J \cdot S$$

وحيث أن :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

وهذه العلاقة تعطي شدة حقل التحريض المغناطيسي في نقطة M

والناتجة عن مرور التيار الكهربائي في الطول العنصري $d\ell$.

وحسب خواص الجداء الشعاعي نجد :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \cdot \sin \theta}{r^2} \quad (6-2)$$

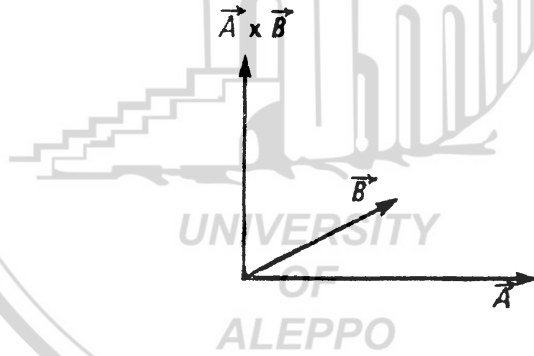
حيث θ هي الزاوية الكائنة بين $\vec{r}$ و $\vec{dl}$.

ان العلاقة (2 - 6) تعبر عن قانون بيو وسافار .

ملاحظة : (1 - 6)

ان الجداء الشعاعي أو الخارجي لشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو شعاع ثالث عمودي على المستوي الذي يحوي الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ وطويلته تعطى بالعلاقة :

$$|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = A \cdot B \sin(\vec{A}, \vec{B})$$



6.3 - تطبيقات على حساب حقل التحريض المغناطيسي :

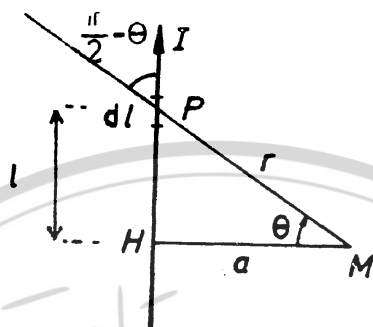
6.3.1 - حساب حقل التحريض المغناطيسي المتولد عن سلك لانهاضي

الطول :

ليكن لدينا سلك لانهاضي الطول يمر فيه تيار شدته I

ولنحسب شدة حقل التحريض المغناطيسي الناتجة في نقطة M تبعد عن

السلك مسافة قدرها a كما هو واضح في الشكل (5 - 6).



الشكل (5 - 6)

من قانون بيو وسافار:

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

لكن من الشكل نجد :

$$\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

ومنـه :

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{dl \cos \theta}{r^2} \quad (6-3)$$

وأيضاً من الشكل نجد :

$$\cos \theta = \frac{a}{r} \implies r = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2 \theta}{a^2}$$

$$HP = l = a \operatorname{tg} \theta \implies dl = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

بالتعويض في العلاقة (3 - 6) نجد أن :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \cdot \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \frac{\cos^2 \theta}{a^2} \cos \theta$$

$$dB = \frac{\mu_o \cdot I}{4\pi a} \cos \theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta$$

ومنه نجد أن :

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi a}$$

6.3.2 - حساب حقل التحريض المغناطيسي الناشئ عن تيار حلقي

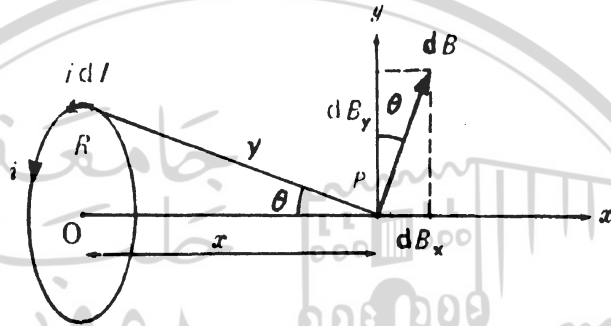
في نقطة تقع على محورها:

سنحسب شدة حقل التحريض المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار شدته I في حلقة نصف قطرها R وذلك في نقطة P واقعة على محور هذه الحلقة وتبعد مسافة قدرها x عن مركز الحلقة كما هو واضح من الشكل (6 - 6) .

لنأخذ طول عنصري من الحلقة dl ان شدة حقل التحريض المغناطيسي في النقطة P الناتجة عن الطول dl يعطى وفق قانون بيوتسافار :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2} \sin(\vec{r}, \vec{d\ell})$$

وبما أن $\vec{r}$ و $\vec{d\ell}$ متعامدين هذا يؤدي الى أن $\sin(\vec{r}, \vec{d\ell}) = 1$



الشكل (6 - 6)

ان مركبة dB وفق المحور x هي :

$$dB_x = dB \sin \theta$$

$$dB_y = dB \cos \theta$$

بسبب تناظر الشكل فان مجموع مركبات dB_y سوف تنعدم أي أن :

$$\Sigma dB_y = 0$$

وبالتالي فان الحقل الكلي ينتج من المركبات وفق المحور x فقط

ومنـه :

$$dB_x = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2} \sin \theta$$

$$B = \int dB_x = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2} \int d\ell$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2} 2\pi R$$

من الشكل:

$$r = \frac{R}{\sin \theta}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2R} \sin^3 \theta \quad (6-4)$$

من الشكل نجد :

$$\sin \theta = \frac{R}{(x^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad (6-5)$$

في الحالة الخاصة عندما $x = 0$:

$$B_o = \frac{\mu_o I}{2R} \quad (6-6)$$

هذه العلاقة تعطي شدة حقل التحريض المغناطيسي في مركز حلقة نصف

قطر R ويسري فيها تيار كهربائي شدته I .

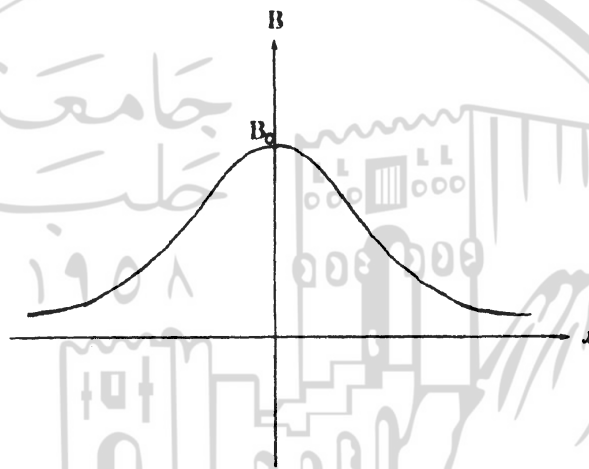
يمكن كتابة العلاقة (5 - 6) بالشكل التالي وذلك بعد الأخذ

بعين الاعتبار العلاقة (6 - 6) :

$$B = B_0 \frac{R^3}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad (6-7)$$

وضح الشكل (6 - 7) تغيرات شدة حقل التحريض المغناطيسي B بدلالة

x :



الشكل (6 - 7)

6.3.3 - حساب شدة حقل التحريض المغناطيسي الناشء عن وشيعة :

سوف نحسب شدة حقل التحريض المغناطيسي الناشء عن
وشيعة في نقطة واقعة على محورها. من أجل ذلك نفرض بأن لدينا
وشيعة تحوي على N حلقة في وحدة الطول .

لنأخذ طول عنصري من الوشيعة وليكن dx ، الشكل

(8 - 6) ان هذا الطول يحوي على Ndx حلقة وبالتالي فان شدة
حقل التحريض المغناطيسي، في نقطة M واقعة على محور الوشيعة وتبعد
مسافة قدرها x عن النقطة P التي تمثل النقطة المتوسطة للطول

العنصري dx ،تساوي الى .

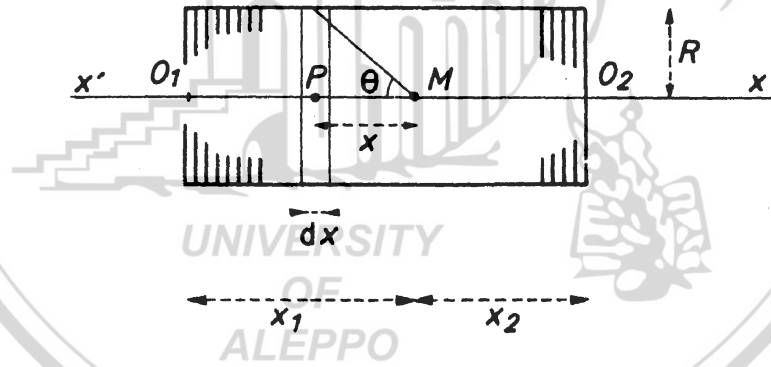
$$dB_x = (Ndx) b_x \quad (6+8)$$

حيث b_x شدة حقل التمرريض المغناطيسي في النقطة M والناتج عن حلقة واحدة :

$$b_x = \frac{\mu_o I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

ومنه نجد :

$$dB_x = \frac{\mu_o IN}{2} \frac{R^2 dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



شكل (8 - 6)

وبالتالي فان شدة حقل التمرريض المغناطيسي B الناتج عن الوشيعه يساوي الى :

$$B = \int_{x_1}^{x_2} dB_x = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_o NI}{2} \frac{R^2 dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

لنأخذ متحول جديد θ ، من الشكل نجد :

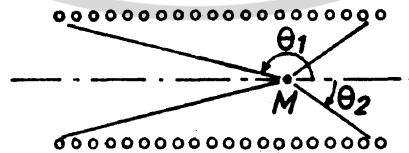
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R}{x} \quad x = R \cotg \theta$$

$$dx = -R(1 + \cotg^2 \theta) d\theta = -R\left(1 + \frac{x^2}{R^2}\right) d\theta$$

وبالتالي فإن التكامل السابق يكتب بالشكل التالي :

$$\begin{aligned} B &= - \frac{\mu_0 NI}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 + \cotg^2 \theta}} \\ &= - \frac{\mu_0 NI}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta \\ B &= \frac{\mu_0 NI}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (6-9)$$

حيث θ_1 و θ_2 الزوايا التي من خلالها نرى نهايتي الوشعة من النقطة M.



في الحالة الخاصة عندما تكون الوشعة لانهاية الطول أي من أجل.

$$\theta_2 = 0 \quad \text{و} \quad \theta_1 = \pi$$

نجد أن :

$$B = \mu_0 NI \quad (6-10)$$

6.4 - تدفق وجولان متجهة حقل التحريض المغناطيسي :

6.4.1 - تدفق متجهة حقل التحريض المغناطيسي :

يعطى تدفق الحقل المغناطيسي من خلال عنصر سطح بالعلاقة

التالية :

$$\Delta\phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \Delta S \quad (6-11)$$

وذلك بالمقارنة مع ما عرفناه سابقاً في حالة الحقل الكهربائي .

من أجل سطح محدود فان التدفق يعطى بالعلاقة :

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \int_S B \cdot dS \cos(\vec{B}, \vec{n})$$

6.4.2 - جولان متجهة حقل التحريض المغناطيسي - نظرية أمبير:

لنعود الى حالة حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن سلك

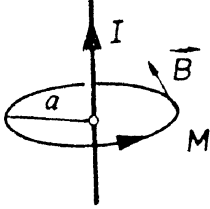
لانهاية الطول .

وجدنا أن :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

هذه العلاقة يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$B \cdot 2\pi a = \mu_0 I$$



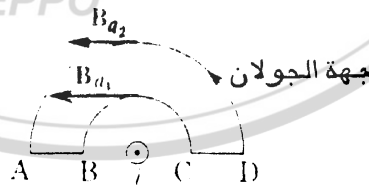
في هذه العلاقة نلاحظ أن الحد اليميني ما هو إلا جولان متجهة حقل التحريض المغناطيسي على طول مسار دائري نصف قطره a يحيط بالتيار. (انظر الشكل 9 - 6) في الحقيقة ، في هذه

الحالة ، قيمة حقل التحريض المغناطيسي ثابتة على طول المسار الدائري وبالتالي فان :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B \cdot dl = B \oint dl = B \cdot 2\pi a$$

كذلك يمكن البرهان على أنه تبقى النتيجة صحيحة اذا كان للمسار شكل لا على التعيين .

لكن ماذا يحدث اذا كان المسار لا يحيط بأي خط من خطوط التيار ؟ للإجابة على ذلك سندرس الحالة الممثلة على الشكل (10-6) .



الشكل (10-6)

لنأخذ المسار ABCD الموضح على الشكل (10 - 6) والموجود في مستوي عمودي على التيار . قيمة حقل التحريض المغناطيسي

B_{a_1} و B_{a_2} هي على التوالي :

$$B_{a_1} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a_1} \quad , \quad B_{a_2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a_2}$$

ان جولان الحقل على القطعتين AB و CD معدوم ذلك لأن متجهة حقل التحريض المغناطيسي عمودية على القطعتين .

ان جولان الحقل على المسار DA يساوي الى :

$$\oint_{DA} \vec{B}_{a_2} \cdot d\vec{\ell} = B_{a_2} \oint dS = B_{a_2} \pi \cdot a_2$$

$$= \frac{1}{2} \mu_0 i$$

والجولان على المسار BC يساوي الى :

$$\oint_{BC} \vec{B}_{a_1} \cdot d\vec{\ell} = -B_{a_1} \oint dS = -B_{a_1} \pi a_1$$

$$= -\frac{1}{2} \mu_0 i$$

وبالتالي فإن جولان الحقل على كل المسار يساوي الصفر :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

يمكننا البرهان على أن هذه النتيجة تبقى صحيحة مهما

يكن الطريق المسلك اذا لم يتضمن أي تيار .

يمكننا اذاً القول بشكل عام بأن :

جولان متجهة حقل التحريض المغناطيسي على طول طريق مغلق

في الخلاء يتناسب مع شدة التيار الكهربائي الصافي الموجود ضمن

هذا الطريق .

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \quad (6-12)$$

وهذا هو نص نظرية أمبير .

ملاحظة (2 - 6) :

من الممكن أن يكون الطريق المسلك يحيط بعدة تيارات

كهربائية في هذه الحالة يكون :

$$\oint_T \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_i I_i \quad (6-13)$$

مثال (1 - 6) :

بفرض أن لدينا ناقل أسطواني الشكل ، لانهائي الطول ،

نصف قطره a ويسري فيه تيار شدته I . بفرض أن كثافة التيار متجانسة

ضمن هذا الناقل وموازيه لمحور الناقل الاسطواني المطلوب :

١ - اوجد العلاقة بين $\vec{J}$ و I .

٢ - اوجد قيمة $\vec{B}$ بتابعية r التي تمثل بعد النقطة M عن محور

الاسطوانة وكذلك بدلالة I و a وذلك في الحالتين التاليتين .

أ - النقطة M تقع خارج الناقل .

ب - النقطة M تقع داخل الناقل .

الحل :

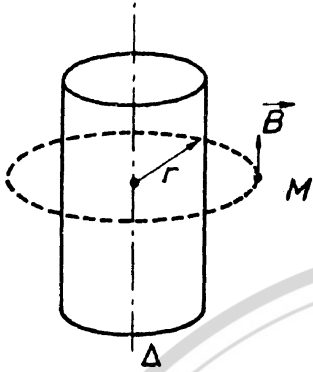
١ - بعد الاخذ بعين الاعتبار تجانس متجهة الحقل $\vec{J}$ نجد أن تدفق هذه

المتجهة من خلال مقطع عمودي على طول الناقل يساوي بكل بساطة

الى جداء هذه المتجهة بمساحة المقطع وهذا التدفق يساوي الى

شدة التيار في الناقل أي أن :

$$I = \pi a^2 \vec{j} \cdot \vec{n} = \pi a^2 j \quad (6-14)$$



٢- لحساب قيمة الحقل B في النقطة M

الواقعة خارج الناقل، نطبق

نظرية أمبير :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

الشكل (11 - 6)

حيث يمثل الطريق C، طول محيط

خط الحقل الذي هو عبارة عن دائرة مركزها منطبق على محور

السلك :

$$B(r) 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(6-15)

حيث $r > a$

نستنتج من هذه العلاقة أن قيمة الحقل في نقطة واقعة خارج

الناقل مستقلة عن سطح مقطعه . وأن قيمة $B(r)$ هي نفس قيمة حقل

التمريض الناتجة عن سلك لانهائي الطول في نقطة تبعد عنه مسافة

قدرها r .

من أجل $r < a$:

في هذه الحالة فان قسم من شدة التيار I تعبر القرص الذي

نصف قطره r وتكون شدة التيار i التي تجتاز المقطع πr^2 مساوية الى :

$$i = j \pi r^2 = \frac{I}{\pi a^2} \pi r^2 = \frac{I r^2}{a^2}$$

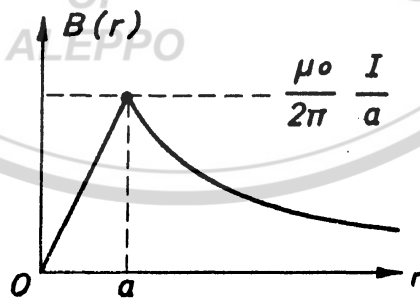
ومنه نجد بعد تطبيق نظرية أمبير أن:

$$B(r) 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{a^2}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \cdot r \quad (6-16)$$

حيث $r < a$

نلاحظ من العلاقة (6-16) بأن قيمة حقل التحريض المغناطيسي تساوي الصفر على محور السلك وأن قيمة هذا الحقل تزداد خطياً كلما ابتعدنا عن محور الناقل حتى النقطة $r = a$ كما هو واضح في الشكل (6-12). نلاحظ أيضاً أنه لا يوجد انقطاع للحقل B عندما نتقل من العلاقة التي تعطي قيمة الحقل داخل الناقل إلى العلاقة التي تعطي قيمة الحقل خارج الناقل.



الشكل (6-12)

أمثلة محلولة

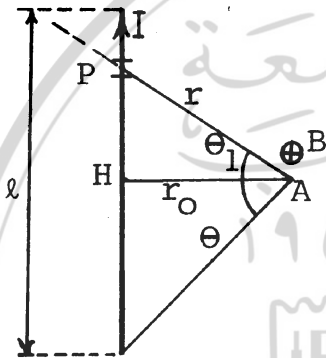
1 - احسب شدة حقل التحريض المغناطيسي B المتولد نتيجة مرورتيار شدته $I = 30A$ في ناقل خطي محدود الطول $\ell = 60 \text{ cm}$ في نقطة متساوية البعد عن طرفي الناقل وتبعد عنه مسافة قدره

~~$\bullet r_o = 20 \text{ cm}$~~

الحل :

من قانون بيو وسافار:

$$dB = \frac{\mu_0 I d \ell \sin \alpha}{4\pi r^2}$$



$$\sin \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_1) = \cos \theta_1$$

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2} \cos \theta_1$$

$$\cos \theta_1 = \frac{r_o}{r} \Rightarrow r = \frac{r_o}{\cos \theta_1} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2 \theta_1}{r_o^2}$$

$$HP = \ell = r_o \operatorname{tg} \theta_1 \implies d\ell = \frac{r_o}{\cos^2 \theta_1} d\theta_1$$

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{r_o}{\cos^2 \theta_1} d\theta_1 \frac{\cos^2 \theta_1}{r_o^2} \cos \theta_1$$

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi r_o} \cos \theta_1 d\theta_1$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{-\theta}^{+\theta} \cos \theta_1 d\theta_1 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} [\sin \theta_1]_{-\theta}^{+\theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \sin \theta$$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 30}{2\pi \times 0,2} 0,832 = 2.49 \times 10^{-5} \text{ Tesla}$$

2 - ليكن لدينا سلكان خطيان متوازيان لانهايا الطول ،
المسافة بينهما $a = 20 \text{ cm}$. احسب شدة حقل التحريض
المغناطيسي في النقطة b تبعد عن السلك الاول مسافة
قدرها $r_1 = 24 \text{ cm}$ وعن السلك الثاني مسافة قدرها
 $r_2 = 10 \text{ cm}$ وذلك بفرض أن شدة التيار المارة في
هذين السلكين تساوي الى $I = 80 \text{ A}$ وجهته في كلا
السلكين واحدة كما هو واضح بالشكل ، ثم احسب شدة حقل
التحريض المغناطيسي في نقطة واقعة بين السلكين وتبعد
عنهما مسافة واحدة وذلك في الحالتين التاليتين :

- ١ - التياران في اتجاه واحد
- ٢ - التياران في اتجاهين متعاكسين .

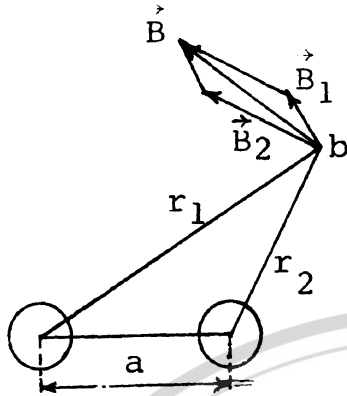
الحل:

ان حقل التحريض المغناطيسي في النقطة b عبارة

عن محصلة الشعاعين :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

وتعطى قيمته العددية بالعلاقة :



$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos \alpha} \quad (6-17)$$

لكن لدينا :

$$B_1 = \frac{\mu_o I}{2\pi r_1} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 80}{2\pi \times 0,24} =$$

$$= 6.667 \times 10^{-5} \text{ تسلا}$$

$$B_2 = \frac{\mu_o I}{2\pi r_2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 80}{2\pi \times 0,1} = 16 \times 10^{-5} \text{ تسلا}$$

لكن من الشكل نجد أن :

$$\vec{a} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

ومنه نجد أن :

$$a^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 \cdot r_2 \cos \alpha \implies \cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - a^2}{2r_1 \cdot r_2} \implies \cos \alpha = 0,575$$

بالتعويض عن B_1 و B_2 و $\cos \alpha$ في العلاقة (17 - 6) نجد أن :

$$B = 11.57 \times 10^{-4} \text{ تسلا}$$

بما أن $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ محمولين على مستقيم واحد فإن :

$$B = B_1 + B_2$$

لكن :

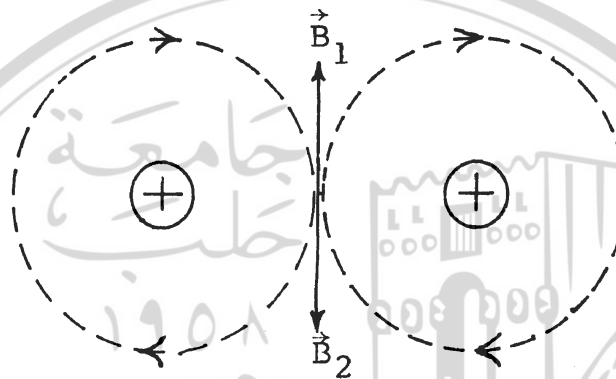
$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$\text{حيث } r = \frac{a}{2} = 10\text{cm}$$

ومنه نجد :

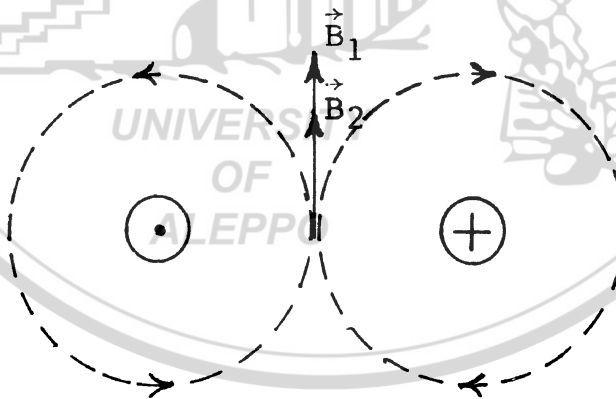
$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 80}{2\pi \times 0,1} = 16 \times 10^{-5} \text{ تسلا}$$

١- التياران في اتجاه واحد ، هذا يعني أن :



$$B = B_1 - B_2 = 0$$

٢- التياران في اتجاهين متعاكسين :

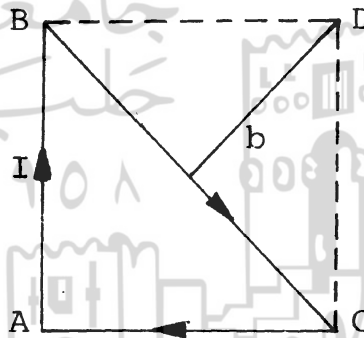


$$B = B_1 + B_2 = 2B = 32 \times 10^{-5} \text{ تسلا}$$

3 - لدينا سلك على شكل مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين

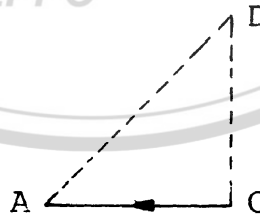
ABC حيث $AB = AC = 40 \text{ cm}$ ،يجتازه تيار شدته $I = 10A$ وجهته مع اتجاه دوران عقارب الساعة .احسب شدة حقل التحريض المغناطيسي B المتولد عنه في النقطة D من الخلاء بحيث يكون الشكل ABDC مربعاً، ثم عين منحنى الحقل وجهته . تعطى ثابتة نفوذية الخلاء في الجoule الدوليـــــــــــــــــة

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$



يمكن حل هذه المسألة بسهولة وذلك باعتبار أن المثلث هو عبارة عن ثلاثة أسلاك محدودة الطول :

١ - لنحسب حقل التحريض المغناطيسي الناتج في النقطة D نتيجة لمرور تيار شدته I في السلك AC :



$$B_{CA} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_0^{\pi/4} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin \frac{\pi}{4}$$

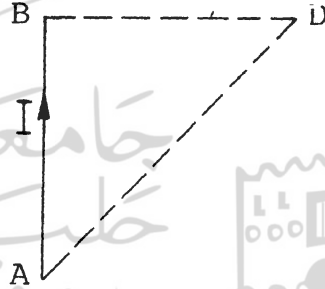
$$B_{CA} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{8\pi a}$$

حيث تمثل a طول ضلع المربع المتشكل ، ويكون اتجاهه

حقل التحريض عمودي على مستوي المربع واتجاهه $\odot$.

٢- لنحسب حقل التحريض المغناطيسي الناتج في النقطة D

نتيجة لمرور تيار شدته I في السلك AB .



$$B_{AD} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{-\pi/4}^0 \cos \theta d\theta = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{8\pi a}$$

واتجاهه عمودي على مستوي المربع $\odot$.

٣- لنحسب حقل التحريض المغناطيسي في النقطة D الناتج عن

مرور تيار شدته I في السلك BC من الشكل نجد أن:

$$\overline{AD}^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\overline{AD} = \sqrt{2} a \implies \overline{OD} = b = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2} \pi a} [\sin \theta]_{-\pi/4}^{+\pi/4}$$

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

ويكون اتجاه حقل التحريض المغناطيسي في هذه الحالة

عمودي على مستوي المربع ٠٥

وبالتالي فان قيمة حقل التحريض في النقطة D والناتج

عن مرور التيار في المثلث تساوي :

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi a} - \frac{\sqrt{2} \mu_o I}{4\pi a} = \frac{\mu_o I}{2\pi a} \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$B = 0,293 \frac{\mu_o I}{2\pi a} = 0,293 \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2 \pi \times 0,4} = 14.65 \times 10^{-7} \text{ Tesla}$$

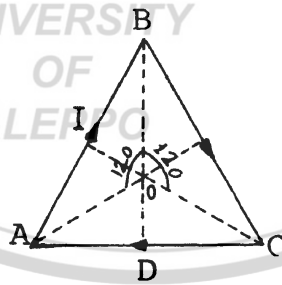
ويكون اتجاهه عمودي على مستوي المربع ٠٥ .

4 - لدينا سلك ناقل على شكل مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه a

يجتازه تيار شدته I وجهته باتجاه دوران عقارب الساعة .

احسب حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ المتولد عنه في النقطة O

التي تمثل مركز المثلث ، ثم عين اتجاهه .



لحساب شدة حقل التحريض المغناطيسي في النقطة O نلاحظ أن

قيمة حقل التحريض المغناطيسي تنتج نتيجة لمرور تيار

كهربائي شدته I في ثلاثة أسلاك طول كل منها a وبالتالي يكفي

أن نحسب قيمة الحقل في O والناتج عن سلك محدود طوله a ونحسب

النتيجة ب 3 . نلاحظ من الشكل أن $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{DB}$:

$$\overline{DB}^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = a^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\overline{DB}^2 = \frac{3}{4} a^2$$

$$b = \overline{OD} = \frac{1}{3} \overline{DB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$B_1 = \frac{\mu_o I}{4\pi b} \int_{-\theta}^{+\theta} \cos \theta \, d\theta$$

$$B_1 = \frac{\mu_o I}{2\pi b} [\sin \theta]_0^{\pi/3}$$

$$B_1 = \frac{\mu_o I}{2\pi b} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\mu_o I}{2\pi \frac{\sqrt{3}}{6} a} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B_1 = \frac{3\mu_o I}{2\pi a}$$

ومن هنا نجد أن :

$$B = 3B_1 = \frac{9\mu_o I}{2\pi a}$$

ويكون اتجاهه عمودي على مستوى المثلث ويتجه نحو مستوي

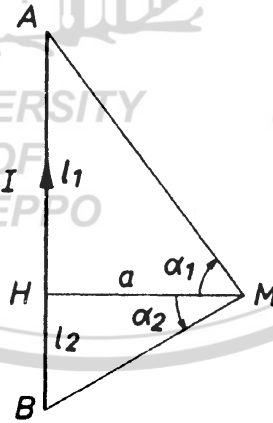
الشكل ٣ .

تمارين غير محلولة

١ - احسب حقل التحريض المغناطيسي في نقطة M واقعة على محور مربع طول ضلعه $2a$ ويمر فيه تيار شدته I . وذلك بفرض أن جهة مرور التيار هي بعكس جهة دوران عقارب الساعة .

٢ - سلك على شكل مثلث متساوي الساقين ABC حيث $AB = AC = a$ وزاوية رأسه في النقطة C تساوي 2θ ، يجتازه تيار شدته I وجهته باتجاه دوران عقارب الساعة ، احسب قيمة حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ المتولد عنه في نقطة D من الخلاء بحيث يصبح الشكل $ABDC$ معيناً .

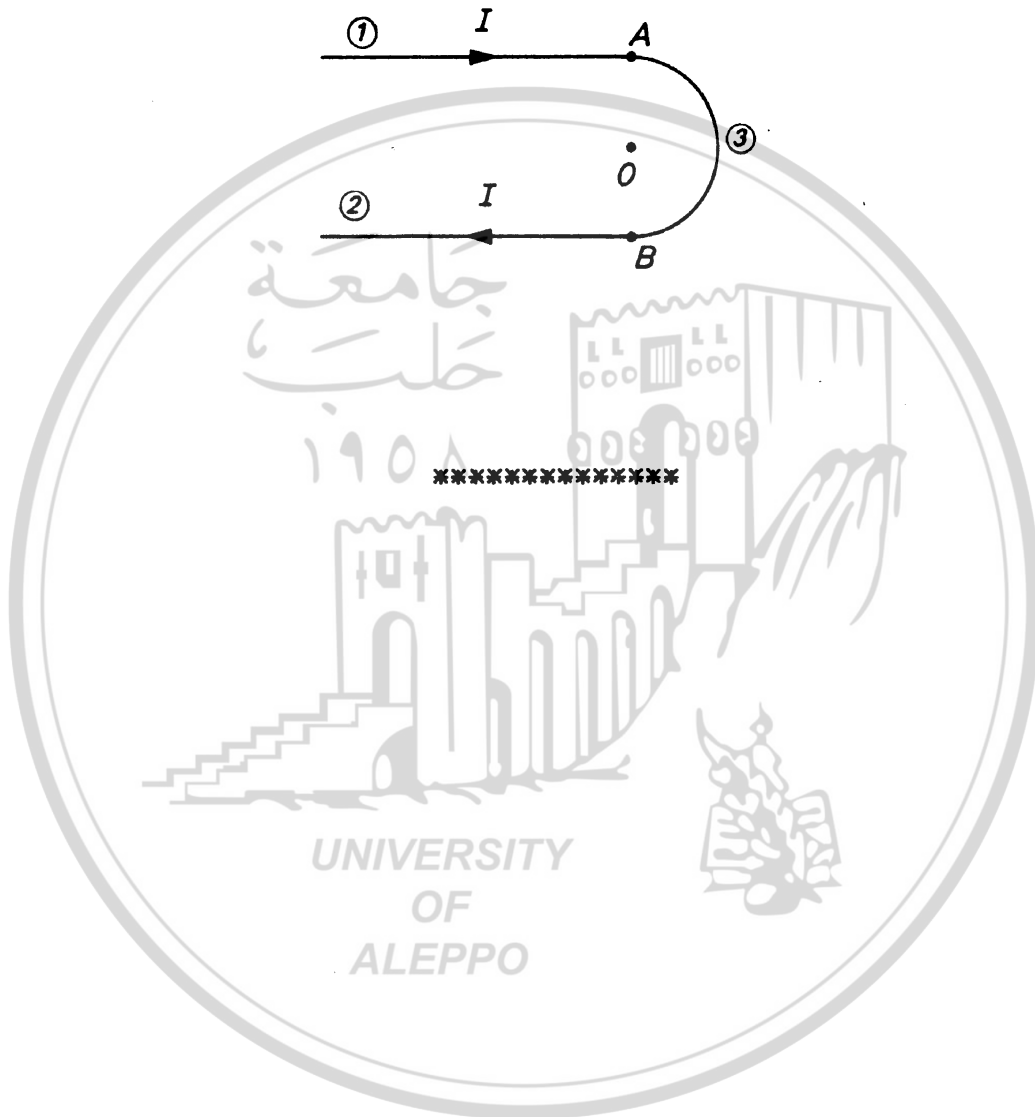
٣ - احسب حقل التحريض المغناطيسي B في النقطة M والناتج عن سلك محدود AB يسري فيه تيار شدته I ، انظر الشكل :



٤ - لتكن لدينا الدائرة المبينة في الشكل ، يمر فيها تيار شدته I ولها شكل نضوة الحصان حيث طرفها عبارة عن نصف دائرة مركزها O ونصف قطرها a .

احسب جولان حقل التحريض المغناطيسي الناتج على المسور

Δ العمودي في النقطة O على مستوي الدارة .





الفصل السابع

القوى الكهرومغناطيسية

7.1 - تعريف وآثار القوى الكهرومغناطيسية :

7.1.1 - قانون لابلاس :

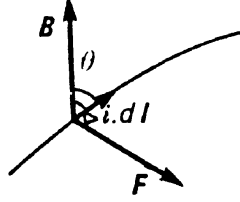
بفرض أن لدينا طول عنصر $\vec{dl}$ من سلك يمر فيه تيار شدته I وبفرض أن هذا الطول موجود في حقل تحريض مغناطيسي $\vec{B}$ فإنه سوف يخضع لقوة كهرومغناطيسية ، الشكل (1 - 7) ، يعبر عنها بعلاقة لابلاس :

$$\vec{dF} = I (\vec{dl} \times \vec{B}) \quad (7-1)$$

تتعين جهة القوة $\vec{dF}$ بالجداء الشعاعي $\vec{dl} \times \vec{B}$ وتعطى قيمتها العددية بالعلاقة :

$$dF = B \cdot I dl \sin \theta \quad (7-2)$$

حيث θ الزاوية الكائنة بين $(\vec{dl}, \vec{B})$



الشكل (1 - 7)

بأخذ بعين الاعتبار التكافؤ بين التيار وحركة شحنة يمكن أن نكتب .

$$i d\vec{l} = \vec{v} \cdot dq$$

وبالتالي نحصل على عبارة جديدة لعلاقة لابلاس :

$$d\vec{F} = dq (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (7-3)$$

ومنها يمكننا استنتاج القوة المطبقة على جزء مشحون بشحنة q يتحرك في حقل مغناطيسي $\vec{B}$:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (7-4)$$

وتعطى القيمة العددية لهذه القوة من تعريف الجداء الخارجي كمايلي.

$$F = q \cdot v \cdot B \sin \theta \quad (7-5)$$

حيث θ الزاوية الكائنة بين $(\vec{v}$ و $\vec{B})$.

7.1.2 - القوة المطبقة على جزء من دائرة :

ان تحديد مجموعة القوى الكهرومغناطيسية المطبقة على دائرة أو على

جزء من دائرة بمساعدة علاقة لابلاس لا تكون عملية سهلة إلا في حالات

خاصة عندما يكون المقل الكهرومغناطيسي متجانس ، في هذا الفصل سوف ندرس

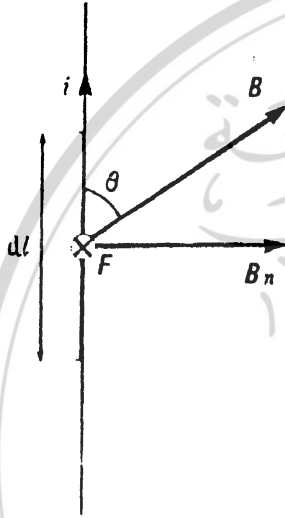
فقط الحالات الخاصة .

وهكذا اذا كان الجزء من الدارة عبارة عن سلك مستقيم

ناقل طوله l موضوع في حقل مغناطيسي متجانس ، الشكل (2 - 7) .

فان القوة المطبقة على هذا الناقل

تساوي :



$$F = Bi \sin \theta \int dl$$

$$F = Bil \sin \theta$$

$$F = B_n il$$

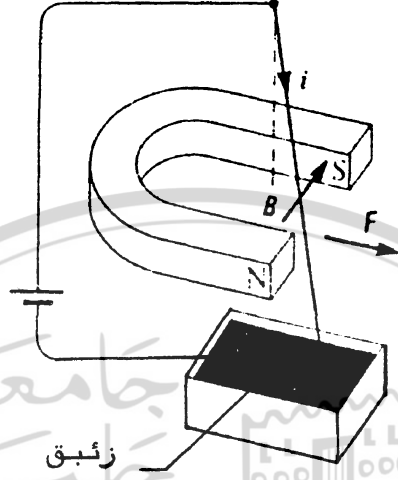
حيث $B_n = B \sin \theta$ هي مركبة الحقل المغناطيسي العمودية على

الناقل .

الشكل (2 - 7)

في مثل هذه الحالات

البسيطة، من الممكن التأكد بسهولة من تعامد قوة لابلاس مع المستوى الحاوي على الحقل المغناطيسي والناقل، وذلك بملاحظة اتجاه انزياح الناقل المتحرك . وهكذا فانه عند وضع مغناطيس على شكل نضوة الحصان بشكل أفقي وعندما نمرر بين قطبي سلك ناقل شاقولي نهايته العلوية متمفصلة مع بقية الدارة (الشكل (3 - 7)) ونهايته السفلية موجودة في حوض فيه زئبق وموصول هذا الحوض مع بقية الدارة فانه عند مرور التيار الكهربائي في السلك سوف تنشأ قوة تؤدي الى ازاحة السلك نحو اليمين .



(شكل 3 - 7)

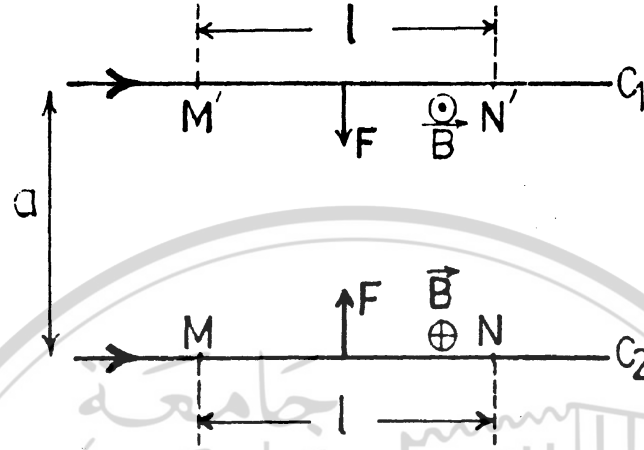
2. حساب القوة بين حاملين مستقيمين لانهايين ومتوازيين حاملين للتيار الكهربائي :

بفرض أن لدينا ناقلين متوازيين المسافة بينهما a ، يمر في الاول (C_1) تيار شدته I_1 ويمر في الثاني (C_2) تيار شدته I_2 كما هو واضح في الشكل (4 - 7) .

ان القوة التي يؤثر بها السلك C_1 مثلاً على الطول $MN = l$ من السلك C_2 تعطى وفق قانون لابلاس :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = I_2 (\vec{l} \times \vec{B}_1)$$

حيث $\vec{B}_1$ الحقل المتولد عن السلك (C_1) في أي نقطة واقعة على السلك (C_2)



الشكل (4 - 7)

وهو عمودي على المستوي الذي يحوي السلكين وتتعين جهته حسب قاعدة انسان أمبير أي أنها في حالة الشكل (4 - 7) تكون متجهة نحو مستوي الشكل .
أما القوة $\vec{F}$ فهي عمودية على كل من $\vec{B}_1$ و $\vec{l}$ أي أنها واقعة في مستوي الشكل وجهتها من (C_2) الى (C_1) .

وبنفس الطريقة سوف يخضع السلك C_1 الى قوة من السلك C_2 تعطى وفق قانون لابلاس :

$$F_{2 \rightarrow 1} = I_1 (\vec{l} \times \vec{B}_2)$$

وهذه القوة تكون عمودية على كل من $\vec{B}_2$ و $\vec{l}$ أي واقعة في مستوي الشكل ومتجهة من السلك C_1 الى السلك C_2 .

نستنتج من ذلك بأن لدينا قوة تجاذب بين السلكين اذا كان التياران في جهة واحدة وقوة تنافر اذا كانا في جهتين مختلفتين .

لحساب قيمة القوة التي يؤثر بها الناقل C_1 على الطول $\vec{\ell}$ من الناقل C_2 نحسب أولاً شدة الحقل المغناطيسي B_1 الذي ينشأ نتيجة مرور التيار I_1 في الناقل (C_1) عند نقطة واقعة على الناقل (C_2) .

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot a}$$

وبالتالي فإن :

$$\vec{F} = I_2 (\vec{\ell} \times \vec{B}_1)$$

$$F = I_2 \ell B_1 \sin \frac{\pi}{2} = I_2 \ell \cdot B_1$$

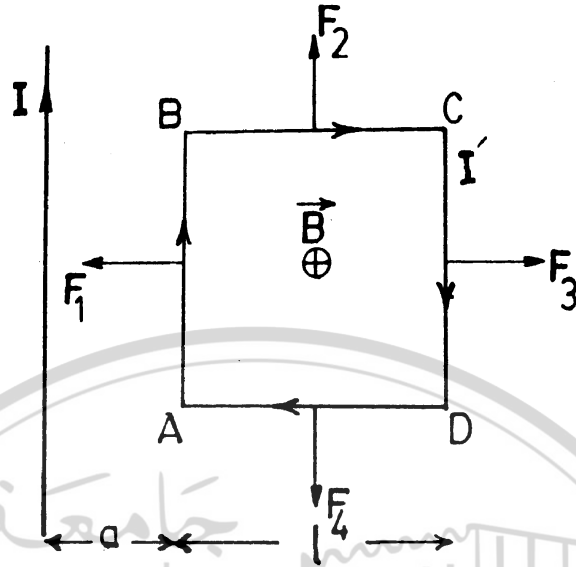
$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 \cdot I_2 \ell}{a} \quad (7-6)$$

مثال (1 - 7) :

بفرض أن لدينا الدارة المبينة بالشكل والمؤلفة من سلك ناقل لانهائي الطول يسري فيه تيار شدته $I = 10A$ ومن سلك ثان على شكل مربع ويسري فيه تيار شدته $I = 5A$ فإذا كان المربع يقع في مستوى السلك ويبعد عن السلك الخطي مسافة قدرها $a = 4 \text{ cm}$ فأوجد محصلة القوى التي يؤثر بها السلك اللانهائي الطول على أضلاع المربع علماً بأن طول ضلع المربع يساوي $\ell = 50 \text{ cm}$.

الحل:

تخضع كل نقاط المربع الى حقل تحريض مغناطيسي نتيجة مرور تيار شدته $I = 10 \text{ A}$ في السلك اللانهائي الطول ويكون هذا الحقل عمودي على مستوى المربع وجهته نحو مستوى الشكل .



ان محصلة القوى المؤثرة على الضلعين AD و BC تساوي الصفر وذلك لان توضعها متماثل بالنسبة للسلك اللانهائي الطول ، أي أن:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = 0$$

وبالتالي فان محصلة القوى المؤثرة على أضلاع المربع تنتج فقط من القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ المطبقتين على الضلعين AB و CD أي أن :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

أو عددياً :

$$F = F_1 - F_3$$

نحسب F_1 من قانون لابلاس :

$$\vec{F}_1 = I(\vec{\ell} \times \vec{B}_1)$$

لكن :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

ومنه نجد :

$$F_1 = \frac{\mu_0 I I' \cdot \ell}{2\pi a}$$

كذلك نحسب F_3 من قانون لابلاس :

$$\vec{F}_3 = I' (\vec{\ell} \times \vec{B}_3)$$

لكن :

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi (a + \ell)}$$

ومنه نجد :

$$F_3 = \frac{\mu_0 I I' \cdot \ell}{2\pi (a + \ell)}$$

وبالتالي فان المحصلة تساوي الى :

$$F = F_1 - F_3 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I I' \cdot \ell^2}{a(a + \ell)}$$

بالتبديل عن قيم كل من ℓ و I' و I و μ_0 و a نجد :

$$F = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 5 \times (0,5)^2}{2\pi (0,04) (0,04 + 0,5)} = 11.57 \times 10^{-5} \text{ N}$$

7.3 - حركة جزيء مشحون في حقل مغناطيسي عمودي على اتجاه سرعته

الجزئية :

اذا فرضنا بأنه لدينا شحنة كهربائية q تتحرك في الخلاء

بسرعة ثابتة $\vec{v}$ ، الشكل (5 - 7) فانها تخضع تحت تأثير حقل

التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ الى قوة كهربيسية تعطى بالعلاقة (4 - 7) :

$$F = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

يكون منحى القوة عمودي على كل من $\vec{B}$ و $\vec{v}$ أما الجهة فتتبعين حسب قاعدة البزال :

$$F = q.v .B \sin \theta$$

حيث θ الزاوية الكائنة بين $(\vec{v}$ و $\vec{B})$.

في الحالة التي يكون فيها الحقل المغناطيسي متجانس

وعمودي على مسار حركة الشحنة أي عندما تكون $\theta = \frac{\pi}{2}$ فان :

$$F = q.v .B$$

بما أن القوة F عمودية على السرعة فان مسقط F على السرعة v التي تمثل المركبة المماسية للقوة ، معدوم أي $F_t = 0$ ويكون مسار حركة الجزينة المشحونة دائري .

$$F_t = ma_t = 0$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$$

حيث m كتلة الجزيء المشحون و a_t التسارع المماسي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد :

$$F = q.v .B = ma_n$$

حيث a_n التسارع الناطمي ويساوي الى :

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

ومنه :

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

$$\Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \quad (7-7)$$

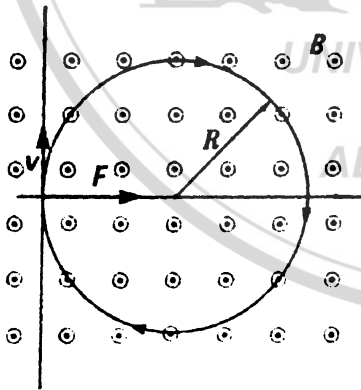
حيث تمثل r نصف قطر الدائرة التي ترسمها حركة الشحنة الكهربائية، وهو ثابت بالنسبة للجزيئة المشحونة ما لم تتغير قيمة حقل التحريض B .
ان تناسب r مع السرعة v يُظهر بأن السرعة الزاوية ω للجزيء لا تعتمد على السرعة البدائية v .

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q \cdot B}{m} \quad (7-8)$$

يكون التردد الذي

يقاس بعدد الدورات

في الثانية :



$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \quad (7-9)$$

ويساوي الزمن اللازم

لاتمام دورة كاملة،

الدور T :

الشكل (5 - 7)

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} \quad (7-10)$$

الذي هو بدوره لا يعتمد على السرعة البدائية أيضاً .

7.4 - حركة جزيء مشحون في حقل مغناطيسي متجانس ويصنع زاوية θ مع اتجاه السرعة:

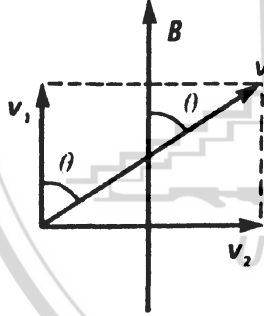
يمكن أن نحلل السرعة الى مركبتين الاولى موازية لاتجاه الحقل المغناطيسي v_1 والثانية عمودية على اتجاه الحقل المغناطيسي v_2 انظر الشكل (6 - 7) .

تحدد مركبة السرعة العمودية على الحقل المغناطيسي ، الحركة

الدائرية ذات نصف القطر:

$$r = \frac{m v_2}{qB} = \frac{m v \sin \theta}{qB}$$

وتحدد حركة السرعة الموازية للحقل المغناطيسي ، الحركة الخطية للجزئية في اتجاه الحقل .



ان تركيب الحركتين

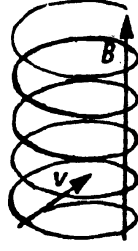
السابقتين يعطي الحركة الحلزونية

الموضحة في الشكل (7 - 7) وتكون الخطوة h للحزون ، التي هي

المسافة المقطوعة بشكل موازي للحقل خلال دور الحركة الدائرية ، مساوية الى :

$$h = v_1 T$$

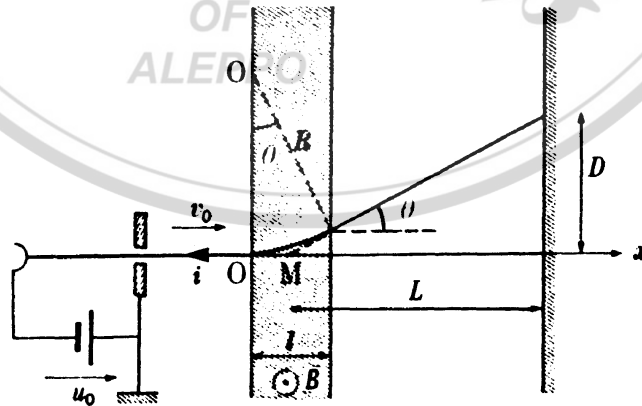
$$h = \frac{v \cos \theta 2\pi m}{q \cdot B} \quad (7-11)$$



الشكل (7 - 7)

مثال (2 - 7) :

تقذف الكترونات بواسطة مدفع الكتروني تحت فرق كمـون قدره $V_0 = 10000 \text{ volts}$ وتدخل منطقة خاضعة لحقل تعريض مغناطيسي $B = 10^{-3} \text{ Tesla}$ عمودي على سرعة الالكترونات . عرض هذه المنطقة هو $\ell = 1 \text{ cm}$ احسب الانحراف D لحزمة الالكترونات على شاشة متوضعة على بعد $L = 20 \text{ cm}$ من منتصف المنطقة الخاضعة للحقل المغناطيسي كما هو موضح في الشكل (8 - 7) .



الشكل (8 - 7)

الحل:

تعطى سرعة الالكترونات التي تخضع لتأثير الحقل المغناطيسي

بالعلاقة:

$$v_o = \sqrt{\frac{2eV_o}{m}}$$

يكون للحزمة مسار خطي وذلك عندما لاتخضع هذه الحزمة للحقل المغناطيسي وتخرج من منطقة تأثير الحقل المغناطيسي وفق زاوية انحراف θ مساوية للزاوية الموافقة لقوس من دائرة الموصوف تحت تأثير الحقل المغناطيسي .

إذا كانت l صغيرة جداً بالمقارنة مع R فعندئذ يمكننا

كتابة:

$$\theta = \frac{l}{R} = \frac{D}{L}$$

ومنه:

$$D = \frac{Ll}{R}$$

ولكن R تساوي الى:

$$R = \frac{m \cdot v_o}{B \cdot e}$$

ومنه:

$$D = B \cdot L \cdot l \sqrt{\frac{e}{2mV_o}}$$

$$D = 10^{-3} \times 20 \times 10^{-2} \times 10^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-19}}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 10^4}}$$

$$D = 5.9 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 0.6 \text{ cm}$$

7.5 - بعض التطبيقات :

تطبيقاً على التيارات ذوات الحامل المادي فان قانون لابلاس يشكل أساس مبدأ المحركات الكهربائية . لكن ، الانجاز العلمي لهذه المحركات يضع مشاكل تكنولوجية لاتدخل في اطار هذا الموضوع: انهم يشكلون موضوع التقنية الكهربائية .

تطبيقاً على الجسيمات بدون حامل مادي فان قانون لابلاس يشكل أساس لمبدأ بعض الاجهزة المستخدمة أساساً لأعمال الفيزياء النووية .

لقد رأينا أن الانحراف المغناطيسي للجسيمة يكون متناسباً مع شحنة وكتلة الجسيمة . اذا استخدمت الذرات المتأينة بشكل مماثل فان انحرافاتهم الموافقة تتعلق فقط بكتلة الذرات .

$$D = BL\ell \sqrt{\frac{e}{2mV_0}} \quad (7-12)$$

من الممكن حساب هذه الكتلة وذلك بالمقارنة بين الانحراف

الموافق وانحراف الجسيمات ذات الكتلة المعروفة :

$$\frac{D_1}{D_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad (7-13)$$

ان الجهاز الذي يسمح بهذا القياس هو عبارة عن مقياس طيف الكتلة

7.5.1 -مطياف الكتلة:

يوضح الشكل (9 - 7) جهازاً استخدم لقياس كتل الايونات ويسمى بمطياف الكتلة. يتكون هذا الجهاز في أبسط صورة له، من مصدر الايونات بسرعة الصفر تقريباً ثم تسرع بامرارها بين الفتحتين S_1 و S_2 حيث فرق الكمون بينهما V ثم تمرر بعد ذلك في حقل مغناطيسي متعامد مع مسار الايونات فتتخذ الايونات مسارات دائرية تعتمد انصف أقطارها على كتلها وعلى شحنتها أيضاً. فاذا كانت لكل الايونات نفس الشحنة ، عندئذ تعتمد أنصاف اقطار مسارات الايونات فقط على كتلتها .

نحصل على سرعة الايون $\vec{v}$ عندما يصل الى الفتحة S_2 من

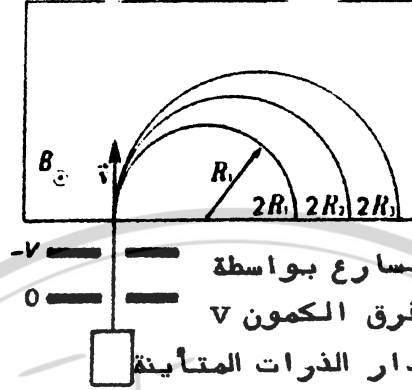
العلاقة :

$$q \cdot V = \frac{1}{2} m v^2 \quad (7-14)$$

حيث m كتلة الايون ، q شحنته ، V فرق الكمون بين الفتحتين S_1 و S_2

$$v = \left(\frac{2qV}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

محل تحريض مغناطيسي متجانس B



الشكل (9 - 7)

لكن :

$$R = \frac{mv}{q \cdot B}$$

$$R^2 = \frac{m^2 \cdot v^2}{q^2 \cdot B^2} = \frac{m^2}{q^2 \cdot B^2} \cdot \frac{2qV}{m}$$

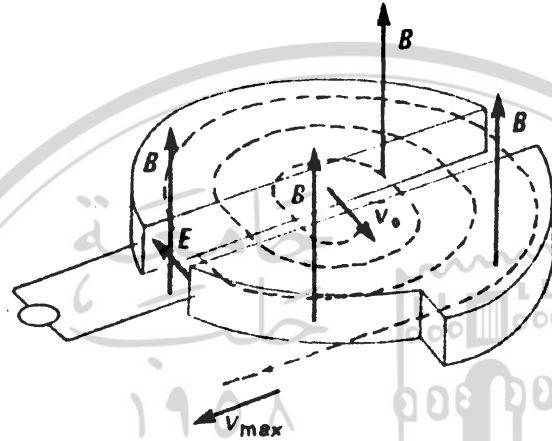
$$R^2 = \frac{2V}{qB^2} \cdot m$$

$$\Rightarrow m = \frac{qB^2}{2V} \cdot R^2 \quad (7-15)$$

7.5.2 - السيكلوترون

السيكلوترون عبارة عن جهاز يستخدم لتسريع الايونات الى طاقات حركية عالية يستفاد منها لاغراض الدراسات النووية. يتكون الجهاز في أبسط صورة له من علبتين معدنيتين مشابھتين لحرف D ومفرغتين من الداخل تسميان بـ " Dees " ومتقابلتين ، توصل

العلبتين الى مصدر كمون ذو تواتر عال ، ويوضع الشطرين بين قطبي مغناطيسي كهربائي قوي يعطي مجالاً مغناطيسياً يكون اتجاهه متعامداً مع سطحي الـ " Dees " كما هو واضح في الشكل (10 - 7) :



الشكل (10 - 7)

عندما تخرج الايونات من المصدر فإنها سوف تنجذب نحو الـ D التي تكون سالبة في هذه اللحظة وبمجرد وجودها داخل الـ D فانها تصبح تحت تأثير الحقل المغناطيسي فقط وذلك لأن الحقل الكهربائي داخل العلبتين يساوي الصفر وبما أن الايونات بدأت بسرعة v_1 وفي حقل مغناطيسي B عمودي على حركتها فانها سوف تتحرك في دائرة نصف قطرها يعطى بالعلاقة :

$$r_1 = \frac{m v_1}{q \cdot B}$$

وتكون السرعة الزاوية مساوية الى :

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{q \cdot B}{m} \quad (7-16)$$

وبمجرد خروج الايون من الـ D السابقة يغير الكمون اتجاهه فتصبح الـ D

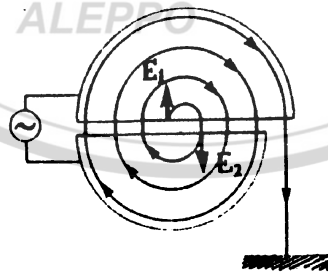
السالبة سابقاً موجبة والموجبة سابقاً سالبة فينجذب الايون نحو D الثانية وتزداد سرعته وبالتالي يزداد نصف قطر مساره ويسمى هذا بالتسريع المتتابع وعندما يصل الايون الى المدار النهائي ذو نصف القطر R يخرج الايون منطلقاً بسرعة كبيرة موجهاً الى الهدف المراد قذفه به كما هو واضح على الشكل (11 - 7) وتكون سرعته النهائية $\vec{v}$:

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m} \quad (7-17)$$

وطاقته الحركية:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2 R^2}{m} \quad (7-18)$$

نلاحظ من العلاقة (16 - 7) أن السرعة الزاوية ω تبقى ثابتة طالما أن التحريض المغناطيسي B ثابتاً. أي أن الايون يسيّر بسرعة زاوية ثابتة بغض النظر عن نصف قطر الدائرة التي يتمركز فيها.



الشكل (11-7)

مثال (3 - 7) :

قذف بروتون بسرعة مهمة الى مركز السيكلوترون ذي المواصفات

التالية :

الحقل المغناطيسي $B = 1 \text{ Tesla}$

نصف القطر الاعظمي $R = 50 \text{ cm}$

القيمة العظمى لفرق الكمون بين "Dees" هي $U = 15000 \text{ V}$

والمطلوب حساب :

- ١ - السرعة العظمى التي يحصل عليها البروتون .
- ٢ - الزمن اللازم للبروتون للقيام بنصف دورة .
- ٣ - تردد الاهتزاز .
- ٤ - الطاقة العظمى التي اكتسبها البروتون وعدد الدورات اللازمة له لبلوغ السرعة العظمى .

المحل :

ان السرعة العظمى التي يحصل عليها البروتون هي :

$$v = \frac{B R e}{m}$$
$$= \frac{1 \times 5 \times 10^{-1} \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.67 \times 10^{-27}} = 47300 \text{ Km/s}$$

ان تأثير هذه السرعة على كتلة الجسيمة يكون مهملاً .

ان الزمن اللازم حتى يقوم البرتون بنصف دورة هو :

$$\tau = \frac{T}{2} = \frac{2\pi R}{2V} = \frac{\pi m}{Be}$$

$$= \frac{\pi \times 1.67 \times 10^{-27}}{1 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 3.28 \times 10^{-8} \text{ sec}$$

يمكن حساب التردد من كمون التسريع :

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\tau}$$

$$\nu = 15.25 \text{ MHz}$$

لدينا من جهة أخرى بأن الطاقة العظمى المكتسبة من قبل البروتون تساوي :

$$W_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{B^2 R^2 e^2}{m}$$

$$= \frac{25 \times 10^{-2} \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{2 \times 1.67 \times 10^{-27}}$$

$$= 1.93 \times 10^{-12} \text{ Joul}$$

يكتسب البروتون عند كل نصف دورة الطاقة التالية :

$$\Delta W = eV$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 15 \times 10^3$$

$$\Delta W = 24 \times 10^{-16} \text{ Joul}$$

وبالتالي يلزمه لبلوغ سرعته العظمى ، أن يقوم بعدد من الدورات مساوية الى :

$$n = \frac{W_{\max}}{2\Delta W}$$

$$n = \frac{1.93 \times 10^{-12}}{2 \times 24 \times 10^{-16}}$$

$$n = 400 \text{ دورة}$$

7.5.3 - مفعول هول :

ليكن لدينا صفيحة ناقلة عمودية على حقل مغناطيسي كما هو واضح في الشكل (12 - 7) . فاذا طبقنا فرق في الكمون بين نهايتي الصفيحة فان حوامل الشحنات ستتحرك باتجاه الحقل اذا كانت موجبة أي باتجاه اليمين في حالة الشكل (12.a - 7) .

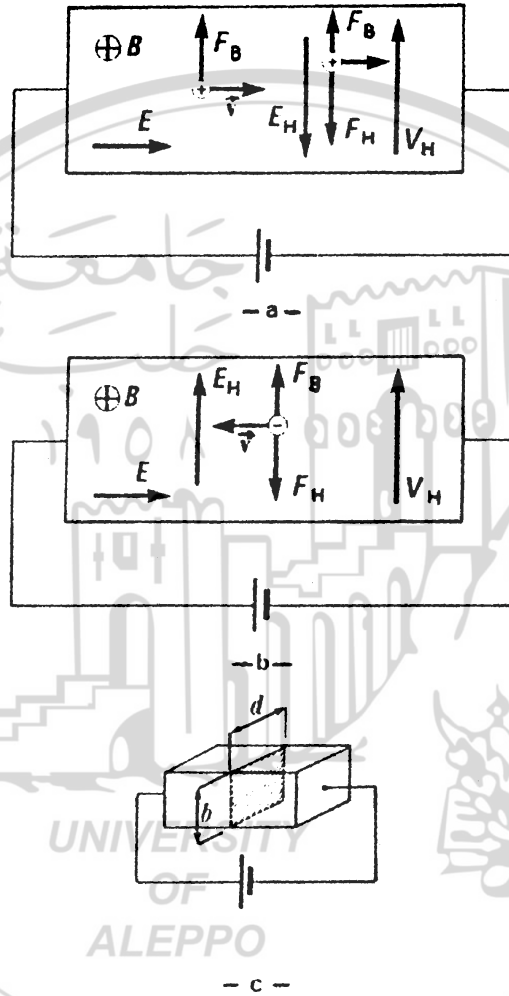
وبالتالي فان حوامل الشحنة هذه سوف تخضع لقوة كهروستاتيكية التي تجذبها نحو أعلى الصفيحة . هذا التراكم للشحنات المتحركة الموجبة يخلق فرق في الكمون موجب V_H بين السطح العلوي والسطح السفلي للصفيحة .

ان V_H يمثل كمون هول وهو يرتبط مع الحقل الكهربائي الساكن

بالعلاقة :

$$E_H = \frac{V_H}{b} \quad (7-19)$$

حيث b هي ارتفاع الصفحة كما هو واضح من الشكل (7 - 12.c).



الشكل (7 - 12)

يؤثر هذا الحقل الكهربائي على حوامل الشحنة e بقوة

كهراكدية التي (في حالة التوازن) تعاكس القوة الكهروستاتيكية :

$$e \cdot \frac{V_H}{b} = Bev$$

$$V_H = Bbv \quad (7-20)$$

نحن نعلم بأن سرعة الشحنات مرتبطة بشدة التيار الموافق :

$$i = NeSv \implies v = \frac{i}{NeS}$$

حيث $S = b.d$, سماكة الصفيحة ، N تركيز الشحنات في وحدة الحجم :

$$V_H = \frac{Bi}{Ned} \quad (7-21)$$

يسمى المقدار R_H بثابت هول :

$$R_H = \frac{1}{Ne} \quad (7-22)$$

لنرى ماذا سيحدث اذا كانت حوامل الشحنة سالبة كما هو الحال بالنسبة للمعادن (الشكل 12.b - 7). تكون السرعة باتجاه معاكس لكن الشحنة السالبة والقوى المغناطيسية يكون لها نفس الاتجاه كما في الحالة الاولى بشكل تتراكم فيه الشحنات أيضا نحو الاعلى ، لكن كمون هول يكون سالب والحقل الكهربائي الموافق يكون بجهة معاكسة لنظيره في الحالة الاولى ، أما بالنسبة للقوة الكهراكدية الموافقة ، فهي تعاكس دوماً القوى الكهروستاتيكية والنتيجة السابقة تبقى صالحة .

نلاحظ بأن كمون هول يسمح ، باتجاهه ، بمعرفة طبيعة حوامل

الشحنة لنصفنا قل ومعرفة كثافة الشحنات :

$$N = \frac{Bi}{V_H ed} \quad (7-23)$$

7.6 - وحدة الظواهر الكهراكديه والكهرطيسية :

لدى دراستنا لمفعول هول ، اعتبرنا تطابق الاشارة الكهراكديد

والكهرطيسية على جزئ :

$$\vec{F} = \vec{F}_C + \vec{F}_L \quad (7-24)$$

حيث تعبر $\vec{F}_C$ عن قوة كولون وتعبر $\vec{F}_L$ عن قوة لابلاس الناتجتين بالترتيب عن تطبيق الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي بأن واحد.

يمكننا اذاً كتابة بشكل عام :

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (7-25)$$

أو بالشكل :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})) \quad (7-26)$$

تعتبر هذه العلاقة قانون لورنتز.

لنفرض بأن القوة F المطبقة على الشحنة q ناتجة عن وجود الشحنة Q . اذا كانت Q ثابتة فان $\vec{B} = 0$ وفي هذه الحالة لاتتضع الشحنة q إلا الى قوة كولون سواءً كانت الشحنة q ثابتة أو متحركة ؟

$$\vec{F} = \vec{F}_C = q \cdot \vec{E}$$

اذا كانت الشحنة Q تتحرك بسرعة $\vec{v}$ فان حقل التحريض

المغناطيسي $\vec{B}$ لايساوي الصفر في هذه الحالة ، لا يؤثر على الشحنة q إلا اذا كانت هذه الاخيرة تتحرك بسرعة $\vec{v}$ ، وفي هذه الحالة تتوضع الشحنة

q الى قوة لابلاس :

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

بما أن السرعات يمكن أن تكون مختلفه بشكل واضح حسب جملة المقارنة المستخدمة فإننا نلاحظ بأن $\vec{B}$ أثر نسبي للتأثير المتبادل الكهربائي وأن الحد الاول من علاقة لورنتز يحوي على كل العناصر التي لاتتعلق بالحركة بينما لا يحوي الحد الثاني إلا على العناصر التي تعتمد على الحركة وذلك باعتبار أن سرعاتهم تبقى صغيرة .

من جهة أخرى ، اذا اعتبرنا عبارات الحقول الناتجة في نفس النقطة على مسافة قدرها r من الشحنة Q فإن :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u} \quad \text{و :}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q}{r^2} (\vec{v} \times \vec{u})$$

ينج ، بعد حذف $\vec{u}$ من المعادلتين السابقتين ، العبارة :

$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 (\vec{v} \times \vec{E}) \quad (7-27)$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{v} \times \vec{E}}{c^2} \quad (7-28)$$

حيث :

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

وهذه العلاقة تظهر بأن الحقول $\vec{B}$ و $\vec{E}$ يعتمد أحدهما على الآخر .

ان الجداء الخارجي (الشعاعي) $\vec{v} \times \vec{E}$ يشير بأن الحقول

$\vec{B}$ و $\vec{E}$ متعامدة وأن الحقل $\vec{B}$ لا يظهر إلا إذا كانت الشحنة Q تتحرك بسرعة $\vec{v} \neq 0$.

ان مرتبة كبر القوة الكهراكدية هي من مرتبة $q \cdot E$ ومرتبة كبر القوة الكهروطيسية هي من مرتبة $q \cdot v \cdot E \cdot c^2$ بحيث أن :

$$\frac{F_L}{F_C} \simeq \frac{v \cdot v}{c^2}$$

نتصور إذا أنه في أغلب الحالات عندما تكون سرعة الشحنات صغيرة جداً بالمقارنة مع سرعة الضوء فإن القوة الكهروطيسية تكون مهمة أمام القوة الكهراكدية .

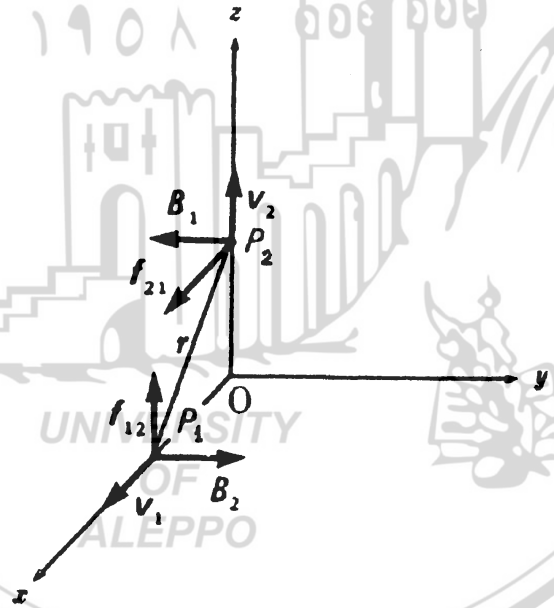
كيف يحدث إذاً ، بأنه في حالة الاسلاك الناقلة الموضوعية بجانب بعضها البعض ، بأننا لاناخذ بالحسبان القوى الكهراكدية وأن الاثار الكهروطيسية تكون هي المسيطرة ؟ لأنه لا يوجد أبداً تراكم للشحنات في الناقل الذي بداخله يسري تيار كهربائي . بالنتيجة فإن الناقل يكون حيادي (الشحنات المتحركة تكون بشكل مستمر مستبدلة بشحنات أخرى والكثافة الصافية للشحنات الكهربائية تبقى مساوية للصفر في الناقل) . ولا يخلق أي حقل كهراكدي في الخارج . لذلك فان القوى الكهراكديه تكون معدومة ويكون فقط العدد الكبير جداً من الجزيئات المشحونة المتحركة هو الذي يعطي قيمة معتبره للقوى الكهروطيسية والتي يجعلها صالحة مثل القوى المتحركة في حالة المحركات الكهربائية .

مثال (4 - 7) :

احسب القوى المطبقة على بروتونين يسيران بالسرع $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$

واتجاهاتهم متعامدة وفق المحور Ox و Oz .

ان حقل التحريض المغناطيسي في النقطة P_2 الناتج عن الشحنة e_1 يوازي المحور Oy وموجه باتجاه معاكس . القوة الكهربائية المطبقة على الشحنة e_2 تكون إذاً موازية للمحور Ox وموجهة في نفس الاتجاه . ان حقل التحريض المغناطيسي في النقطة P_1 الناتج عن الشحنة e_2 يوازي المحور Oy وموجه في نفس الاتجاه . القوة الكهربائية المطبقة على الشحنة e_1 تكون إذاً موازية للمحور Oz وموجهة في نفس الاتجاه .



يظهر إذاً بأن هذه القوى لا تطيع المبدأ الثالث لنيوتن: لهذا السبب فان علاقة أمبير المعبرة مباشرة عن القوى بين شحنتين أو بين عنصري تيار قد مثلت كقوة خيالية . تفسير ذلك يكون بأن التأثير المتبادل الكهربائي ليس له

تأثير على مسافة لحظية ، لكن الحقل الكهرومغناطيسي هو حقل مشع ينقل كمية معينة من الطاقة بسرعة محددة . كمية الطاقة هذه هي التي يتم تبادلها بين الشحنتين والتي ، خلال زمن الانتقال قد فقدت من قبل احدى الشحنتين ، بدون أن تكتسبها الشحنة الاخرى . إذاً فإن هذا يتحقق فقط عندما تكون الحقول ساكنة (الكهروستاتيكية) . أو عندما يكون جريان الشحنات بشكل مستمر (دائرة مغلقة) حيث أن التأخر بانتقال الطاقة لا يمكن الاحساس به عندها يتحقق من جديد المبدأ الثالث لنيوتن .

لنفرض أن سرعة الشحنات هي $v = 1.5 \times 10^7$ m/sec والمسافة بين الشحنتين تساوي $r = 0.2$ m في اللحظة التي نريد فيها حساب التأثير المتبادل بينهما . تعطى القوى الكهرومغناطيسية بالعلاقة التالية :

$$f_m = ev \left(\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{ev}{r^2} \right)$$

$$f_m = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{e^2 v^2}{r^2}$$

$$f_m = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\pi} \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2 \times (1.5 \times 10^7)^2}{4 \times 10^{-2}}$$

ومنه نجد أن :

$$f_m \approx 1.2 \times 10^{-29} \text{ N}$$

بالنسبة للقوة الكهروستاتيكية فإنها تعطى بالعلاقة :

$$f_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{e^2}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4 \times 10^{-2}}$$

$$= 5.75 \times 10^{-27} \text{ N}$$

ان النسبة بين القوة الكهربائية الى القوة الكهروكديية تساوي الى :

$$\frac{f_m}{f_e} = \frac{1.2 \times 10^{-29}}{5.75 \times 10^{-27}} \approx 2.09 \times 10^{-3}$$

نرى اذاً بأنه في مثل هذه الحالة حيث تكون السرعة من مرتبة :

$$\frac{1.5 \times 10^7}{3 \times 10^8}$$

أي 5% من سرعة انتشار الموجه الكهربائية فإن القوة الكهربائية لاتعنى شيء أمام القوة الكهروكديية التي هي تحقق المبدأ الثالث لنيوتن .

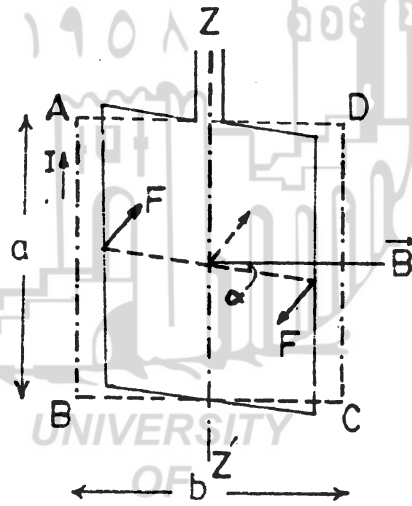
هذا لا يكون إلا في الحالة التي تكون فيها السرعة قريبة من سرعة انتشار الموجه الكهربائية عندها تصبح الطاقة المنتقلة بين الشحنتين أكثر اعتباراً وعندها يتباعد التأثير المتبادل ، أكثر فأكثر عن المبدأ الثالث لنيوتن .

7.7 - العزم المغناطيسي لملف :

سندرس القوة التي يؤثر بها حقل التحريض المغناطيسي على

اطار يمر به تيار شدته I . فإذا كان لدينا سلك يؤولف اطارا ABCD على شكل مستطيل ضلعاه AB = a و BC = b وسطحه S كما هو واضح على

الشكل (13 - 7) بفرض أن هذا الاطار قابل للدوران حول المحور zz' وموجود ضمن حقل تحريض مغناطيسي منتظم شدته B وموجه بشكل يكون موازياً لمستوي الاطار عندما لا يمر فيه أي تيار. أي أن متجه القوة المؤثرة على B عمودية على الضلعين AB و CD . فعند مرور التيار الكهربائي فإن هذين الضلعين يخضعان لمزدوجة قوى لأن القوتان المؤثرتان على الضلعين AD و CD معدومتان ، وسبب ذلك هو أن الزاوية الواقعة بين B و AB تساوي $\frac{\pi}{2}$ ، في حين أن الزاوية بين B و AD تساوي الصفر .



الشكل (13 - 7)

بالاعتماد على قانون لافلانج ، فإننا نحصل على :

$$M = IabB \sin \alpha$$

ونعمل مزدوجة القوى على تدوير الاطار حول المحور zz' ، فإذا كانت α الزاوية بين متجه التحريض B و سطح الاطار فإن عزم مزدوجة هذه القوى

M يساوي الى :

$$M = I.a.Bb \cos \alpha = I.B.S \cos \alpha$$

$$M = m.B.\cos \alpha \quad (7-29)$$

حيث : $m = I.S$ تسمى بالعزم المغناطيسي و $S = a.b$.

وفي حالة N حلقة تصبح قيمة العزم أكبر N مرة أي :

$$M = m BN \cos \alpha$$

ان ظهور هذا الازدواج في الاطار عند وضعه في حقل تحريض مغناطيسي أدى الى استخدامه في صنع معظم أنواع الاجهزة الكهربائية ، وهي تحتوي على ملف خفيف معلق على حامل مرن قادر على الحركة الدورانية حول محوره ويستقر تماماً عندما يكون عزم المزدوجة مساوياً الى عزم الفتل في خيط التعليق . فإذا فرضنا أن الاطار قد دار بزاوية θ فان عزم الفتل الموافق يساوي الى θK حيث K ثابت الفتل وانطلاقاً من المساواة بين عزم الفتل وعزم المزدوجة يمكن تدريج حركة الملف بدلالة شدة التيار وفق العلاقة :

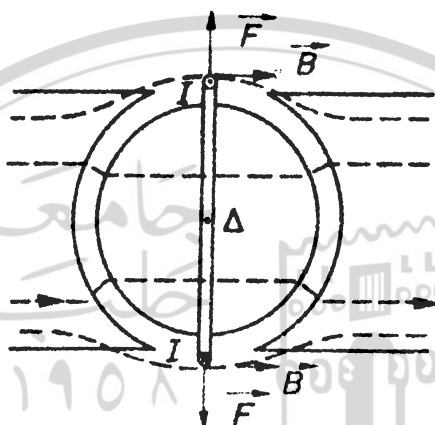
$$\theta = \frac{B.S.N.\cos \alpha}{K} I \quad (7-30)$$

وللحصول على حقل تحريض مغناطيسي عمودي على الضلعين AB و CD من أجل كافة أوضاع الملف فإنه يوضع بين قطبين مغناطيسيين مقعيرين على شكل أسطوانة ، فتكون خطوط التحريض عندئذ عمودية على سطح الاطار دوماً . أما لزيادة شدة التحريض فنلجأ الى وضع نواة حديدية

- اخل الملف (شكل (14 - 7)) في هذه الحالة تكون $\alpha = 0$ دوماً

وتصبح العلاقة (30 - 7) بالشكل التالي :

$$\theta = \frac{B \cdot S \cdot N}{K} I$$



الشكل (14 - 7)

وهذا هو مبدأ مقياس الغلفانومتر ذو الاطار المتحرك .

7.8 - عمل القوة الكهرومغناطيسية الناتجة عن وجود حقل تحريض مغناطيسي :

ليكن لدينا قضيبين متوازيين البعد بينهما ℓ (الشكل

(15 - 7)) وقضيب ثالث عمودي عليهما ويمكن أن يتحرك بدون احتكاك

على السكة المولدة من الناقلين اللذان يتصلان بمنبع تيار مستمر.

توضع هذه الدارة ضمن حقل تحريض مغناطيسي عمودي على المستوى الحاوي

للسلكين ، فعند مرور التيار تنشأ قوة مغناطيسية عمودية على كل

من اتجاه حقل التحريض واتجاه التيار وتعطى هذه القوة وفقاً

لقانون لابلاس بالعلاقة :

$$\vec{F} = i(\vec{\ell} \times \vec{B})$$

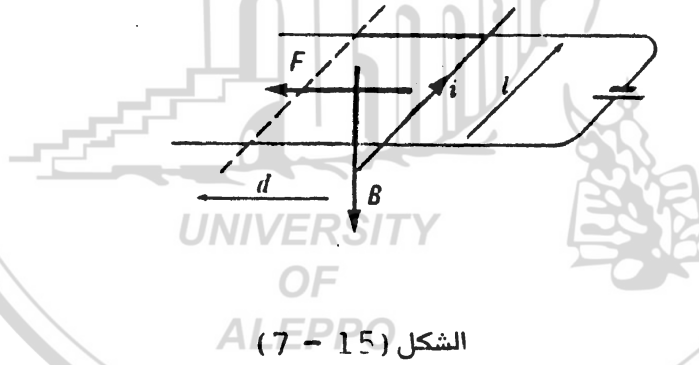
ان هذه القوة تعمل على ازاحة الناقل المتحرك الى وضع جديد
يبعد عن الوضع الاول مسافة قدرها d فيكون العمل الذي قامت به
القوى المغناطيسية مساوياً الى :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = i(\vec{\ell} \times \vec{B}) \cdot \vec{d} \quad (7-31)$$

حيث $(\vec{\ell} \times \vec{B}) \cdot \vec{d}$ عبارة عن الجداء المختلط للمتجهات بحيث أن:

$$(\vec{\ell} \times \vec{B}) \cdot \vec{d} = (\vec{d} \times \vec{\ell}) \cdot \vec{B}$$

حيث يمكن وضع $\vec{d} \times \vec{\ell} = S \cdot \vec{n}$: تمثل مساحة السطح الممسوح بواسطة
الناقل و $\vec{n}$ الناظم على السطح موجه بالاتجاه الذي يوافق جهة الانزياح
 d والتيار، $\vec{\ell}$ موجهة في اتجاه التيار .



وبالتالي فإن عبارة العمل يمكن أن تكتب بالشكل التالي :

$$W = i\vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S \quad (7-32)$$

ولكن المقدار $\vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S$ ما هو إلا تدفق متجهة حقل التمريض المغناطيسي
من خلال السطح الممسوح بواسطة الناقل المتحرك ، ومنه :

$$W = i\phi$$

(7-33)

إذا اعتبرنا التدفق ϕ مقطوع بواسطة العنصر المتحرك مثل زيادة التدفق عبر الدارة الكاملة

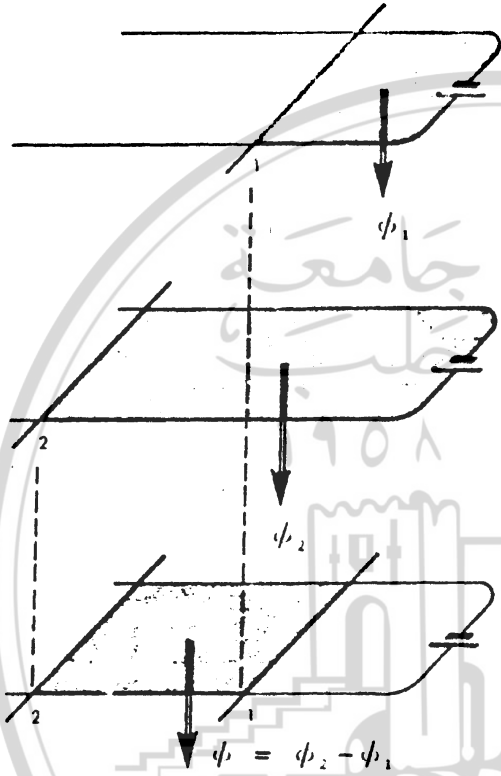
الشكل (7-16)، يمكننا

عندئذ كتابة:

$$W_1^2 = i(\phi_2 - \phi_1) \quad (7-34)$$

وهذه النتيجة تعبر

عن قانون ماكسويل .

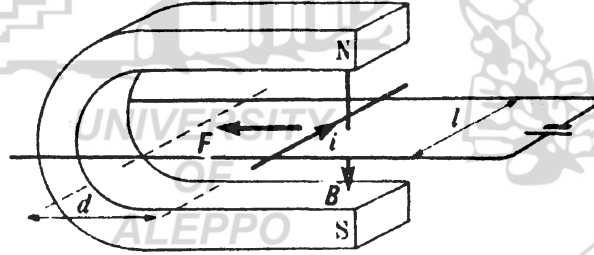


الشكل (7-16)

تمارين غير محلولة

١ - إذا أردنا تسريع بروتون لطاقة 30 GeV ضمن حقل مغناطيسي مقدارها 1.5 Tesla فما هو قطر السيكلوترون المستخدم .

٢ - بفرض أن لدينا الدارة المبينة بالشكل . فإذا كانت المسافة بين السكتين مساوية إلى 2cm وكان التيار المار فيها مساوياً إلى 20A فاحسب قيمة حقل التحريض المغناطيسي بين قطبي المغناطيس بفرض أن القوة المطبقة على الناقل المتحرك حتى يبقى ساكناً تساوي إلى $5 \times 10^{-2} \text{ N}$. ثم احسب العمل المنجز عندما يتحرك الناقل مسافة قدرها 5 cm .

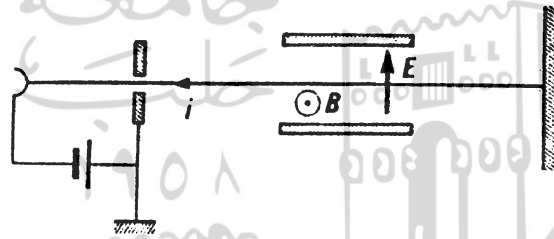


٣ - ان المثال (2 - 7) يظهر بأن الانحراف D يعتمد على النسبة $\frac{e}{m}$ للالكترون . ان أول من لاحظ ثبات هذه النسبة هو تومسون (J.J.Tomson) مبرهنأ بذلك على الطبيعة الجسيمية للالكترون .

من أجل ذلك استخدم التجربة في المثال (2 - 7) ، وجعل

الانحراف مساوياً الى الصفر بمساعدة حقل كهربائي عمودي على الحقل المغناطيسي كما هو واضح في الشكل ، يخضع كل الكترون الى قوتين متعاكستين ، القوة المغناطيسية f_m والقوة الكهراكونية f_e .

أوجد عبارة فرق الكمون المطبق بين لبوسي المكثف الذي يجعل الانحراف مساوياً للصفر .



٤ - صفيحة من مادة نصف ناقلة سماكتها $d = 4 \text{ cm}$ موجودة في حقل مغناطيسي $B = 0,2 \text{ Tesla}$ ويسري فيها تيار شدته $i = 0,1 \text{ A}$ كما هو واضح في الشكل (١٢ - ٧) . نقيس كمون هول $V_H = -40 \text{ mV}$ بين طرفي الصفيحة . ماهي طبيعة وكثافة حوامل الشحنات في نصف الناقل .

٥ - استخدمت الصفيحة النصف ناقلة في المثال السابق لقياس الحقل المغناطيسي B عندما تكون شدة التيار المار في الصفيحة مساوية الى 100 mA فإن فرق كمون هول يكون مساوياً الى $V_H = -28 \text{ mV}$ احسب قيمة الحقل المغناطيسي .

الفصل الثاني

التحريض الكهربي

جامعة حلب

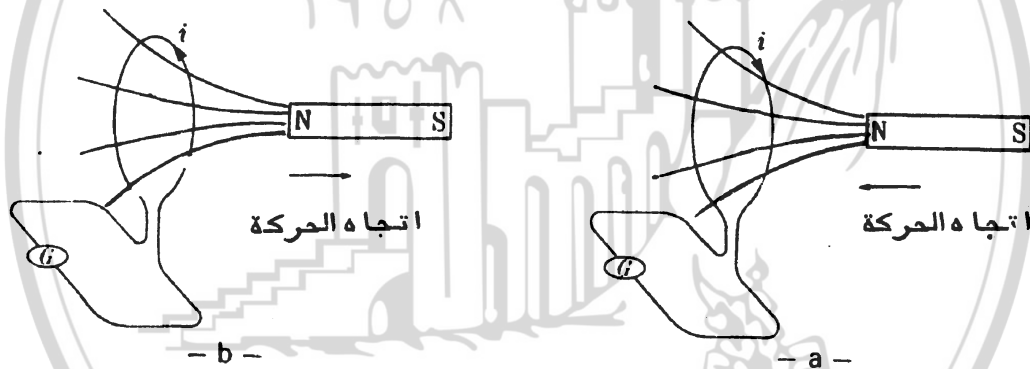
8.1 - تجارب فاراداي وهنري :

بالنسبة لبعض القوانين الفيزيائية نرى أنه من الصعب ايجاد تجارب تؤدي بطريقة مباشرة الى صياغة القانون ، فمثلاً نجد أننا لانستطيع استنتاج قانون غومس مباشرة وبسهولة من تجربة معينة في الوقت الذي تحقق فيه نتائج التجارب قانون غومس .

ولكن قانون فاراداي للتحريض الكهربي الذي يمثل أحد القوانين الاساسية في النظرية الكهربية يختلف في أنه يمكن استنتاجه مباشرة (والحقيقة هذه هي الطريقة التي تم استنتاجها) من عدد من التجارب البسيطة ، هذه التجارب قام بها ميشيل فاراداي في بريطانيا عام ١٨٣١ وكذلك جوزيف هنري في الولايات المتحدة في نفس الوقت تقريباً .

تنطبق هذه التجارب على الدارات الكهربائية التي تحتوي على وشيعة ومقياس غلفاني (المقياس الغلفاني هو عبارة عن جهاز مخصص لكشف وقياس مرور التيار الكهربائي في دائرة ويشير الى جهة وشدة

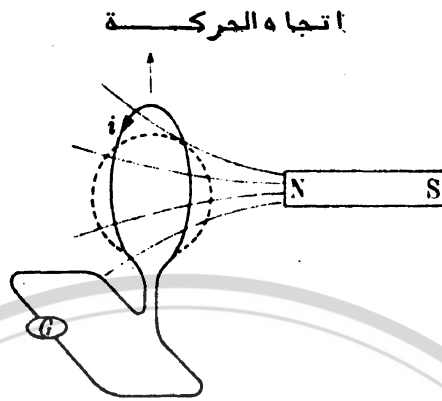
(التيار) . فاذا قربنا قضيباً مغناطيسياً بحيث يكون قطبه الشمالي منطبقاً على محور الوشعة الشكل (8 - 1 . a) فإننا نلاحظ أنصراف مؤشر المقياس الغلفاني فترة دوام حركة المغناطيس مما يدل على مرور تيار كهربائي داخل الوشعة يسمى بالتيار المتحرض ، وتزداد شدته بزيادة حركة المغناطيس ، أما عند ابعاد المغناطيس فإننا نلاحظ وجود تيار متحرض ولكن جهته معاكسة للحالة الأولى (الشكل 8 - 1 . b) أي أنه لو تحرك المغناطيس ذهاباً وإياباً بالنسبة للوشعة فإننا نحصل على تيار متناوب في المقياس الغلفاني له نفس تواتر المغناطيس.



الشكل (8 - 1)

نلاحظ تماماً نفس الظاهرة عند تثبيت المغناطيس وتحريك الوشعة (الشكل 8 - 2) . وتؤول شدة التيار إلى الصفر عند توقف الحركة .

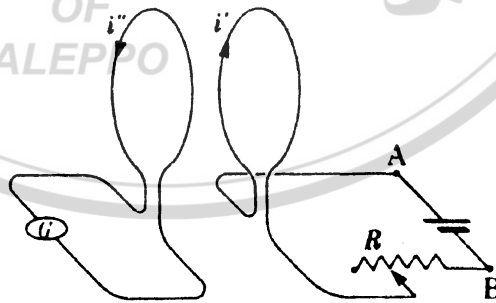
نقول بان التيار i تحرض نتيجة للحركة النسبية للدائرة بالنسبة للمغناطيس المحرض .



الشكل (2 - 8)

لنستبدل الآن المغناطيس بوشعة غير متحركة التي هي جزء من دائرة تحتوي على مقاومة متغيرة R ومولد (الشكل (3 - 8)) يحافظ المولد بين نهايتيه على فرق كمون V_{AB} ، بحيث يمر فـي الدارة وبالتالي في الوشعة تيار شدته :

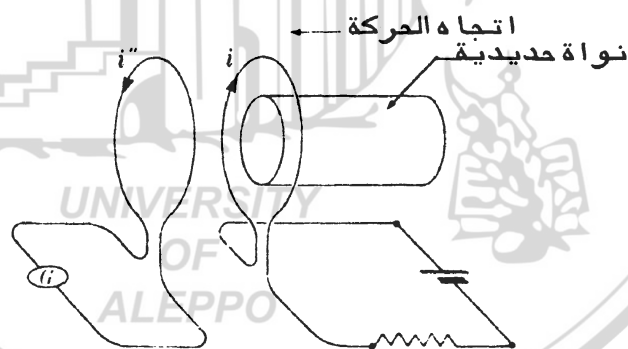
$$i' = \frac{V_{AB}}{R}$$



الشكل (3 - 8)

إذا غيرنا قيمة المقاومة R فإن التيار i سيتغير. عندما تزداد قيمة i ، فإننا نلاحظ مرور تيار متحرض i'' في الدارة الأولى. عندما تتناقص قيمة i فإن التيار i'' يغير اتجاهه. عندما نحافظ على التيار i بشكل ثابت فإننا نلاحظ بأن التيار المتحرض i'' قد انعدم. إذا عكسنا أقطاب المولد فإننا نلاحظ نفس الظواهر السابقة لكن مع تغير في اتجاه التيارات.

الآن إذا حافظنا على قيمة ثابتة للمقاومة R وأدخلنا إلى داخل الوشيعه المحرضه نواة حديدية (الشكل (4 - 8)) فإننا نلاحظ مرور تيار متحرض i'' متغير بحسب نفس الميزات السابقة.



الشكل (4 - 8)

تدل التجارب السابقة على أن التيار المتحرض لا يظهر إلا خلال زمن تغير تدفق شدة الحقل المغناطيسي وأن شدته لا تعتمد على التيار المتحرض لكن فقط على معدل تغيره بأي طريقة من الطرق

السابقة .

لنهتم الآن باتجاه هذا التيار . اذا ازداد التدفق فإن التيار المتحرض يخلق قطب يحاول من خلاله ايقاف هذه الزيادة اذا نقص التدفق المحرض فإن التيار المتحرض يخلق على العكس قطب من خلاله جذب المحرض ويعارض تبعاً لذلك نقص التدفق . يمكن ملاحظة هذه الظاهرة من خلال الشخص الذي يحرك القضيب المغناطيسي سواءً نحو الملف (الوشعة) أو بعيداً عنه . ان هذا الشخص سيشعر دائماً بقوة تقاومه وسيعمل عملاً للتغلب على هذه القوة . لقد قدم العالم لنز القانون التالي من أجل تحديد اتجاه التيار المتحرض .

8.2 - قانون لنز Lez's Law :

اكتشف العالم لنز عام ١٨٣٤ القانون التالي :

ان اتجاه التيار المتحرض هو بحيث أن تدفق التمريض الذي يحدثه يعارض تغير التدفق الذي ولده .

8.3 - التيار وكمية الكهرباء المتحرضة :

باستخدامنا لتركييب يسمح لنا :

- بتطبيق معدل ثابت $\frac{d\phi}{dt}$ لتغير التدفق المغناطيسي

في دائرة .

- بقياس قيمة التيار المتحرض .

- بتغيير المقاومة R للدائرة .

سنلاحظ ، بأعطائهم قيم مختلفة ، بأن شدة التيار i تتناسب طردياً مع

$\frac{d\phi}{dt}$ وعكساً مع المقاومة R أي أن :

$$|i| = \frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt}$$

بأخذ بعين الاعتبار قانون لنز نجد أن :

$$i = - \frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} \quad (8-1)$$

أما بالنسبة لكمية الكهرباء dq المتحيزة خلال الزمن dt فهي تساوي الى :

$$dq = i dt = - \frac{d\phi}{R}$$

أي أن كمية الكهرباء المتحيزة في دائرة خلال فترة تغير التدفق المغناطيسي عبر هذه الدائرة لا تعتمد إذاً إلا على تغير التدفق وعلى مقاومة الدائرة R ، ومستقلة عن مدة هذا التغير :

$$q = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{R} \right| \quad (8-2)$$

8.4 - قانون فاراداي وهنري :

وجدنا في الفصل السابق بأن التيار i المار في دائرة

تحوي على مقاومة R تسببه قوة محركة كهربائية $\mathcal{E}$ بحيث أن :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة (1 - 8) ، نستنتج بأن الدائرة الخاضعة الى تدفق حقل تحريض مغناطيسي متغير تكون مركز لقوة محركة كهربائية :

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} \quad (8-3)$$

ولكن نحن نعلم بأن قوة محرّكة كهربائية في دائرة أو في جزء من دائرة ذات طول L تساوي إلى جولان متجهة الحقل الكهربائي على هذا الطول أي أن :

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

بينما يعطى تدفق حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ عبر سطح dS بالعلاقة :

$$d\phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

وبالتالي فإن التدفق الكلي عبر الدائرة المعتبرة هو

عبارة عن تكامل هذا التدفق العنصري على كل سطح الدائرة ومنه :

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

مشتق هذا التدفق بالنسبة للزمن ، يكتب بالشكل التالي :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

بالتبديل في العلاقة (3 - 8) نجد أن :

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (8-4)$$

تمثل العلاقات (3 - 8) و (4 - 8) إحدى الشكلين لقانون

فاراداي وهنري والذي ينص على :

يخلق الحقل المغناطيسي المتغير مع الزمن حقل كهربائي

بحيث أن جولان هذا الحقل على طول محيط دائرة مغنعة يساوي ويعاكس

بالإشارة إلى تغير تدفق متجهة حقل التحريض المغناطيسي بالنسبة للزمن عبر السطح المحدد بطول المحيط المغلق .

تُظهر العلاقة (4 - 8) بأنه يوجد نوعين من التغير:

- إما تغير الحقل المغناطيسي :

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

- وأما تغير السطح المتدفق منه الحقل :

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \frac{dS}{dt}$$

إذا كان هذين النوعين من التغير مطبقين في حالة دائرة ناقلة فإننا نلاحظ بأنه فقط تغير الحقل المغناطيسي يمكن أن يكون السبب في نشوء الحقل الكهربائي في الخلاء ، وذلك لأن المقدار $\frac{dS}{dt}$ لايعطي أي معنى فيزيائي .

8.5 - الحقول الكهربائية وحقول التحريك الكهربائية:

وجدنا في الفصل الثالث بأن جولان الحقل الكهربائي على

محيط مغلق يساوي الصفر أي أن:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

هذه الخاصة ناتجة عن حقيقة أن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ مشتق من كمون سلمي ولايسمح هذا الحقل بادخال تيار مستمر .

بينما يشترك قانون فاراداي حقل كهربائي جولانه يساوي

الصفحة ١٢ من ١٢

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

يمكننا استنتاج بأن العلاقة الأخيرة هي أكثر تعميمًا
من العلاقة السابقة التي لا تنطبق إلا على حالة خاصة حيث المحيط
لا يكون موضوع في حقل مغناطيسي متغير.

من جهة أخرى ، الحقل الكهربائي الذي أشرك ليس بحقل كهربائي ساكن بل ينتمي الى صف حقول التحريك الكهربائي المشروحة في الفصل الخامس ، في نطاق كونه قادراً على توليد تيار كهربائي مستمر طالما أن أمداده بطاقة خارجية تسمح بالمحافظة عليه .

وبالتالي فهو مرتبط بقوة محرك كهربائية التي يخلقها وليس بفرق الكمون ، الذي يمكنه مع ذلك أن يسهم بخلقه ولكن فقط في حالات خاصة ،

8.6 - تيارات فوكو : Foucault Currents

ليكن لدينا قرص معدني ذي محور أفقي موضوع بين قطبي
مغناطيس كهربائي . بحيث يمكن تحريكه بشكل دوراني بواسطة كتلة m
كما هو واضح في الشكل (5 - 8) .

عندما لا يكون المغناطيس الكهربائي موجود (أي عندما لا يمر تيار كهربائي فيه) فان حركة القرص تكون عبارة عن حركة متسارعة بانتظام . لكن عندما يمر التيار الكهربائي في المغناطيس

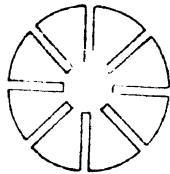
الكهربائي فان القرص سوف يخضع لقوة اعاقه وتصبح حركته منتظمة .

اذا لم يكن للمعدن المصنوع منه القرص مغناطيسية حديدية فانه لايمكننا اعزاء هذه الاعاقه الى التجاذب المغناطيسي بل الى تيارات متحرضة في كتلة القرص ، التي تقاوم السبب الذي اوجد هذه التيارات . هذه التيارات - اكتشفت من قبل العالم فوكو لذلك سميت باسمه - تتغلق هذه التيارات ثانيا في حلقة صعبة التعريف ونلاحظ انخفاض لاثرها بانقاصنا السطح الممكن للحلقة : وهكذا ، اذا عملنا حزوز نصف قطرية على قرص التجربة السابقة (الشكل (6 - 8)) فبان الاعاقه ستكون خفيفة جداً .

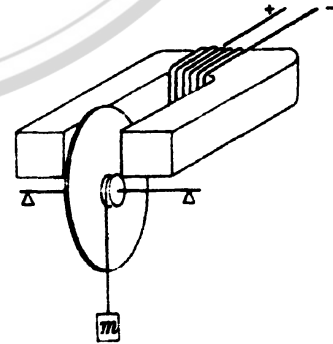
بشكل أكثر عموماً يمكننا القول بأن:

تيارات فوكو هي عبارة عن تيارات متحرضة ، تظهر في كل الكتل المعدنية الخاضعة الى تدفق حقل مغناطيسي متغير .

نستعمل تيارات فوكو من أجل ايقاف أو تخفيف الحركة



الشكل (6 - 8)



الشكل (5 - 8)

بدون احتكاك ميكانيكي ،ومن أجل تسخين القطع المعدنية .

في الحقيقة ،مثل كل تيارات النقل ،تخضع تيارات فوكو لقانون جول وتسبب اصدار الحرارة : وهكذا ، فإن قطعة معدنية غير متحركة تسخن عند وضعها داخل ملف يسري فيه تيار متغير .

يستخدم الفعل الحراري لتيارات فوكو في الافران التحريضية فمثل هذه الافران عبارة عن وشيعة تغذى بتيار كهربائي عالي الشدة فإذا وضع داخل الوشيعة جسم ناقل فسيظهر فيه تيارات فوكو الشديدة التي باستطاعتها تسخين الجسم حتى الانصهار . وبهذه الطريقة يتم صهر المعادن في الخلاء مما يسمح بالحصول على مواد نقية جداً .

ان تيارات فوكو في كثير من الاحيان أمر غير مرغوب فيها ومن الضروري اتخاذ تدابير لتفادي ظهورها في الاجهزة . فعلى سبيل المثال للقضاء على ضياع الطاقة بالتسخين بواسطة تيارات فوكو فاننا نستبدل النواة الحديدية في الوشائع بمفاتيح رقيقة يفصل بينها طبقات عازلة ، تتوضع المفاتيح هكذا بحيث تكون الاتجاهات الممكنة لتيارات فوكو عمودية عليها .

8.7 - حساب القوة المحركة الكهربائية التحريضية الناتجة عن حركة ناقل

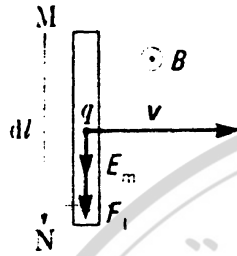
مستقيم في حقل تحريض مغناطيسي منتظم :

بفرض أن لدينا عنصر طول dl من ناقل يتحرك بسرعة ثابتة $\vec{V}$ متعامدة مع كل من الحقل المنتظم $\vec{B}$ والناقل العنصري كما هو واضح في الشكل (7 - 8) .

عند تحريك الناقل بسرعة $\vec{V}$ فان كل شحنة حرة داخل عنصر

الناقل سوف تتحرك بهذه السرعة وبالتالي فهي تخضع لقوة لابلاس :

$$\vec{F}_L = q\vec{V} \times \vec{B}$$



إذا كانت الشحنة موجبة

فانها سوف تنجذب الى الطرف N

أما إذا كانت سالبة فانها سوف

تنجذب الى الطرف M من الطول

العنصري .

الشكل (7 - 8)

ان الطاقة المقدمة (عمل القوة الواجب تطبيقها لتحريك

القضيب) الى شحنة لنقلها من M الى N تساوي الى عمل القوة

الكهرطيسية على الطريق dl حيث وجهت dl بشكل كيفي من M الى N :

$$dW_{MN} = \vec{F}_L \cdot d\vec{\ell} = q(\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$$

وتكون الطاقة المقدمة الى واحدة الشحنات الكهربائية مساوية الى :

$$\frac{dW_{MN}}{q} = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$$

إذا قارنا هذه العلاقة مع العلاقة (5 - 5) فإننا نلاحظ بأن :

$$\frac{dW_{MN}}{q} = d\varepsilon$$

حيث $d\varepsilon$ عنصر القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في عنصر الناقل أي أن :

$$d\varepsilon = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$$

ومن أجل الطول l :

$$\varepsilon = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \vec{\ell} \quad (8-5)$$

حيث يبدو أن حقل التحريك الكهربائي المتعرض يساوي الى :

$$\vec{E}_m = \vec{v} \times \vec{B} \quad (8-6)$$

لكن العلاقة (5 - 8) يمكن كتابتها أيضا بالشكل :

$$\varepsilon = \vec{B} \cdot (\vec{\ell} \times \vec{v})$$

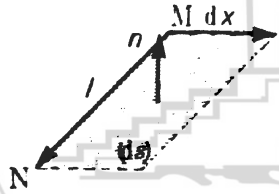
ومنـه :

$$\varepsilon = \vec{B} \cdot \left(\vec{\ell} \times \frac{d\vec{x}}{dt} \right)$$

حيث $d\vec{x}$ هي المسافة المقطوعة بواسطة القضيب خلال الزمن dt .

لكن ، نلاحظ من الشكل (8 - 8) بأن :

$$\vec{\ell} \times d\vec{x} = \vec{n} \cdot dS$$



حيث dS هو عنصر السطح الممسوح

بواسطة القضيب و $\vec{n}$ الناظم على

هذا السطح وموجه وفق الاتجاهين

$\vec{\ell}$ و $d\vec{x}$.

الشكل (8 - 8)

لدينا إذاً :

$$\varepsilon = \vec{B} \cdot \vec{n} \frac{dS}{dt}$$

ومنـه :

$$\int_L \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell} = \vec{B} \cdot \vec{n} \frac{dS}{dt} \quad (8-7)$$

أو أيضاً :

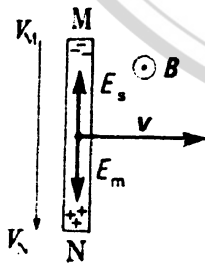
$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} \quad (8-8)$$

لأن $d\phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$ التدفق المقطوع بواسطة القضيب خلال الزمن dt

نحن نعلم بأن قوة محرّكة كهربائية تسعى لامرّار تيار في الناقل . لكن ، كيف يظهر هذا التيار في الحالة الراهنة حيث يشكل الناقل دائرة مفتوحة ؟

تحت تأثير حقل تحريك كهربائي سوف ينتج تراكم للشحنات السالبة في M وتراكم للشحنات الموجبة في N . هذه الشحنات الساكنة سوف تخلق فرق في الكمون بين M و N وسوف يظهر حقل كهربائي ساكن E_s موجه من N الى M أي باتجاه معاكس لاتجاه حقل التحريك الكهربائي E_m .

من الواضح إذاً أن هذا الفرق في الكمون سيثبت عندما يتوازن الحقل الكهربائي الساكن مع حقل التحريك الكهربائي ، الشكل (9 - 8) .



في نظام الاستمرار ، سيكون لدينا

إذاً بين قطبي القضيب فرق في الكمون :

$$V_N - V_M = -\varepsilon \quad (8-9)$$

هذا الفرق في الكمون يعاكس القوة المحركة

الشكل (9 - 8)

الكهربائية المتحرّضة .

عندما تنعدم سرعة جر القضيب فإنه يبقى فقط الحقل

الكهربائي الساكن والشحنات المتراكمة في الاطراف تناسب تحت تأثيره
حتى يصبح الناقل متساوي الكمون .

مثال (1 - 8) :

قضيب ناقل طول $\ell = 10\text{cm}$ يدور حول احدى نهايتيه بسرعة

دورة $n = 10 \frac{\text{دورة}}{\text{sec}}$ في حقل مغناطيسي شدته $0,1 \text{ Tesla}$ (الشكل (8-10)) .

يساوي عنصر القوة المحركة الكهربائية

على عنصر dr :

$$d\epsilon = (\vec{B} \times \vec{dr}) \cdot \vec{v}$$

المتجهات الثلاثة متعامدة وبالتالي يصبح

لدينا :

$$d\epsilon = B \cdot v \cdot dr$$

لكن $v = r\omega$ و $\omega = 2\pi n$ ومنه :

الشكل (8 - 10)

UNIVERSITY
OF ALEPPO

$$d\epsilon = 2\pi n B r dr$$

$$\epsilon = 2\pi n B \int_0^{\ell} r dr$$

$$= 2\pi n B \frac{\ell^2}{2}$$

$$= 3.14 \times 10 \times 10^{-1} \times 10^{-2}$$

$$\epsilon = 31.4 \text{ mV}$$

حقل التحريك الكهربائي يكون موجه نحو الخارج ($\vec{E}_m = \vec{v} \times \vec{B}$) .

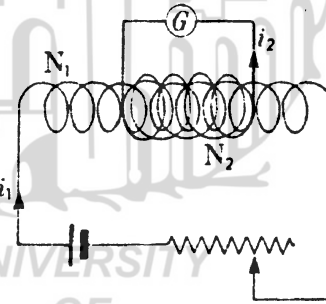
وبالتالي فان الطرف الخارجي هو الذي سيكون عند الكمون المرتفع .

8.8 - الحقول والقوى المحركة الكهربائية والتيارات المتحيزة في

ناقل ثابت بواسطة حقل مغناطيسي متغير مع الزمن :

مثال (2 - 8) :

لتكن لدينا وشيعة مكونة من N_1 لفة، ملفوفة على قطر قدره d ويسري فيها تيار شدته i_1 . وليكن لدينا ملف آخر صغير مكون من N_2 لفة ملفوف على الوشيعة الاولى في منتصفها وذلك باستبعاد أي اتصال كهربائي بينهما ، نوصل نهايتي الوشيعة الثانية الى مقياس غلفاني كما هو واضح في الشكل (11 - 8) .



الشكل (11 - 8)

نمرر تيار شدته $i_1 = 2 \text{ A}$ خلال زمن قدره $0,1 \text{ sec}$. فإذا كانت $N_1 = 1000$ لفة و $N_2 = 100$ لفة و $d = 5 \text{ cm}$ وإذا كان طول الوشيعة مساوياً الى $l = 20 \text{ cm}$ فأحسب القوة المحركة الكهربائية المتحيزة في الملف المصغير .

الحل :

نحن نعلم بأن عبارة حقل التحريض المغناطيسي في الجزء

المركزي من الوشعة تكتب بالشكل التالي :

$$B_1 = \mu_0 n_1 i_1$$

$$n_1 = \frac{N_1}{\ell} \quad \text{حيث}$$

ومنـــــــــــــــــه :

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} i_1$$

ويكون التدفق الذي ينتجه هذا الحقل عبر المقطع S_2 للملف الصغير مساوياً الى :

$$\phi_{12} = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} S_2 i_1 \quad (8-10)$$

وبالتالي فان القوة المحركة الكهربائية المتحرضة خلال الزمن dt في الملف الصغير تساوي :

$$\varepsilon_2 = - N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

نتيجة لعدم معرفتنا بقانون تغير التيار كتابع للزمن فإننا سنحسب القيمة الوسطية للقوة المحركة الكهربائية خلال الفترة الزمنية Δt :

$$\varepsilon_2 = -\mu_0 \frac{N_1}{\ell} N_2 S_2 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad (8-11)$$

لكن لدينا :

$$S_2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \frac{d^2}{4}$$

وبالتالي فان :

$$\varepsilon_2 = -\mu_0 \frac{N_1}{\ell} N_2 \frac{\pi d^2}{4} \frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

بالتعويض في هذه العلاقة بالقيم المعطاة لدينا في المسألة نحصل على :

$$\varepsilon_2 = -25 \text{ mV}$$

8.8.1 - التحريض المتبادل :

يمكن كتابة العلاقة (11 - 8) بالشكل التالي :

$$\varepsilon_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (8-12)$$

حيث :

$$M_{21} = \mu_0 \frac{N_1}{l} N_2 S_2 \quad (8-13)$$

الذي هو عبارة عن ثابت يميز الاشكال والمواقع النسبية للملفين : يسمى هذا الثابت بالتحريض المتبادل .

لنفرض الآن بأن دور الملفين في المثال السابق قد عكس ، وبالتالي فإن القوة المحركة الكهربائية ε_1 المتحيزة في الوشعة نتيجة لتغير التيار i_2 في الملف الصغير ستكون مساوية الى :

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

حيث M_{12} هو عبارة عن ثابت من نفس نوع M_{21} ، لكن لا يمكننا حسابه بسهولة بسبب تغير B_2 على طول الوشعة .

يمكننا مع ذلك البرهان على أن M_{12} و M_{21} قيمة مشتركة تساوي الى M ، وهذا يشرح وصفنا لها بالمتبادل .

في الحقيقة ، يمكن كتابة العلاقة (10 - 8) بالشكل التالي :

$$\phi_{21} = \frac{1}{N_2} M_{21} i_1 \quad (8-14)$$

ونحصل بشكل مماثل من أجل ϕ_{12} :

$$\phi_{12} = \frac{1}{N_1} M_{12} i_2 \quad (8-15)$$

ولكن ، اذا أبعدها الى اللانهاية الملف الثاني عن الملف الاول فإن عمل القوى المحركة الكهربائية تعطى وفق قانون ماكسويل بالعلاقة :

$$W_2 = N_2 i_2 (0 - \phi_{21})$$

ومنـه :

$$W_2 = -i_1 i_2 M_{21}$$

لكن ، اذا أبعدها الى اللانهاية الملف الاول عن الملف الثاني فإننا نجد :

$$W_1 = N_1 i_1 (0 - \phi_{12})$$

$$W_1 = -i_1 i_2 M_{12}$$

بما أن الملفين في الحالتين السابقتين غادرا من نفس المكان البدائي ووصلا الى موضع نهائي نسبياً متماثل ، لذلك يجب الاقرار بأن عمل القوى الكهربائية يجب أن تكون متساوية فـفي الحالتين السابقتين أي أن :

$$W_1 = W_2$$

ومنـه نجد :

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (8-16)$$

8.8.2 - التحريض الذاتي :

ان ظاهرة التحريض الكهرومغناطيسي تظهر في جميع الحالات التي يحدث فيها تغير في التدفق المغناطيسي الذي يجتاز الملف . إلا أن هذا التغير يمكن أن ينشأ في الوشعة نتيجة تغير في شدة التيار المار فيها . وعليه فإن أي تغيير في شدة التيار سيؤدي الى ظهور قوة محركة كهربائية تحريضية ، ينتج عنها تيار اضافي في الوشعة .

اذا كان لدينا وشعة وحيدة يسري فيها تيار متغير مع الزمن شدته i فإن قانون فاراداي يطبق على التدفق الصافي للوشعة وتظهر قوة محركة كهربائية تسعى الى ايقاف تغير التيار . تسمى هذه القوة بالقوة المحركة الكهربائية للتحريض الذاتي .

لنأخذ حالة وشعة مكونة من $n = \frac{N}{\ell}$ لفة في وحدة الطول وفي وحدة المقطع S . ان الحقل المغناطيسي الناتج في كل لحظة عن التيار i الذي يسري في الوشعة هو :

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} i$$

ويكون التدفق في كل حلقة مساوياً الى :

$$\phi = \mu_0 \frac{N}{\ell} Si \quad (8-17)$$

وتكون القوة المحركة الكهربائية للتحريض الذاتي المتحيزة في الوشعة مساوية الى :

$$\varepsilon = - N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\mu_0 \frac{N^2}{l} S \frac{di}{dt} \quad (8-18)$$

يمكن كتابة العلاقتين (8 - 17) و (8 - 18) بالشكل التالي :

$$\phi = \frac{Li}{N}$$

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$$

حيث فرضنا أن :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 l S$$

تسمى L بمعامل التحريض الذاتي الذي لا يعتمد إلا على شكل الملف المعتبر .

يقدر عامل التحريض الذاتي للوشية بالهنري (H) ، ويعرف بأنه ذاتية وشية يسري فيها تيار شدته واحد أمبير عندما يجتازها تدفق مغناطيسي مقداره واحد ويبر أي :

$$1 H = \frac{1 \text{ wb}}{\text{Amp}}$$

مثال (3 - 8) :

كابل محوري مكون من محور مركزي ناقل نصف قطره R_1 ومحاط بطبقة عازلة نفوذيتها μ_0 ومن ثم محاطة بطبقة معدنية رقيقة على شكل اسطوانه نصف قطرها R_2 كما هو واضح في الشكل (12 - 8) ، فاذا اعتبرنا الكابل المحوري مؤلف من مجموعة من الحلقات المستطيلة عددها N وطولها l وعرضها $R_2 - R_1$ (الشكل (13 - 8)) ، فأحسب عامل التحريض الذاتي لقطعة طولها l من الكابل .

لنحسب أولاً الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ في العنـ

باستخدام نظرية أمبير :

$$\int_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$$

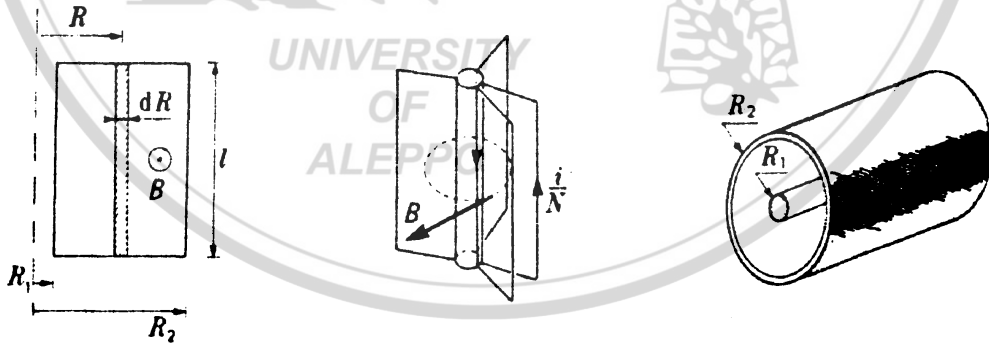
بأخذنا من أجل المسار L دوائر متمركزة نصف قطرها R بحيث تكون قيمة حقل التحريض المغناطيسي B ثابتة على هذه الدوائر فإننا نجد :

$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

ويكون تدفق حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ عبر المقطع S مساوياً إلى :

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$



الشكل (8 - 14)

الشكل (8 - 13)

الشكل (8 - 12)

من الشكل (8 - 14) نجد :

$$dS = l \cdot dR$$

ومنـه :

$$\phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 i \ell}{2\pi} \frac{dR}{R}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 i \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

ان التدفق المحسوب أعلاه هو التدفق الناتج عن التيار الكلي i ، ولا يمكن لعبارة التدفق هذه أن تتشابه مع عبارة التدفق الناتجة عن حلقة وذلك لأن التدفق في هذه الحالة ينتج نتيجة لمرور تيار شدته $\frac{i}{N}$ فقط ، ان التدفق الذي حسبناه يمثل إذاً التدفق الكلي $N\phi$ عبر كل الحلقات ومنه :

$$L = \frac{\phi}{i}$$

$$L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

مثال (4 - 8) :

بفرض أن لدينا ملف مكون من 1000 حلقة مقطعه 20 cm^2 وطوله 40 cm ، يسري فيه تيار شدته 1 A . اذا فتحنا الدارة بشكل مفاجئ ، بواسطة مفتاح كهربائي فإن انقطاع التيار لا يمكن أن يكون لحظياً ، سوف تظهر قوة محركه كهربية للتحريض الذاتي . احسب قيمة هذه القوة اذا دام انقطاع التيار فترة زمنية مساوية الى

$$\frac{1}{25} \text{ sec}$$

$$\varepsilon = \left| L \frac{\Delta i}{\Delta t} \right|$$

حيث :

$$\Delta i = 1 \text{ A} \quad \& \quad \Delta t = \frac{1}{25} \text{ sec}$$

يساوي قطر الملف الى :

$$d = 2 \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{20}{\pi}} \times 10^{-2} \approx 5 \text{ cm}$$

وهذه القيمة صغيرة بشكل كاف بالمقارنة مع طول الملف وبالتالي
يمكن أن نأخذ :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

ومنه

$$= \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \varepsilon \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}) 10^6 (20 \times 10^{-4}) 25}{40 \times 10^{-2}}$$

ومنه :

$$\varepsilon = 0,157 \text{ Volt}$$

ملاحظة (1 - 8) :

ان أي قوة محركه كهربائية للتحريض الذاتي عند فتحة
الدائرة يمكن أن تسبب زيادة كبيرة في تيار القطع الذي يمكن أن

يسبب أعطال لبعض عناصر الدارة والذي يظهر بواسطة قوس كهربائي على القاطع .

تمرين:

ما هي العلاقة بين سعة المكثف ومعامل التحريض الذاتي لطول

l من الكابل المحوري اذا كانت النفوذية والسماحية للعبازل مساوية لـ ϵ_0 و μ_0 على الترتيب .

8.9 - الحقول المتحيزة في الخلاء:

8.9.1 - الحقل الكهربائي المتحيز في الخلاء بواسطة حقل مغناطيسي متغير :

مع ان تجارب فاراداي وهنري لا تطبق إلا على التحريض في الدارات الناقلة ، فيمكن ملاحظة بأنه لاشيء يمنع في عبارة قانون فاراداي من ظهور الحقول المتحيزة أيضا في الخلاء .

مع ذلك فإن تطبيق قانون فاراداي في هذه الحالة يكون معقد جداً بسبب أنه يجب اختيار مسار من أجله يكون جولان الحقل الكهربائي وتدفق الحقل المغناطيسي قابل للحساب بسهولة، وهذا غير ممكن إلا في حالات خاصة جداً للحقول المغناطيسية وعلى حساب بعض الفرضيات على شكل الحقل الكهربائي .

مثال (5 - 8) :

لتكن لدينا منطقة اسطوانية الشكل في الفراغ حيث $\epsilon = \epsilon_0$ و $\mu = \mu_0$

حقل مغناطيسي ، ذو تناظر محوري ، مواز الى محور الاسطوانة .
لنعتبر مقطع من هذه الاسطوانة ، فاذا كان الحقل متغير مع الزمن
فهذا يفسر سبب الفرض بأن للحقل الكهربائي المتحرض قيمة ثابتة
على محيط دائري نصف قطره r متمركز على المحور الاسطواني كما هو
واضح في الشكل (15 - 8) :



لنحسب الحقل الكهربائي $\vec{E}$ المتحرض عند مسافة r من المحور .

يكتب قانون فاراداي بالشكل:

$$E \cdot 2\pi r = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$= - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

لكن:

$$S = \pi r^2$$

إذا كان حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ متجانس ، فيكون لدينا :

$$\int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = B \pi r^2$$

ومنه :

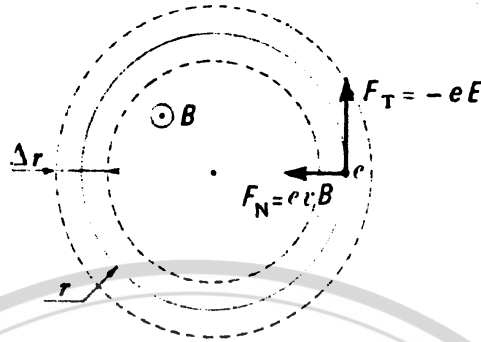
$$E = - \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

لكن في الحالة الراهنة عندما لا يكون الحقل متجانس فإنه يمكننا دوماً استخدام القيمة الوسطى لـ B داخل السطح بحيث أن:

$$\int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = B_{\text{moy}} \pi r^2$$
$$E = - \frac{r dB_{\text{moy}}}{2 dt} \quad (8-19)$$

8.9.2 - مبدأ جهاز تسريع الالكترونات:

ان الفرضيات السابقة تجد تحقيقاً لها في جهاز تسريع الالكترونات بواسطة حقل كهربائي متحرض . المبدأ هو التالي : إذا قذف الكترون في حقل مغناطيسي من المثال السابق فإن مساره سوف ينحني تحت تأثير قوة لابلاس وبالإضافة لذلك فإن الالكترون سوف يتسارع على مساره تحت تأثير الحقل الكهربائي المتحرض عن طريق الحقل المغناطيسي . فإذا كان بالإمكان الحصول على مدار دائري فإنه بهذه الطريقة يمكن تسريع الالكترون حتى طاقات معتبرة بعد عدد كبير من الدورات كما هو واضح في الشكل (16 - 8) :



الشكل (16 - 8)

وفقاً للقانون الثاني لنيوتن فإن القوة المماسية للتسارع تكتب :

$$F_T = \frac{dP}{dt}$$

حيث تمثل P كمية حركة الإلكترون المقدمة بواسطة الحقل الكهربائي المتحرض، بحيث أن:

$$\frac{dP}{dt} = eE = \frac{er}{2} \frac{dB_{moy}}{dt} \quad (8-20)$$

أما بالنسبة للقوة الناعمية الضرورية للحفاظ على الحركة الدائرية فتكتب :

$$F_N = m \frac{v^2}{r} = P \frac{v}{r}$$

هذه القوة مقدمة بواسطة الحقل المغناطيسي ، بحيث أن:

$$P \cdot \frac{v}{r} = ev \cdot B$$

ومنـه :

$$P = e.r.B$$

إذا كانت r ثابتة يكون لدينا :

$$\frac{dP}{dt} = er \frac{dB}{dt} \quad (8-21)$$

بمقارنة العلاقات (19 - 8) و (20 - 8) ينتج لدينا :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dB_{moy}}{dt}$$

ومنه نجد :

$$B = \frac{1}{2} B_{moy} \quad (8-22)$$

هذا يعني بأن شرط بقاء المسار دائري هو عند تغيير التدفق المغناطيسي فإن قيمة الحقل B عند مستوى المسار تبقى ثابتة وتساوي الى نصف قيمة الحقل المغناطيسي الوسطي في داخل هذا المسار وحتى يكون هذا المسار مستقر يجب أن يكون هذا الشرط محقق من أجل جميع قيم r المتوضعة في حلقة عرضها Δr .

8.9.3 - الحقل المغناطيسي المتحرض في الخلاء بواسطة حقل كهربائي

متغير ، تيار الازاحة ، قانون أمبير ماكسويل :

في البداية ، اكتشف التحريض لحقل كهربائي بواسطة حقل مغناطيسي متغير بواسطة فاراداي وهنري ، مع ذلك ، هذه الظواهر يمكن ملاحظتها أيضاً في الاتجاه المعاكس : هذا يعني بأن حقل مغناطيسي يظهر بين لبوسي مكثف عندما تتغير شحنتها .

لكن ، نحن نعلم من نظرية غومس بأن شحنة المكثفة ترتبط

مع تدفق الحقل الكهربائي بالعلاقة :

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \phi_E = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

فاذا تغيرت q فإن تدفق الحقل الكهربائي سيتغير :

$$\frac{dq}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (8-23)$$

لكن للكمية $\frac{dq}{dt}$ نفس أبعاد التيار الكهربائي وبالتالي فان للمقدار $\epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$ نفس أبعاد التيار الكهربائي .

إذا عدنا الى نظرية أمبير فمن الطبيعي ملاحظة أن تغير التدفق يمكن أن يولد حقلاً مغناطيسياً .

عند كل تغير لتدفق الحقل الكهربائي سوف يشارك تيار i_D ، نسميه بتيار الازاحة ، غير مرتبط بانتقال الشحن :

$$i_D = \frac{dq}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad (8-24)$$

وذلك لأن :

$$D = \epsilon_0 E$$

$$\phi_D = \epsilon_0 \phi_E$$

$$\frac{d\phi_D}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$i_D = \frac{d\phi_D}{dt}$$

ان العالم ماكسويل هو الذي اقترح تغيير نظرية أمبير
لاعتبارات رياضية مترابطة وذلك بادخال تيارات الازاحة ، المشتقة
من نظرية غوص :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i + i_D) \quad (8-25)$$

ومنه فإن عبارة قانون ماكسويل أمبير تكتب بالشكل التالي :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right) \quad (8-26)$$

أو بالشكل التالي :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (8-27)$$

ان نظرية أمبير التي انشئت في غياب الظواهر التي تتعلق بالزمن ،
لاتشكل إلا حالة خاصة لقانون أكثر عمومية : فهي توضح الحقل
المغناطيسي الناتج بواسطة التيار المستمر .

عند غياب التيار المستمر فان قانون أمبير ماكسويل يظهر بوضوح
تحريض حقل مغناطيسي بواسطة حقل كهربائي متغير .

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

أو :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

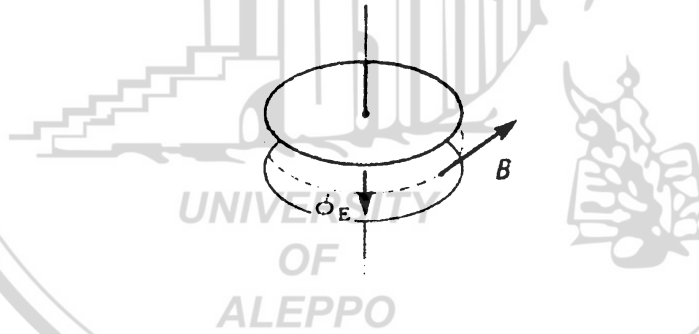
وهذه العبارة يمكن مقارنتها مع قانون فاراداي :

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

مثال (6 - 8) :

لدينا مكثفة مستوية دائرية الشكل مساحة لبوسها $S=1 \text{ m}^2$ والمسافة الفاصلة بين اللبوسين $d=1 \text{ mm}$ ، والوسط الفاصل بين اللبوسين هو الفلأء .

بفرض أننا لدينا طريقة لشحن هذه المكثفة بشكل خطي حتى شحنتها الكلية بزمن قدره 10^{-2} sec تحت فرق كمون قدره $10,000 \text{ V}$ والمطلوب حساب قيمة تيار الازاحة وكذلك قيمة الحقل المغناطيسي المتحرض خارج لبوسي المكثفة خلال زمن الشحن .



تعطى سعة هذه المكثفة بالعلاقة :

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

تحت فرق كمون قدره $V_1 - V_2$ فان المكثفة تأخذ الشحنة :

$$Q = C(V_1 - V_2)$$

إن تيار الازاحة الموافق لشحن المكثفة بشكل خطي من القيمة 0 الى

القيمة Q خلال الزمن Δt يعطى إذاً بالعلاقة :

$$i_D = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{C(V_1 - V_2)}{\Delta t}$$

$$i_D = \frac{\epsilon_0 S (V_1 - V_2)}{d \cdot \Delta t}$$

$$i_D = \frac{10^{-9} \times 1 \times 10^4}{36\pi \times 10^{-3} \times 10^{-2}} = 8.85 \text{ mA}$$

أما بالنسبة للحقل المغناطيسي فإن تناظر اللبوسين يجعلنا نفرض بأن له قيمة ثابتة على المسارات المتمركزة على محور اللبوسين ومنه نكتب :

$$\int_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_D$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_D$$

لكن :

$$S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

ومنـه :

$$B = \mu_0 i_D \frac{\sqrt{S}}{2\pi\sqrt{\pi}}$$

$$B = 2 \times 10^{-7} \sqrt{\frac{S}{\pi}} i_D$$

$$B = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right) 8.85 \times 10^{-3}$$

$$B = 10^{-9} \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$$

8.10 - الطاقة الكهرومغناطيسية :

8.10.1 - تأثير التحريض الذاتي على قانون فاراداي وماكسويل :

ان توضيح ظاهرة التحريض الذاتي تضيء من جديد كل الاعتبارات

السابقة التي التي تشرك التدفق المغناطيسي وبشكل خاص قانون ماکسويل وقانون فاراداي وذلك عندما نطبق هذا التدفق على دائرة كهربائية مغلقة .

إذا كانت تحريضة الدارة غير مهمة فان التدفق المعتبر ϕ يجب أن يكون مساوياً الى مجموع التدفق الخارجي ϕ_{ext} والتدفق الناتج عن التيار المتحرض ϕ_i :

$$\phi = \phi_{ext} + \phi_i \quad (8-28)$$

حيث :

$$\phi_i = L.i$$

وبالتالي فان قانون فاراداي يصبح بالشكل التالي :

$$\begin{aligned} \epsilon &= - \frac{d\phi}{dt} \\ \epsilon &= - \frac{d\phi_{ext}}{dt} - \frac{d\phi_i}{dt} \end{aligned} \quad (8-29)$$

$$\epsilon = - \frac{d\phi_{ext}}{dt} - L \frac{di}{dt} \quad (8-30)$$

أما بالنسبة لقانون ماکسويل ، فهو لم يعد صالح إلا ضمن شكله المغناطيسي ، فيمكن أن نعتبر بأن التيار i ثابت خلال فترة زمنية مقدارها dt وبالتالي نكتب :

$$dW = i d\phi$$

$$= i d\phi_{\text{ext}} + i d\phi_i$$

$$dW = i d\phi_{\text{ext}} + L i di$$

سوف نرى بأن هذه الاعتبارات توضح الجانب الطاقى لقانون لنـز .

8.10.2- الجانب الطاقى لقانون لنـز :

بفرض أن لدينا دائرة كهربائية مغلقة بمقاومة R ، تحتوي على مولد قوته المحركة الكهربائية ϵ_0 ، موضوعة في حقل تحريض مغناطيسى غير متغير مع الزمن وغير متجانس ، تعطى قيمة التيار المارة فى الدارة بالعلاقة :

$$i_0 = \frac{\epsilon_0}{R}$$

وبالتالى فهي تخضع الى مجموعة من القوى الكهرومغناطيسية ، فإذا تحركت هذه الدارة ، فإن هذه القوى سوف تعطي عمل بحيث أن :

$$dW = i d\phi$$

حيث :

$$\phi = \phi_0 + \phi_i$$

$$i = i_0 + i_i$$

لنفرض أولاً بأن الحركة نتجت من القوى الكهرومغناطيسية نفسها .

نحن نعلم (أن $d\phi$ موجبة) إذاً فإن dW مقدمة بواسطة الدارة ولا يمكن أن تكون مستعارة كما هو الحال بالنسبة للطاقة الضائعة بواسطة فعل جول في المقاومة من مولد

يعبر إذاً عن مبدأ حفظ الطاقة بالعلاقة :

$$\begin{aligned}\varepsilon_o i dt &= Ri^2 dt + dW \\ &= Ri^2 dt + i d\phi\end{aligned}$$

$$\varepsilon_o = Ri + \frac{d\phi}{dt}$$

ومنـه

$$i = - \frac{\varepsilon_o - \frac{d\phi}{dt}}{R}$$

ان $d\phi$ موجبة ، يبدو التيار i بأنه أصغر من التيار i_o وبالتالي فان $-\frac{d\phi}{dt}$ تشكل قوة محركه كهربائية عكسية :

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} < 0$$

لنفرض الآن بأن الحركة مفروضة بواسطة مؤثر خارجي يعمل د القوى الكهروستاتيكية . نحن نعلم بأن $d\phi$ سالبة وبالتالي فإن العمل يكون موجب :

$$dT = -dW = i d\phi$$

هذا العمل مقدم بواسطة المؤثر الخارجي الى الدارة بحيث يعبر

عن مبدأ حفظ الطاقة بالعلاقة:

$$\varepsilon_0 i dt + dT = Ri^2 dt$$

$$\varepsilon_0 i dt - i d\phi = Ri^2 dt$$

$$\varepsilon_0 - \frac{d\phi}{dt} = Ri$$

ومنـه:

$$i = \frac{\varepsilon_0 - \frac{d\phi}{dt}}{R}$$

لكن، بما أن d سالبة فإنه يبدو بأن التيار i هو أكبر من التيار i_0 وبالتالي فإن $-\frac{d\phi}{dt}$ تشكل قوة محرّكة كهربائية تضاف إلى القوة المحركة للمولد:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} > 0$$

نلاحظ إذاً بأن قانون لنز يظهر هنا كنتيجة لمبدأ حفظ الطاقة وأن هذا المبدأ الذي يطبق في شروط التجربة يحدد فيما إذا كان التحريض تحريك كهربائي أو تحريك كهربائي عكسي، هذا التمييز لا يمكن أن يتم إلا بالرجوع إلى تيار بدائي i_0 .

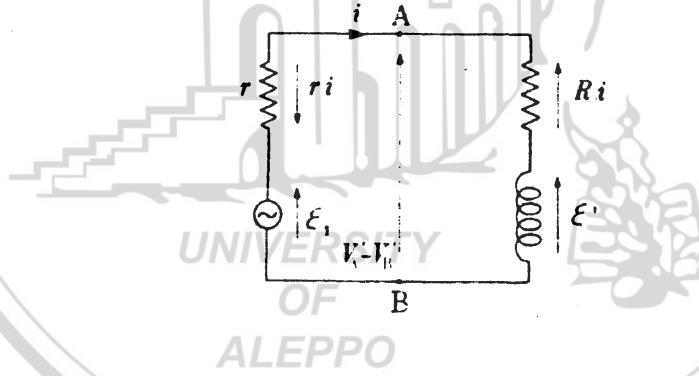
إذا كانت الدارة لا تحتوي على التيار البدائي i_0 (لا يوجد مولد) الذي يمكننا الرجوع إليه، فإن مفهوم القوة المحركة الكهربائية العكسية لم يعد يصلح والتحريض سيكون دائماً

تحريك كهربائي، مهما يكن اتجاه التيار وحتى لو توجب عليه تقديم الطاقة لاجاده.

8.10.3 - الطاقة الكهربائية المختزنة في ملف وحيد:

إذا عدنا الى الفقرة السابقة فإننا نلاحظ بأنه في كل الحالات يجب تقديم طاقة للدائرة (إما بواسطة مولد أو بواسطة مؤثر خارجي) من أجل تغيير التيار في دائرة، يجتازها تدفق متغير .

يمكننا إذاً التنبأ بأنه في غياب كل المؤثرات الخارجية فإن المولد يجب أن يقدم الطاقة لكي ينشأ تيار في الملف . وهذه هي الحالة الموضحة في الشكل (17 - 8):



الشكل (17 - 8)

من الشكل يمكن أن نكتب :

$$\varepsilon_1 - ri = Ri + \varepsilon'$$

حيث R هي مقاومة الملف و r المقاومة الداخلية للمولد و ε_1 القوة المحركة للمولد و ε' هي القوة المحركة الكهربائية العكسية المتحرضة في الملف .

يمكن كتابة العلاقة الأخيرة بالشكل :

$$\varepsilon_1 = Ri + ri + L \frac{di}{dt}$$

خلال الزمن dt يسري في الدارة شحنة مقدارها :

$$dq = i dt$$

والمولد يقدم طاقة :

$$\varepsilon_1 dq = Ri^2 dt + ri^2 dt + Lidi$$

حيث $Ri^2 dt$ و $ri^2 dt$ تمثلان الطاقة الضائعة بفعل جول فـي المقاومات و $Lidi$ الطاقة الكهرطيسية المخزنة في الملف .

عندما يمر التيار في القيمة 0 الى القيمة I فإن الطاقة المخزنة في الملف تساوي الى :

$$W = \int_0^I Lidi = \left[\frac{Li^2}{2} \right]_0^I$$

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

مثال (7 - 8) :

احسب الطاقة المخزنة في ملفين يسري فيهما التياران

I_1 و I_2 مع العلم أن عامل التحريض الذاتي للملف الاول هو L_1 وللملف الثاني L_2 وأن التحريض المتبادل هو M .

لنفرض في البداية أن $I_2 = 0$ ، لانشاء التيار I_1 يجب

تقديم الطاقة :

$$W_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

إذا أبقينا على التيار I_1 ثابت ،لانشاء التيار I_2 فإنه يجب تقديم من جهة الطاقة :

$$W_2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

لكن من جهة أخرى ،يجب العمل أيضا ضد القوى الكهرطيسية التي تمارس على I_1 بسبب التدفق الناتج عن I_2 . هذا العمل العنصري يساوي الى :

$$dW_3 = N_1 I_1 d\phi_{12}$$

باستخدام العلاقة (15 - 8) :

$$d\phi_{12} = \frac{1}{N_1} M di_2$$

ان عمل القوى الكهرطيسية المطبقة على I_1 عندما يتغير i_2 من القيمة 0 الى القيمة I_2 يساوي الى :

$$W_3 = MI_1 I_2 \quad (8-31)$$

وبالتالي فان الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الملفين تساوي الى :

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + MI_1 I_2 \quad (8-32)$$

8.10.4 - تمرکز الطاقة الكهرطيسية :

إذا طبقنا على وشيعة العلاقة التي أوجدناها سابقاً الخاصة

بالطاقة الكهرطيسية المختزنة ، أي أن :

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

لكن لدينا :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

بالتعويض نجد :

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} S \frac{l^2 B^2}{\mu_0^2 N^2}$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{l \cdot S}{\mu_0} B^2 \quad (8-33)$$

لكن $l \cdot S$ ما هو إلا الحجم الداخلي للوشعة الذي بداخله عملياً يتمركز كل الحقل المغناطيسي ، فإذا وضعنا $l \cdot S = V$ ، نحصل على كثافة الطاقة الكهرطيسية (الطاقة الكهرطيسية المختزنة في وحدة الحجم) :

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad (8-34)$$

وهذه العلاقة يمكن كتابتها في حالة الفراغ ، $B = \mu_0 H$ ، بالشكل التالي :

$$w = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \frac{1}{2} H \cdot B$$

عندما يكون للوسط سماحية ϵ ونفاذية μ للحقل الكهربائي

والمغناطيسي على الترتيب فان الطاقة الكهربائية المختزنة في وحدة

الحجم تعطى بالعلاقة :

$$w = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \quad (8-35)$$



الباب الثالث

الفصل الثالث

الحركات الاهتزازية

مقدمة:

تشاهد في الطبيعة عمليات دورية كثيرة جداً مبنية على أساس اهتزازات من نوع أو آخر وموجات متكونة منها ، فالظواهر الصوتية وعمل جهاز الساعة والتيارات الكهربائية المتناوبة والامواج الكهرطيسية وغير ذلك تنسب جميعها الى هذا النوع من العمليات.

ان أبسط طريقة لتوضيح المعنى الفيزيائي للمقادير التي تصف الحركة الاهتزازية هو بأخذنا مثال الحركات الاهتزازية الميكانيكية الظاهرة للعيان أكثر من غيرها . يوضح الشكل (1 - 9) أجساماً تقوم بحركات اهتزازية متنوعة.

١ - اهتزازات النواس الرياضي

٢ - اهتزازات السائل في انبوب على شكل حرف U

٣ - اهتزازات كتلة مرتبطة بنابض

٤ - اهتزازات الوتر

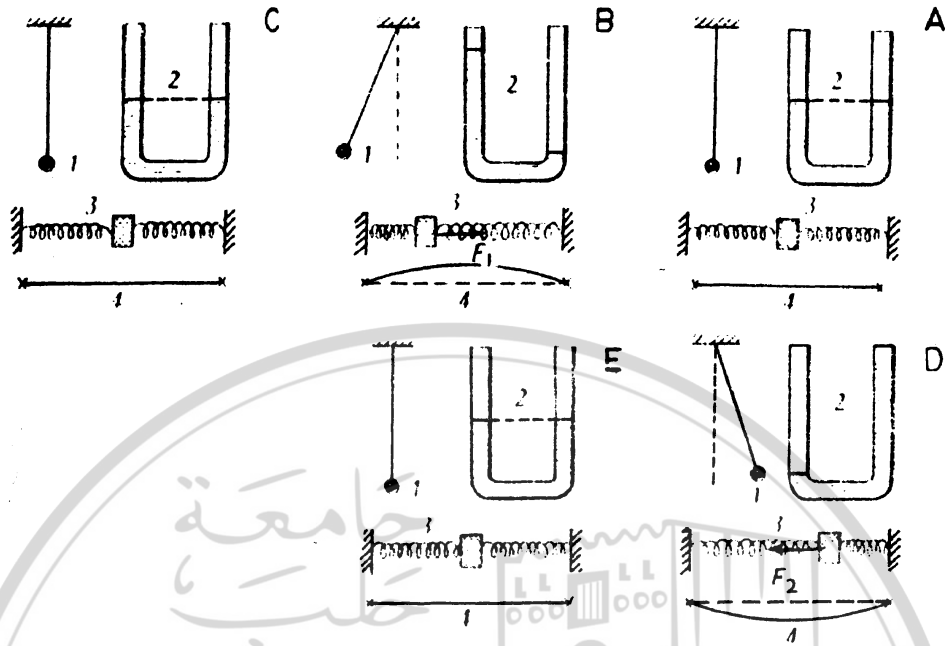
في الشكل (1.A - 9) تكون جميع الاجسام في موضع اتزانها المستقر . ولاخراج هذه الاجسام من موضع توازنها يلزم اعطاؤها طاقة

اضافية على حساب عمل قوة ما خارجية ، فتحتمل عندئذ المواقع المبينة في الشكل (1.B - 9) فإذا اتاحت الفرصة لهذه الاجسام بالحركة بدون عوائق فانها تقوم بحركة اهتزازية وتمر بالترتيب بالمواقع C و D و E . ثم من جديد بالموقع B وتعود فتكرر دورة الحركة بنفس ذلك الترتيب .

وبمراقبة حركة نقطة ما من أحد هذه الاجسام يمكن ملاحظة أنها تقطع بحركتها مساراً واحداً بعينه بالترتيب في اتجاهين متعاكسين ، وبما أن حركة جميع نقاط الجسم ذات طبيعة واحدة ، لذ من الملائم دراسة الحركات الاهتزازية بمثال حركة اهتزازية لنقطة واحدة من الجسم . ونشير بالخصوص الى أن أهم علامة للحركة الاهتزازية هي تكرارها في فترات زمنية متساوية T ، أي دوريتها ، وهكذا فإن الحركة الاهتزازية الميكانيكية هي حركة متكررة بصورة دورية لنقطة مادية على مسار ما تقطعه هذه النقطة بالترتيب في اتجاهين متعاكسين .

ونلاحظ أن النقطة المهتزة تمر بكل نقطة معينة من المسار بسرعة واحدة بالمقدار . ان الاهتزاز الكامل للنقطة هي دورة واحدة متكاملة للحركة الاهتزازية ، تعود فتتكرر بعدها هذه الحركة بنفس الترتيب .

ان الشرط الاول اللازم لظهور الحركة الاهتزازية هو امتلاك النقطة المادية لطاقة اضافية (حركية أو كامنة) بالمقارنة بطاقتها وهي في موضع التوازن ، انظر الشكل (1 - 9) .



الشكل (1 - 9)

يمكن التوصل الى الشرط الثاني لظهور واستمرار الحركة الاهتزازية وذلك من خلال مراقبة الكتلة " 3 " في الشكل (1 - 9) . في الموضع " B " تؤثر على الكتلة " 3 " قوة مرونة F_1 في اتجاه موضع توازن الكتلة " 3 " (انظر الشكل (1-9.B)) . وتنتقل الكتلة بفعل هذه القوة الى موضع التوازن بسرعة v متزايدة تدريجياً، بينما تتناقص القوة F_1 وتضمحل عندما تقع الكتلة في موضع التوازن (شكل (1-9.C)) . في هذه اللحظة تكون سرعة النقطة المهتزة (الكتلة) أكبر ما يمكن بالمقدار ، وبأجتيار الكتلة لموضع التوازن تستمر بالحركة الى اليمين . فتظهر عندئذ قوة مرونة F_2 تقوم بعرقلة حركة الكتلة " 3 " وتوقفها عن الحركة (شكل (1-9.D)) .

ويكون مقدار القوة F_2 في هذا الموضع أكبر ما يمكن، وتبدأ الكتلة " 3 " بالحركة الى اليسار بفعل هذه القوة . ثم تنعدم

القوة F_2 في موضع التوازن (شكل (E.1-9)) وتصل سرعة الكتلة أكبر قيمة لها ،لذا تستمر الكتلة بالحركة الى اليسار الى أن تحتل الموضع " B " في الشكل (1 - 9) . بعد ذلك تتكرر كل العملية الموصوفة من جديد بنفس ذلك الترتيب .

وهكذا تهتز الكتلة " 3 " نتيجة لتأثير القوة F ووجود العطالة عند الكتلة . تسمى القوة المطبقة على النقطة المادية والموجهة دائما نحو موضع التوازن بالقوة المرجعة . وتساوي هذه القوة في موضع التوازن الصفر وتزايد بابتعاد النقطة عن موضع التوازن .

نستنتج من ذلك بأن الشرط الثاني اللازم لظهور واستمرار الحركة الاهتزازية لنقطة مادية هو تأثير قوة مرجعة على النقطة المادية . نذكر هنا بأن هذه القوة تظهر دائما عندما يزاح جسم ما عن موضع توازنه

في الحالة المثالية عند انعدام الاحتكاك ومقاومة الوسط تبقى الطاقة الميكانيكية الكلية (حركية + كامنة) ثابتة ، وذلك لأنه أثناء اهتزاز النقطة المادية لا يحصل إلا تحول الطاقة الحركية الى طاقة كامنة وبالعكس . وبالتالي فإن اهتزاز النقطة المادية سوف يستمر مدة طويلة غير محدودة .

إذا كان اهتزاز النقطة مادية يحدث بوجود احتكاك ومقاومة الوسط ، عندئذ تتناقص الطاقة الميكانيكية الكلية للنقطة المادية وتصغر سرعة الحركة الاهتزازية وتستقر النقطة بعد فترة من

الزمن في موضع التوازن . لذلك فإن الشرط الثالث اللازم لظهور واستمرار الحركة الاهتزازية ينحصر في أن الطاقة الاضافية التي تحصل عليها النقطة المادية عند ازاحتها عن موضع توازنها يجب أن لاتصرف بكاملها من أجل التغلب على قوى مقاومة الوسط وذلك عند عودة النقطة المادية الى موضع توازنها .

9.1 - تقسيم الحركات الاهتزازية للجسم بحسب القوى المؤثرة عليه :

يمكن تقسيم الحركات الاهتزازية لجسم ما الى ثلاثة أنواع :

١ - الحركة الاهتزازية الذاتية (الغير متخامده) .

٢ - الحركة الاهتزازية المتخامدة .

٣ - الحركة الاهتزازية القسرية .

١ - اذا كانت النقطة المادية تقوم بحركة اهتزازية تحت تأثير قوى مرجعه فقط عندئذ نسمي هذه الحركة بالحركة الاهتزازية الذاتية للنقطة المادية . في الحياة العملية ، لا يوجد مثل هذا النوع في الحركات الاهتزازية وذلك لوجود مقاومة الوسط التي تؤثر على النقطة المهتزة .

٢ - اذا كانت النقطة المادية تقوم بحركة اهتزازية في وسط مقاومته غير معدومة . فهذا يعني أن هذه النقطة سوف تقوم بحركة اهتزازية تحت تأثير محصلة القوى المؤثرة عليها أي تحت تأثير محصلة القوة المرجعة والقوة المعيقة (قوة مقاومة الوسط) ، وبالتالي فإن الاهتزازة سوف تتخامد بعد كل دور أي أن زمن الذبذبة الواحدة (الدور) سوف يزداد وسعة الاهتزازة سوف

تصغر تدريجياً . ان مثل هذا النوع من الحركات الاهتزازية
يسمى بالحركة الاهتزازية المتخامسة .

٢ - اذا وضعنا على أرض غرفة محرك كهربائي عندئذ فإن أرض الغرفة
سوف تهتز ، وكذلك اثناء عمل المحرك على الزورق البخاري
وفي الطائرة فان هيكلاهما سوف يهتز أيضاً . ان سبب هذه
الاهتزازات هو فعل خارجي متكرر بصورة دورية ، نسمي الاهتزازات
التي تولدها قوة خارجية مؤثرة بصورة دورية على جسم ما
بالاهتزازات القسرية .

9.2 - ميزات الحركة الاهتزازية :

هناك علامات كمية مميزة للحركة الاهتزازية ، يمكننا من
تمييزها عن الحركات الاهتزازية الاخرى ، وفي ظروف معينة تحافظ على
قيمتها العددية . تسمى هذه العلامات بـ مميزات الحركة الاهتزازية .

ان اولى علامات الحركة الاهتزازية هي دوريتها والمقدار T
يُميز دور الحركة الاهتزازية (زمن الاهتزاز) وهي الفترة الزمنية
اللازمة حتى تعيد الحركة الاهتزازية نفسها . ويقدر الدور بالثانية
(sec) .

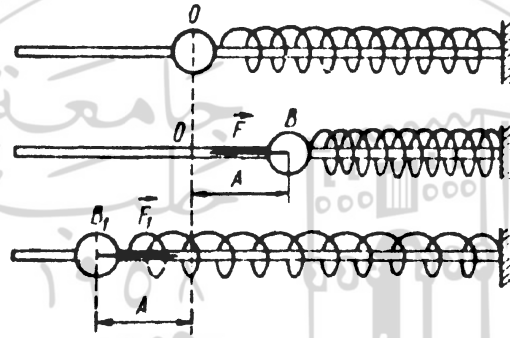
ان العلاقة المميزة الثانية للحركة الاهتزازية هي ترددها
ويرمز لها بـ ν أو f وهو عدد الاهتزازات في الثانية الواحدة :

$$\nu = \frac{1}{T}$$

ويؤخذ الهرتز (Hz) كوحدة لتردد الاهتزازة

والعلامة المميزة الثالثة للحركة الاهتزازية هي سعتها
(Amplitude) . والسعة A هي أعظم ازاحة للنقطة المهتزة
عن موقع توازنها . وفي الشكل (2 - 9) سعة اهتزازة النقطة O

تساوي : $A = \overline{OB_1} = \overline{OB}$



الشكل (2 - 9)

وهكذا فان لنقاط الحركة الاهتزازية ثلاث علامات مميزة هي
الدور T والتردد ν والسعة A .

9.3 - المقادير التي تميز الحالة اللحظية للنقطة المهتزة :

ان دور وتردد وسعة الحركة الاهتزازية لاتعطي أية معلومات
عن مكان وجود النقطة المهتزة في لحظة معينة من الزمن وعن اتجاه
حركتها . لذا نحتاج الى ادخال مقادير أخرى تميز الحالة اللحظية
للنقطة المهتزة .

ان أول هذه المقادير هو ازاحة النقطة . والمقدار x
الذي يميز موضع النقطة المهتزة في لحظة مختارة من الزمن بالنسبة

لموضع التوازن، يسمى بالازاحة. وتقاس الازاحة بالمسافة الكائنة بين موضع النقطة المهتزة في اللحظة المعينة من الزمن وموضع توازنها ولكي تكون القيمة العددية للازاحة ذات مدلول واحد يعطى لها اشارة. فمثلاً اذا اعتبرنا ازاحة الكتلة " 3 " الى اليمين من موضع التوازن في الشكل (1 - 9) موجب، فعندئذ تكون ازاحها الى اليسار سالبة.

ليس من الصعب تفهم أن السعة A تساوي عددياً أعظم ازاحة

لنقطة المهتزة عن موضع توازنها $X_{\max}$: $A = |X_{\max}|$

ان المقدار الثاني الهام المميز للحالة اللحظية للنقطة المهتزة هو الطور. ويسمى المقدار ϕ الذي يميز موضع النقطة المهتزة واتجاه حركتها في لحظة معينة من الزمن بطور الاهتزاز. ويقاس طور اهتزاز النقطة بالعدد المجرد الذي يشير الى الجزء من الدور الذي قطعه النقطة من لحظة بداية الاهتزاز.

بالاضافة الى الازاحة والطور فان سرعة حركة النقطة المهتزة u وتسارعها a تميزان الحالة اللحظية للنقطة المهتزة، وذلك لأن هذين المقدارين يتغيران باستمرار مع مرور الزمن ويكون للسرعة u أعظم قيمة في موضع توازن النقطة المهتزة وتكون في الموضعين المتطرفين مساوية للصفر، ويكون التسارع a مساوياً للصفر في موضع التوازن ويكون له أعظم قيمة في الموضعين المتطرفين لتذبذب النقطة وسوف نرى ذلك فيما بعد

9.4 - الحركة الاهتزازية التوافقية (الهارمونية) البسيطة :

ان الحركة الاهتزازية التوافقية البسيطة هي احدى الانواع الهامة للحركة الاهتزازية . من الناحية الفيزيائية ، نقول على جسم ما انه يقوم بحركة اهتزازية توافقية اذا كان تسارعه يتناسب مع الانزياح باشارة معاكسة . الجسم الذي يقوم بمثل هذه الحركة نسميه هزاز توافقى (Harmonic oscillator) سنقتصر في هذه الفقرة على دراسة الجمل الاهتزازية التوافقية . كمثال بسيط على هذا النوع من الحركات الاهتزازية سندرس حركة جسم مربوط بنابض بشكل افقى على سطح أملس بدون احتكاك .

يظهر الشكل (3 - 9) جسم كتلته m مربوط بنابض خاضع لقانون هوك . يؤثر هذا النابض على الكتلة m بقوة مرجعة متناسبة مع الانزياح x عن وضع التوازن باشارة معاكسة اذا كان الانزياح موجب عندئذ تكون القوة المراجعة :

$$F = -kx \quad (9-1)$$

حيث k ثابت النابض ويدعى غالباً معامل قساوة النابض أو معامل مرونته

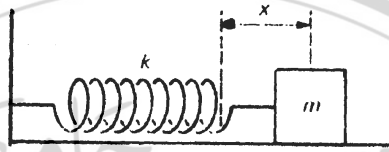
باستخدام قانون نيوتن الثاني نستطيع أن نكتب :

$$F = -kx = ma$$

وهذا يعطى :

$$a = -\left(\frac{k}{m}\right) \cdot x \quad (9-2)$$

تكون النسبة $\frac{k}{m}$ ثابتة . وبالتالي فإن التسارع يتناسب مع
الازاحة وبإشارة معاكسة . نستطيع باستخدام نفس الدراسة السابقة
لتحديد فيما اذا كانت جملة ما تقوم بحركة اهتزازية توافقية
بسيطة :



الشكل (3 - 9)

وبشكل خاص فان الاهتزازات التي تتم تحت تأثير القوة
المرجعة فقط المتناسبة مع الازاحة هي اهتزازات هارمونية .

من المعادلة (2 - 9) ، وبكتابة $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ نجد :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 \cdot x \quad (9-3)$$

حيث :

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

تدعى المعادلة (3 - 9) بالمعادلة التفاضلية للحركة
الاهتزازية التوافقية البسيطة التي يقوم بها جسم كتلته m خاضع
لقوة مرجعة من الشكل $F = -kx$. ان هذه المعادلة تتضمن المشتق
الثاني للانزياح $\frac{d^2x}{dt^2}$. حل هذه المعادلة $x(t)$ ، سوف يحتوي
على ثابتي تكامل وله الشكل التالي :

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0) \quad (9-4)$$

من أجل التحقق بأن العلاقة (4 - 9) هي حل للمعادلة (3 - 9) نشق
المعادلة (4 - 9) مرتين :

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0)$$

بالتعويض في المعادلة (3 - 9) نجد:

$$-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0)$$

وهذا يدل على أن العلاقة $x = A \cos(\omega t + \phi_0)$ هي حل للمعادلة
(3 - 9) التي هي معادلة العزاز التوافقي .

وجدنا سابقاً أن الحركة الاهتزازية هي دورية، دورها T
للحصول على علاقة بين ω و T سندرس دورية التابع التذببسي . أن
التابع التذببسي كما هو معلوم هو تابع دروي، دوره 2π هذا يعني أن:

$$\cos(\theta + 2\pi) = \cos \theta \quad (9-5)$$

فإذا زدنا الزمن بمقدار T في معادلة الحل $x = A \cos(\omega t + \phi_0)$ يجب
أن نحصل على نفس الازاحة، ومنه:

$$A \cos[\omega(t + T) + \phi_0] = A \cos(\omega t + \phi_0) \quad (9-6)$$

بمقارنة العلاقتين (5 - 9) و (6 - 9) نحصل على :

$$\omega(t + T) + \phi_0 = \omega t + \phi_0 + 2\pi$$

ومنـه :

$$\omega T = 2\pi$$

هذه العلاقة تربط بين التردد الزاوي ω الظاهر في العلاقة (3 - 9) والدور T للحركة الاهتزازية .

المقدار $\phi = \omega t + \phi_0$ الواقع تحت إشارة التجيب والمحدد من خلال $\cos \phi$ لنصيب الانزياح X من قيمته العظمى ، يسمى بطور الاهتزاز أو اختصاراً ، الطور ، بناءً على ذلك فإن المقدار ϕ_0 يعبر عن الطور البدئي للاهتزاز .
ملاحظة (1 - 9) :

غالباً ما تسمى الاهتزازات التي تعبر عنها العلاقة (4 - 9) باهتزازات تجيبية أو جيبية . وفي الفيزياء تسمى مثل هذه الاهتزازات التي يعبر عن الازاحة بقانون جيبى أو تجيبى باهتزازات هارمونية (Harmonic) .

9.5 - السرعة والتسارع في الحركة الاهتزازية التوافقية :

وجدنا أنه في الحركة الاهتزازية التوافقية يتغير انزياح الكتلة المهتزة m مع الزمن وفق المعادلة (4 - 9) ، للحصول على سرعة النقطة المادية نشق المعادلة (4 - 9) وذلك في الحالة $\phi_0 = 0$ أي أننا نختار الطور البدئي مساوياً للصفر عند اللحظة $t = 0$.

$$X = A \cos \omega t$$

$$u = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin \omega t \quad (9-6)$$

$$u = \omega A \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

فإذا رمزنا بـ u_0 لمطال السرعة، نرى أن :

$$u_0 = \omega A$$

عندئذ يمكن أن نكتب :

$$u = u_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (9-7)$$

نحصل على تسارع النقطة المهتزة باشتقاق العلاقة (9 - 6) فنجد :

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos \omega t = -\omega^2 x \quad (9-8)$$

$$a = a_0 \cos(\omega t + \pi) \quad (9-9)$$

حيث رمزنا بـ $a_0 = \omega^2 A$ لمطال تسارع النقطة المهتزة .

نلاحظ من العلاقة (9 - 8) أن تسارع النقطة المادية المهتزة هارمونياً يتناسب طردياً مع انزياحها عن وضع توازنها ويتجه الى وضع التوازن .

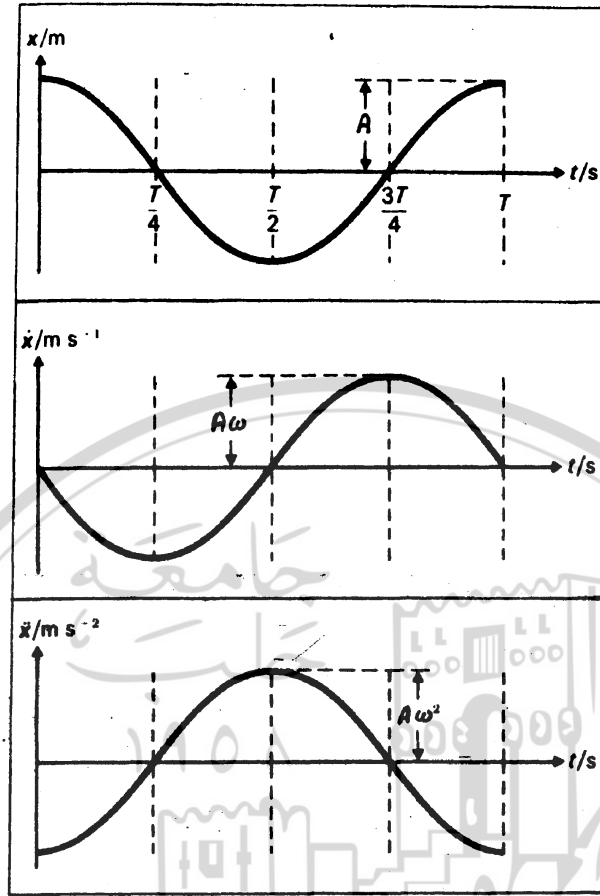
من المعادلة (9 - 7) و (9 - 9) نجد ان سرعة وتسارع النقطة المادية المهتزة هارمونياً تمثل توابع دورية بالنسبة للزمن ودور هذه التوابع يكون مساوياً لدور الحركة الاهتزازية T ، والجدول التالي يبين تغير كل من انزياح النقطة x وسرعتها وتسارعها

في مجال زمني مساوياً لدور واحد ، ومن أجل لحظات مختاره هي :

$$t = T , t = \frac{3T}{4} , t = \frac{T}{2} , t = \frac{T}{4} , t = 0$$

t	x	u	a
0	+A	0	$-\omega^2 A$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0
$\frac{T}{2}$	-A	0	$\omega^2 A$
$\frac{3T}{4}$	0	$-\omega A$	0
T	+A	0	$-\omega^2 A$

من الجدول أعلاه يتضح أن السرعة تصل إلى قيمتها الاعظمية المطلقة عند مرور النقطة المادية في وضع التوازن ، أما في أوضاع الانزياحات الحدية $x = \pm A$ فإن السرعة تنعدم ، أما التسارع فعلى العكس فهو ينعدم عندما تجتاز النقطة المادية وضع التوازن ويبلغ قيمته الاعظمية المطلقة في الاوضاع الحدية ويكـون التسارع دوماً متجه الى وضع التوازن . والشكل (4 - 9) يبين تغير كل من x و u و a بدلالة الزمن من أجل فترة زمنية مساوية لدور واحد .



الشكل (4 - 9)

9.6 - النواس البسيط أو النواس الرياضي :

النواس الرياضي عبارة عن نقطة معلقة بخيط معدوم الوزن وغير قابل للتمدد ،ويمكن لكرة ثقيلة صغيرة، رصاصية مثلاً، معلقة بخيط طويل ودقيق وغير قابل للتمدد أن تكون نموذجاً جيداً للنواس الرياضي الذي تدرس خواصه . ولنرى قبل كل شيء هل يمكن اعتبار اهتزازات النواس الرياضي اهتزازات توافقية . لهذا الفرض يجب معرفة ماهية العلاقة بين القوة المرجعة F والازاحة x .

ليكن لدينا نواس رياضي يهتز (الشكل 5 - 9) طولـه

l في موضع لحظي OM_1 ، والقوة المرجعة F تساوي محصلة قوة الجاذبية

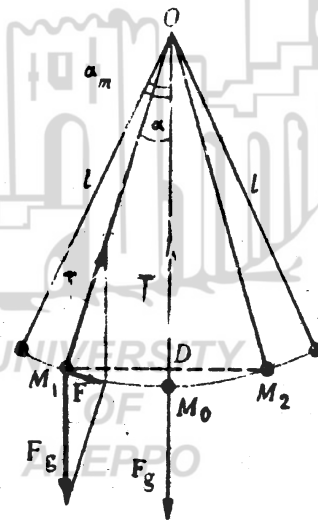
الارضية وقوة مرونة الخيط T وهي في اتجاه المماس للقوس M_1M_0 ومن تشابه المثلث المتكون من القوتين F_g و F والمثلث M_1OD يكون لدينا :

$$\frac{F}{F_g} = \frac{M_1D}{M_1O}$$

ومنه نجد :

$$F = F_g \frac{M_1D}{M_1O} = F_g \frac{M_1D}{l}$$

يتحرك النواس على القوس M_1M_0 نحو موضع التوازن ، لذا تكون الازاحة x مساوية لطول القوس M_1M_0 .



الشكل (5 - 9)

وعندما تكون الزاوية α صغيرة يكون طول القوس M_1M_2 مساوياً تقريباً للوتر M_1M_2 ، وطول القوس M_1M_0 لنصف الوتر M_1M_2 ، أي $M_1M_0 \approx M_1D$ أو $x \approx M_1D$. لذا فإنه عندما تكون الزاوية α صغيرة يمكن اعتبار أن :

$$F = -F_g \frac{X}{l} = - \frac{mg}{l} x \quad (9-10)$$

وتوضع الإشارة السالبة لأن X و F دائماً في اتجاهين متعاكسين.

عند اهتزاز النواس في مكان معين من الأرض تكون المقادير m و g و l ثابتة. لذا يتضح من العلاقة (9-10) أن القوة المرجعة F متناسبة طردياً مع الإزاحة، أي يمكن التعبير عنها بالعلاقة $F = -kx$ حيث $K = mg/l$. ونذكر بأن هذا يمكن عندما تكون الزاوية α صغيرة بدرجة كافية، ولنلاحظ أنه إذا كانت α_m أعظم زاوية انحراف للنواس تحت موضع التوازن، عندئذ تسمى الزاوية $2\alpha_m$ زاوية الاهتزاز. وهكذا فإنه عندما تكون زاوية الاهتزاز صغيرة (لاتجاوز بضع درجات) يمكن اعتبار إهتزازات النواس الرياضي إهتزازات توافقية (هارمونية).

دور النواس الرياضي :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

9.7 - معادلة طاقة الاهتزازات التوافقية :

الطاقة الكلية لجملة مهتزة هي عبارة عن مجموع الطاقة الكامنة والطاقة الحركية وهذه الطاقة تبقى ثابتة أي أن:

$$E_k + E_p = \text{const}$$

حيث E_k تمثل الطاقة الحركية .

E_p تمثل الطاقة الكامنة .

لنبرهان على ذلك ، أي على مبدأ حفظ الطاقة ، سنأخذ المعادلة (3 - 9) ونشتق منها معادلة الطاقة باستخدام التكامل .

من أجل مكاملة المعادلة :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

نستخدم علاقة اشتقاق تابع التابع المعروفة :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = u \frac{du}{dx}$$

إذاً نستطيع إعادة كتابة المعادلة (3 - 9) بالشكل التالي :

$$\frac{du}{dx} \cdot u + \omega^2 x = 0$$

هذه العلاقة هي عبارة عن نشر المعادلة :

$$\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} \omega^2 x^2 \right) = 0$$

من أجل إجراء التكامل نلاحظ أولاً باعتبار أن مشتق

المقدار $-\frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} \omega^2 x^2$ يساوي الصفر ، هذا يعني أن هذا المقدار

يجب أن يكون مقدار ثابت . نختار هذا الثابت على الشكل $\frac{E}{m}$ وله

واحدة قياس تساوي الى واحدة قياس مربع السرعة وهذا يعطى :

$$\frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} \omega^2 x^2 = \frac{E}{m}$$

إن اختيار الثابت بهذا الشكل يقودنا الى علاقة معادلة الطاقة

للجسمان على هذا نضرب المعادلة السابقة بـ m فنحصل على :

$$\frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = E$$

بوضع $K = m \omega^2$ نحصل على معادلة الطاقة بشكلها النهائي :

$$\frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} k x^2 = E \quad (9-11)$$

بما أن المقدار $\frac{1}{2} m u^2$ يمثل الطاقة الحركية للجسم كتلته m و $\frac{1}{2} k x^2$ هي الطاقة الكامنة فإن E تمثل الطاقة الميكانيكية الكلية للحركة الاهتزازية التوافقية .

برهنا فيما سبق بأن $x = A \cos \omega t$ هو حل

للمعادلة (3 - 9) . الآن نرغب أن نبرهن بأنه هو أيضاً حل لمعادلة الطاقة (9 - 11) :

نبدأ بوضع $x = A \cos \omega t$

نستق مرة واحدة فنحصل على :

$$u = \frac{dx}{dt} = - \omega A \sin \omega t$$

بالتعويض في المعادلة (9 - 11) نحصل على .

$$\frac{1}{2} m (-\omega A \sin \omega t)^2 + \frac{1}{2} k (A \cos \omega t)^2 = E$$

أو :

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} K A^2 \cos^2 \omega t = E$$

بوضع $K = m\omega^2$ نستطيع كتابة هذه المعادلة بالشكل :

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = E$$

أو:

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = E \quad (9-12)$$

بطريقة مشابهة نستطيع استخدام $m\omega^2 = K$ من أجل حذف $m\omega^2$ فنحصل على :

$$\frac{1}{2} K A^2 = E \quad (9-13)$$

ان الطاقة الحركية لجسم كتلته m يهتز توافقياً هي

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

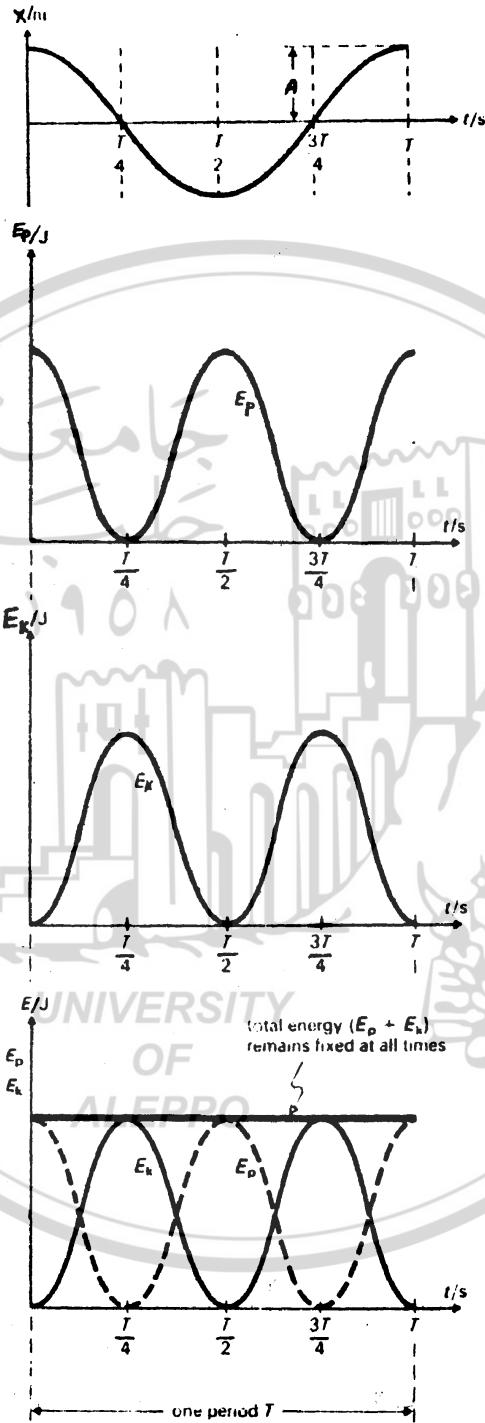
وباستخدام العلاقة المثلثية :

$$\cos^2 \phi = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\phi)$$

فإنه يمكن أن نكتب :

$$E_k = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2 [1 + \cos(2\omega t + \pi)] \quad (9-14)$$

الطاقة الكامنة لجسم كتلته m يهتز توافقياً هي :



الشكل (6 - 9)

$$E_p = \frac{1}{2} K A^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

$$E_p = \frac{1}{4} m \omega^2 A^2 (1 + \cos 2\omega t) \quad (9-15)$$

من علاقات الطاقة الكامنة والحركية (9 - 15) و (9 - 14) نجد أنه عندما يقوم الاحداثي (x) وكذلك مشتقه (u = x') بحركة اهتزازية نبضها (ω) فإن الطاقة تقوم بحركة اهتزازية نبضها (2ω) .

يمكن تفسير ببساطة سبب امتلاك الاهتزازات E_k و E_p تواتراً مضاعفاً بالمقارنة مع x : فالطاقة الحركية تنعدم مرتين خلال الدور الواحد وذلك في نقطتي الحركة المتطرفتين حيث $u = 0$ وتصل هذه الطاقة الى قيمتها العظمى مرتين كذلك خلال الدور الواحد وذلك عند عبور النقطة $x = 0$ حيث تكون السرعة أعظمية . ونفس الشيء يحدث بالنسبة للطاقة الكامنة انظر الشكل (6 - 9) .

وبما أن علاقة الطاقة الحركية تدخل السرعة بقيمة مربعة أي بـ u^2 وبالتالي فإن الطاقة الحركية تحصل على نفس القيم عندما تنتقل من A الى -A أو من -A الى A .

9.8 - تركيب حركتين اهتزازيتين لهما نفس التواتر ومختلفتين في الطور :

لنفرض بأن لدينا نقطة مادية تقوم في نفس الوقت في حركتين اهتزازيتين توافقيتين لهما نفس التواتر الزاوي إلا أنهما مختلفتان في الطور والمطال .

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_{10}) \quad (9-16)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_{20}) \quad (9-17)$$

إن الحركة الاهتزازية الناتجة عن تركيب الحركتين السابقتين :

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 \\ &= A_1 \cos(\omega t + \phi_{10}) + A_2 \cos(\omega t + \phi_{20}) \\ &= A_1 (\cos \omega t \cos \phi_{10} - \sin \omega t \sin \phi_{10}) + \\ &\quad + A_2 (\cos \omega t \cos \phi_{20} - \sin \omega t \sin \phi_{20}) \\ &= (A_1 \cos \phi_{10} + A_2 \cos \phi_{20}) \cos \omega t - (A_1 \sin \phi_{10} + A_2 \sin \phi_{20}) \sin \omega t \end{aligned}$$

بفرض أن :

$$A \cos \phi_0 = A_1 \cos \phi_{10} + A_2 \cos \phi_{20} \quad (9-18)$$

$$A \sin \phi_0 = A_1 \sin \phi_{10} + A_2 \sin \phi_{20} \quad (9-19)$$

فإنه يمكن كتابة :

$$X = A \cos \phi_0 \cos \omega t - A \sin \phi_0 \sin \omega t$$

$$X = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

أي أن الحركة الاهتزازية الناتجة هي أيضاً حركة إهتزازية توافقية بسيطة سعتها A ترددها الزاوي ω وطورها البدئي ϕ_0 .

تعطى سعة الحركة الناتجة بالعلاقة التالية: (التي تنتج من تربع العلاقتين (9 - 18) و (9 - 19) وجمعها طرفاً الى طرف):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_{20} - \phi_{10})}$$

حيث :

$$\phi_2 - \phi_1 = \phi_{20} - \phi_{10} = \text{const}$$

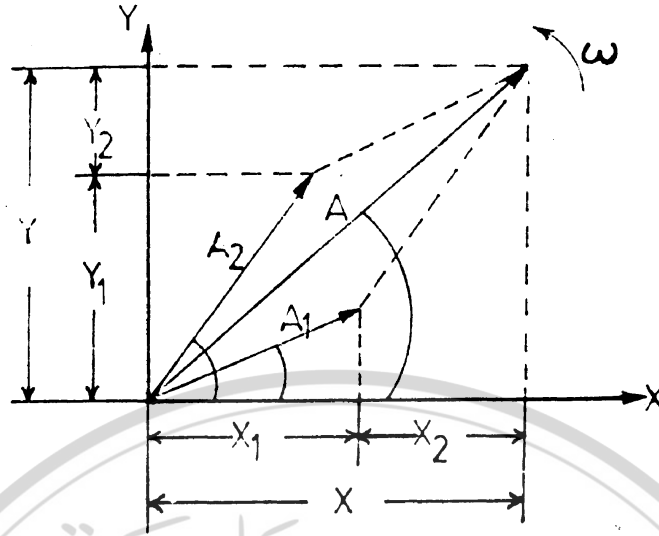
وطورها البدئي ϕ_0 يمكن حسابه أيضاً من العلاقتين (9 - 18) و (9 - 19) :

$$\text{tg } \phi_0 = \frac{A_1 \sin \phi_{10} + A_2 \sin \phi_{20}}{A_1 \cos \phi_{10} + A_2 \cos \phi_{20}}$$

أي ان تركيب حركتين اهتزازيتين توافقيتين لهما نفس التردد الزاوي وتحصلان بنفس المنحى هي أيضاً حركة اهتزازية توافقية لها الدور نفسه ومطالها A يقع في المجال:

$$|A_2 - A_1| \leq A \leq |A_2 + A_1|$$

يمكن تمثيل الحركتين السابقتين بيانياً وذلك كما يلي:



الشكل (7 - 9)

حيث :

$$\phi_1 = \omega t + \phi_{10}$$

$$\phi_2 = \omega t + \phi_{20}$$

$$\phi = \omega t + \phi_0$$

9.9- تركيب حركتين اهتزازيتين توافقيتين مختلفتين في التواتر ($\omega_1 \neq \omega_2$) :

لنفرض أن النقطة المادية تشارك في نفس الوقت في حركتين

اهتزازيتين توافقيتين لهما نفس المنحى وتواترهما متقاربان في

القيمة وللتبسيط سنأخذ الحالة الخاصة عندما يكون: $\phi_{10} = \phi_{20} = 0$:

أي أن للحركتين الاهتزازيتين الشكل:

$$X_1 = A_1 \cos \omega_1 t$$

$$X_2 = A_2 \cos \omega_2 t$$

ان الحركة الاهتزازية الناتجة عن تركيب المركبتين السابقتين

هي :

$$X = X_1 + X_2 = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t \quad (9-20)$$

بإضافة وطرح الحد $\frac{A_1}{2} \cos \omega_2 t$ والحد $\frac{A_2}{2} \cos \omega_1 t$ يمكن كتابة العلاقة (9 - 20) بالشكل :

$$X = \frac{A_1 + A_2}{2} (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) + \frac{A_1 - A_2}{2} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) \quad (9-21)$$

ولكن باستخدام العلاقات المثلثية التالية :

$$\cos \phi_1 + \cos \phi_2 = 2 \cos \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$$

$$\cos \phi_1 - \cos \phi_2 = -2 \sin \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \sin \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$$

يمكن كتابة العلاقة (9 - 21) بالشكل التالي :

$$X = (A_1 + A_2) \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - (A_1 - A_2) \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \quad (9-22)$$

فاذا رمزنا بـ $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ الذي يعبر عن التردد الوسطي .

وبـ $\Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ الذي يعبر عن متوسط فرق الترددات :

فيمكننا كتابة العلاقة (9 - 22) بالشكل التالي :

$$X = (A_1 + A_2) \cos \bar{\omega} t \cdot \cos \Omega t - (A_1 - A_2) \sin \bar{\omega} t \cdot \sin \Omega t \quad (9-23)$$

يمكن مطابقة العلاقة (23 - 9) مع العلاقة :

$$X = A \cos(\bar{\omega}t + \phi)$$

التي يمكن كتابتها بالشكل :

$$X = A \cos \bar{\omega}t \cos \phi - A \sin \bar{\omega}t \sin \phi \quad (9-24)$$

من العلاقة (23 - 9) و (24 - 9) يمكن أن نكتب :

$$A \cos \phi = (A_1 + A_2) \cos \Omega t \quad (9-25)$$

$$A \sin \phi = (A_1 - A_2) \sin \Omega t$$

بتربيع العلاقتين السابقتين وجمعهما طرفاً الى طرف نجد :

$$A^2 = [(A_1 + A_2) \cos \Omega t]^2 + [(A_1 - A_2) \sin \Omega t]^2 \quad (9-26)$$

$$A^2 = (A_1 + A_2)^2 \cos^2 \Omega t + (A_1 - A_2)^2 \sin^2 \Omega t$$

$$A^2 = (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2) \cos^2 \Omega t + (A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2) \sin^2 \Omega t$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 (\cos^2 \Omega t - \sin^2 \Omega t)$$

ومنه نحصل على :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos 2\Omega t$$

أي أن سعة الحركة الاهتزازية الناتجة :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t} \quad (9-27)$$

من العلاقة (25 - 9) نجد أن :

$$\text{tg } \phi = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} \text{tg } \Omega t$$

أي أننا نحصل نتيجة لتركيب حركتين إهتزازيتين توافقيتين على حركة إهتزازية توافقية من الشكل:

$$X = A \cos(\bar{\omega}t + \phi)$$

حيث :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t}$$

ونلاحظ بأن كل من مطال الحركة الاهتزازية الناتجة وطورها

يتغيران مع الزمن . وأن للاهتزازة الناتجة تردد يساوي $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

ويغلفها المنحني التجبيبي الذي تواتره $\Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ ويتأرجح حول وضع التوازن ضمن حدود :

$$|A_1 - A_2| \leq A \leq |A_1 + A_2|$$

9.9.1 - حالة خاصة (ظاهرة النبضات) :

في الحالة الخاصة عندما $A_1 = A_2 = a$ فإننا نحصل من

المعادلة (23 - 9) على :

$$X = \left[2a \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] \cos 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) t \quad (9-28)$$

حيث f_1 و f_2 هما تواتر الحركتين الاهتزازيتين .

ومن المعادلة (27 - 9) وباستخدام العلاقة المثلثية

$$\cos^2 \phi = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\phi) \quad \text{نجد:}$$

$$A = \left| 2a \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right| \quad (9-29)$$

ونظراً لأن f_1 قريبة جداً من f_2 ، فإن القيمة $f = f_1 - f_2$ صغيرة جداً بالمقارنة مع $(f_1 + f_2)$ ومنه نستنتج أن الاهتزازة المحصلة يمكن اعتبارها حركة اهتزازية هارمونية تحدث بتواتر قريب من $\left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right)$ وبسعة A لا تبقى ثابتة بل تتغير ببطء وبشكل دوري مع الزمن كما هو واضح من العلاقة (29 - 9) .

نعود مرة أخرى للعلاقة (29 - 9)، نذكر هنا بأننا أخذنا القيمة المطلقة لأن سعة الحركة الاهتزازية هي كمية موجبة بجوهرها . ان دور تغير القيمة المطلقة لتجيب الزاوية هو π وبالتالي فإن الدور T_0 لتغير القيمة المطلقة للمطال سيكون مساوياً للفترة الزمنية الكافية لتغير دليل التجيب بالمقدار π أي :

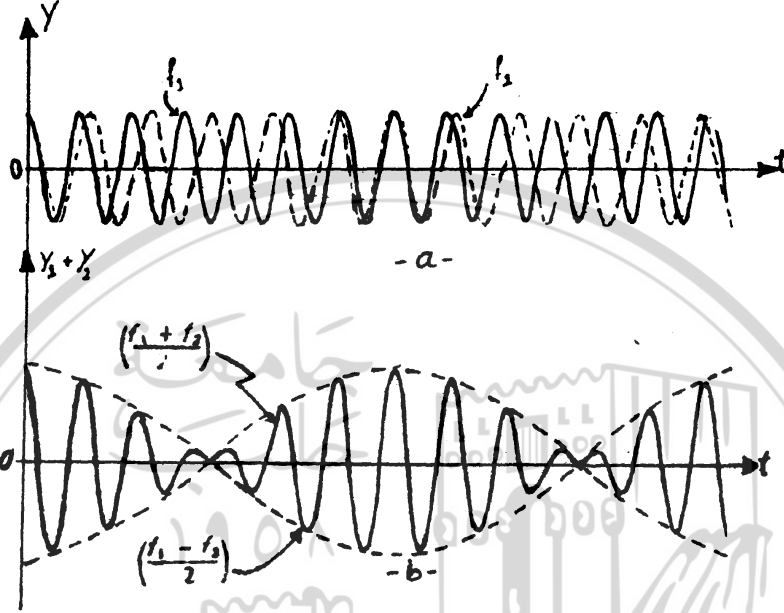
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

يوضح الشكل (8.a - 9) تمثيل لحركتين اهتزازيتين

تواترهما $f_1 \neq f_2$ بينما يوضح الشكل (8.b - 9) تركيب هاتين الحركتين الاهتزازيتين حيث تعبر الخطوط المتقطعة على الشكل (8.b - 9) عن منحنى المطال المتغير ببطء وفق المعادلة (29 - 9) بينما يعبر الخط المستمر على نفس الشكل عن منحنى تغير الاهتزازة

المحصلة ١ العلاقة (28 - 9) حيث يساوي دور الاهتزازة الى :

$$T = \frac{2}{f_1 + f_2}$$



الشكل (8 - 9)

عندما يكون طور الاهتزازتين الاوليتين ϕ_1 و ϕ_2 قريبين من بعضهما البعض، تجمع الاهتزازتان ويقترب مطال الاهتزازة المحصلة من $2a$. وبعد مرور زمن قدره $\frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ تتأخر احدى الاهتزازتين في الطور عن الثانية بمقدار π وتصبح الاهتزازتان تقريباً متعاكستين ومطال الاهتزازة المحصلة يتناقص الى الصفر تقريباً وبهذا يحصل بالتدريج تزايد وتناقص في مطال الحركة الاهتزازية المحصلة وهذا يؤدي الى نشوء ظاهرة تعرف باسم ظاهرة النبضات Beats . دور هذه النبضات هو T_B :

$$T_B = \frac{\pi}{\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}} = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

وتواترها يساوي الى :

$$f_B = \frac{1}{T_B} = \frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi} = f_1 - f_2$$

فإذا كان هناك منبعان للاهتزازات الصوتية، تواتر الاهتزازات الصادرة عن الأول هو $f_1 = 400 \text{ Hz}$ وتواتر الاهتزازات الصادرة عن الثاني هو $f_2 = 399 \text{ Hz}$ فعندئذ تكون تواتر النبضات الناتجة عن تداخل هذين الصوتين والمسموعة هو $f = 1 \text{ Hz}$ هذا يعني أن المستقبل يسمع اصواتاً متقطعة ويفصل بين صوتين متتالين منها فاصل زمني مقداره ثانية واحدة.

لظاهرة النبضات تطبيقات كثيرة وتستخدم هذه الظاهرة في أجهزة الإرسال الراديوية حيث تتم بتأثير اهتزازة تواترها صغير (تدعى اهتزازة التعديل Modulation)، في اهتزازة تواترها عالٍ (تدعى الاهتزازة الحاملة) ويؤدي ذلك إلى تغير في عبارة السعة : التعديل السعوي (Amplitud Modulation).

مثال (1 - 9) :

إذا كانت الاهتزازة الحاملة تعطى بالعلاقة :

$$x_1 = a_c \cos \omega_c t$$

حيث : ω_c - التواتر الزاوي الحامل .

a_c - سعة الاهتزازة الحاملة ،

وكانت الاهتزازة المراد تعديلها :

$$x_2 = a_s \cos \omega_s t$$

حيث: a_s - سعة الاهتزازة المراد تعديلها .

ω_s - التواتر الزاوي للإشارة المراد تعديلها . وحسب أن $\omega_s \ll \omega_c$

في هذه الحالة يكون التردد ω_c ثابتاً بينما يتغير المطال

a_c تبعاً للمطال الانى للاهتزازة المراد تعديلها x_2 أي أن:

$$a_c = a_c + a_s \cos \omega_s t$$

والاهتزازة المعدلة (الملحنة):

$$x_{AM} = x_1 + x_2 = (a_c + a_s \cos \omega_s t) \cos \omega_c t$$

$$= a_c \left(1 + \frac{a_s}{a_c} \cos \omega_s t \right) \cos \omega_c t$$

فإذا رمزنا بـ $m = \frac{a_s}{a_c}$ التي تدعى بدرجة التعديل (التلحين) .

فعندئذ يمكننا كتابة العلاقة السابقة بالشكل:

$$x_{AM} = a_c (1 + m \cos \omega_s t) \cos \omega_c t$$

$$= a_c \cos \omega_c t + a_c m \cos \omega_s t \cos \omega_c t$$

ولكن حسب العلاقة المثلثية:

$$\cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 = \frac{1}{2} [\cos(\phi_1 + \phi_2) + \cos(\phi_1 - \phi_2)]$$

يمكننا أن نكتب:

$$x_{AM} = a_c \cos \omega_c t + \frac{a_c m}{2} \cos(\omega_c + \omega_s) t + \\ + \frac{a_c m}{2} \cos(\omega_c - \omega_s) t$$

أي أن الاهتزازة المعدله تعديلاً سعويًا تنتج من مجموع ثلاث إهتزازات:

الاهتزازة الاولى هي $a_c \cos \omega_c t$ تواترها ومطالها هو تواتر ومطال الاهتزازة الحاملة .

الاهتزازة الثانية هي $\frac{m \cdot a_c}{2} \cos(\omega_c + \omega_s) t$ تواترها هو $(\omega_c + \omega_s)$ ومطالها $m \cdot \frac{a_c}{2}$.

الاهتزازة الثالثة هي $\frac{m \cdot a_c}{2} \cos(\omega_c - \omega_s) t$ تواترها هو $(\omega_c - \omega_s)$ ومطالها $m \cdot \frac{a_c}{2}$.

9.10 - الاهتزازات المتخامدة :

لاوجود في الطبيعة للاهتزازات العارمونية التي اذا بدأت لا تنتهي . في الحقيقة ان اهتزاز الجمل المادية يتخامد عمليا اذا لم يُدعّم الاهتزاز من الخارج ، وسوف يتناقص مطال الحركة الاهتزازية مع الزمن لينتهي بعدة فترة قصيرة أو طويلة الى الصفر .

ان وجود التخماد بسبب تبدد الطاقة الاهتزازية الكلية تدريجياً بشكل حراري بفعل الاحتكاك عند نقاط التعليق ومقاومة الوسط (من أجل الجمل الميكانيكية) أو نتيجة وجود مقاومات أوميه (الجمل الكهربائية) .

لنأخذ المثال التالي الذي يوضح الحركة الاهتزازية الميكانيكية

المتخامدة : اذا أخذنا نابض معلق به كتلة m وعلقنا بالكتلة صفيحة موجودة في الماء كما هو واضح في الشكل (9 - 9) ، فعندئذ سوف تخضع الكتلة m لقوة اعاقه تتعلق بسرعة الجسم وتعطى قيمتها

بشكل عام بالعلاقة :

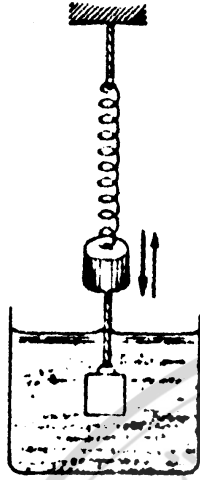
$$F_r = -r_1 u + r_2 u^2$$

حيث r_1 و r_2 ثوابت اعاقا

وتكون القوة الكلية المؤثرة على الجسم

المهتز مساوية الى مجموع القوى

شبه المرنة وقوى الاحتكاك F_r .



الشكل (9 - 9)

ان قوة الاحتكاك تعاكس

حركة الجسم وبالتالي تكون جهة

تأثيرها بعكس جهة السرعة وفي الحالة الخاصة التي تكون فيها سرعة الجسم

صغيرة فإنه يمكن البرهان على أن :

$$\vec{F}_r = -r \vec{u}$$

حيث r : معامل التخميد ويتعلق بخصائص الوسط وبشكل ومقاييس الجسم

المهتز :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r u$$

أي أن :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (9-30)$$

وهذه هي المعادلة التفاضلية لحركة نقطة مادية كتلتها m خاضعة

لتأثير قوة شبه مرنة وقوة مقاومة خارجية (كاحتكاك مثلاً).

يمكن أن نشير ، دون التعرض الى الطرق العامة لحل

المعادلات التفاضلية ان التابع $x(t)$ الذي يحقق المعادلة (30- 9) يجب أن يتمتع بالخصائص التالية:

المشتق الاول والثاني لهذا التابع يجب أن لايفتلفا عن التابع نفسه $x(t)$ ، إلا بمضارب ثابتة . هذا التابع ، في الحالة العامة هو تابع أسي أو هو جداء تابع أسي بتابع جيبى أو تجيبي لذلك سوف نبحث عن حل للمعادلة التفاضلية (30 - 9) من خلال التابع :

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0) \quad (9-31)$$

حيث A_0 ، ϕ_0 ، ω و β ثوابت اختيارية ($\omega > 0$) .

بحساب المشتق الاول والثاني للعلاقة (31 - 9) نجد:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -A_0 \beta e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0) - \omega A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \phi_0) \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= +A_0 \beta^2 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0) + \omega A_0 \beta e^{-\beta t} \sin(\omega t + \phi_0) + \\ &\quad + \omega A_0 \beta e^{-\beta t} \sin(\omega t + \phi_0) - \omega^2 A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0) \end{aligned}$$

وتبدلهم في المعادلة (30 - 9) نحصل بعد الاصلاح على العلاقة التالية :

$$\begin{aligned} A_0 e^{-\beta t} \{ [m(\beta^2 - \omega^2) - r\beta + k] \cos(\omega t + \phi_0) + \\ + [2m\beta\omega - r\omega] \sin(\omega t + \phi_0) \} = 0 \end{aligned} \quad (9-32)$$

بتقسيم طرفي المعادلة (32 - 9) على $A_0 e^{-\beta t} \neq 0$ نحصل على:

$$m(\beta^2 - \omega^2) - r\beta + k = 0 \quad (9-33)$$

$$2m\beta\omega - r\omega = 0$$

وذلك لأن $\sin(\omega t + \phi_0) \neq 0$ و $\cos(\omega t + \phi_0) \neq 0$

بحل المعادلتين (9 - 33) نحصل على :

$$\beta = \frac{r}{2m} \quad (9-34)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}} \quad (9-35)$$

أي أن المعادلة (9-31) تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية (9 - 30) التي تختلف عن الاهتزازات التوافقية في أن المطال $A(t) = Ae^{-\beta t}$ هو تابع متناقص بالنسبة للزمن .

يوضح الشكل (10 - 9) تمثيلاً بيانياً للعلاقة بين x و t من أجل الاهتزازات المتخامدة $r \neq 0$ المعطاة بالعلاقة (9 - 31) . ومن أجل $\phi_0 = 0$.

يعبر المخطط المنقط عن العلاقة بين المطال والزمن أي :

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$$

نلاحظ أنه بازدياد عامل مقاومة الوسط r فإن قيمة عامل التخماد β تزداد وسرعة تناقص مطال الاهتزازات المتخامدة مع الزمن وبالعكس عند انعدام المقاومة كلياً ، أي عندما $r = 0$ يكون $\beta = 0$ و $\exp - \beta t = 1$ وبالتالي :

$$X = A_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$

ونصل عندها الى حالة الاهتزازات التوافقية الصرفة ذات التواتر
الزاوي :

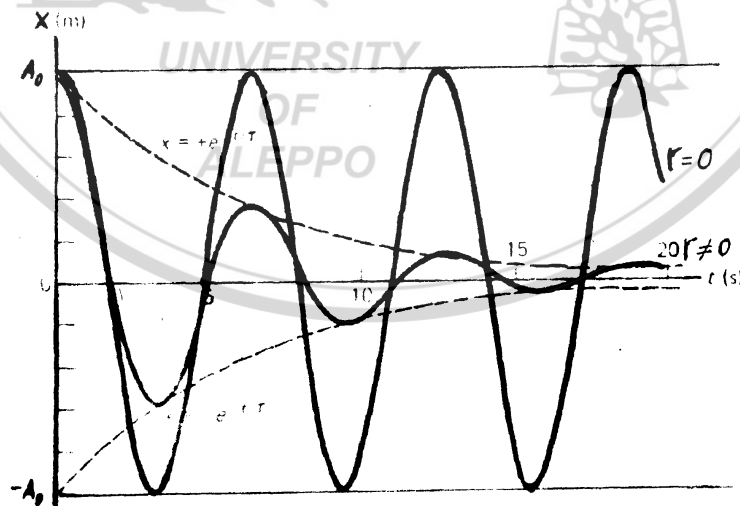
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$$

عند وجود المقاومة يتناقص مطال الحركة الاهتزازية مع الزمن الى
جانب تناقص قيمة التواتر الزاوي للاهتزازات :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (9-36)$$

حيث : ω_0 - التواتر الزاوي للاهتزازات الخاصة للنقطة المهتزة عند
انعدام المقاومة .
دور الاهتزازات المتخامدة يساوي الى :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (9-37)$$



الشكل (10 - 9)

وبازدياد مقاومة الوسط يزداد دور الاهتزازات وعندما $\beta = \omega_0$ يصبح $\omega = 0$ والدور يصل الى لانهاية : $T \rightarrow \infty$.

لنأخذ مطال الحركة الاهتزازية المتخامدة عندما $\omega_0 > \beta$ وذلك من أجل لحظتين زمنيتين يفصل بينهما دور واحد، أي:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$$

$$A(t + T) = A_0 e^{-\beta(t+T)}$$

ومنه :

$$\frac{A(t)}{A(t + T)} = e^{\beta T} = \text{const} \quad (9-38)$$

وهذا يعني أن مطال الحركة الاهتزازية المتخامدة يتناقص في كل دور بنفس العدد من المرات .

بأخذ اللغاريتم الطبيعي للعلاقة (38 - 9) نحصل على:

$$\ln \frac{A(t)}{A(t + T)} = \beta T = \delta$$

حيث يحمل δ اسم معامل التخماد اللغاريتمي .

9.10.1 - المعنى الفيزيائي لكل من معامل التخماد β ومعامل التخماد اللغاريتمي δ :

لنرمز بـ τ الى الزمن اللازم لكي يتناقص مطال الاهتزازات

بمقدار e مرة عندئذ يمكن كتابة :

$$\frac{A(t)}{A(t + \tau)} = e^{\beta \tau} = e$$

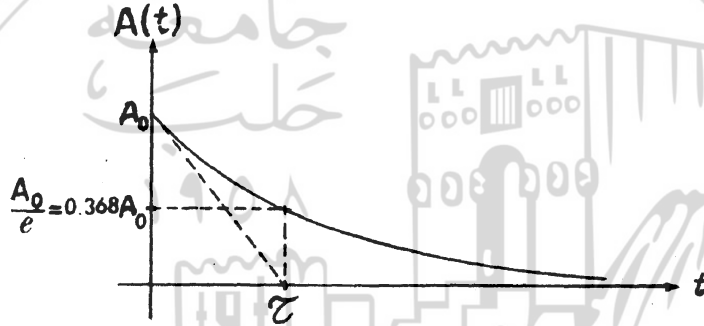
أي أن :

$$\beta = \frac{1}{\tau} \iff \beta \cdot \tau = 1$$

وتصبح معادلة المنحني المغلف بالشكل التالي :

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ويتضح المعنى الهندسي لثابت الزمن τ من الشكل (11 - 9) .



الشكل (11 - 9)

لنرسم المماس للمنحني التابع لـ $t = 0$ في اللحظة $t = 0$ ، فيقطع محور الأزمنة عند $t = \tau$ وهذا الزمن τ يمثل البعد بين فاصلة أية نقطة تماس مختارة من المنحني وفاصلة نقطة تقاطع المماس في النقطة المختارة مع محور السينات . وينقص التابع الأسّي خلال الزمن $t = \tau$ بالمقدار $\frac{1}{e}$ خلال هذا الزمن وذلك لأن :

$$\frac{A_0}{e} = A_0 e^{-1} = A_0 e^{-\frac{\tau}{\tau}} = A(\tau)$$

إذا رمزنا بـ N لعدد الاهتزازات التي يقوم بها الجسم المهتز قبل أن يتناقص مطال الاهتزاز بمقدار e من المرات ، عندها يكون :

$$\tau = NT$$

$$\delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

وهذا يعني أن معامل التخميد اللغارتمي δ هو عبارة عن مقدار فيزيائي يساوي الى مقلوب عدد الاهتزازات التي يتناقص في نهايتها مطال الحركة الاهتزازية بمقدار e من المرات .

ملاحظة (2 - 9):

إذا رمزنا بـ η لعامل الجودة للجلمة المهتزة والذي يعطى بالعلاقة:

$$\eta = \frac{\omega_0}{2\beta}$$

في حالة الاهتزازات التي من أجلها معامل تخامدها يكون صغير عندئذ يمكن أن نكتب :

$$\eta \gg 1$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{\beta^2}{\omega_0^2}\right) = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{4\eta^2}\right)$$

وبالتالي عندما تكون $\eta \gg 1$ فإن $\omega = \omega_0$ وبالتالي فإن معادلة الاهتزازة المتخامدة يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$x = A_0 e^{-\frac{\omega_0}{2\eta}t} \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

حيث η تتعلق بعدد الاهتزازات التي يقوم بها الجسم المهتز قبل أن يتناقص مطال الاهتزاز بمقدار e من المرات . بأخذ بعين الاعتبار أنه:

عندما $1 \gg \eta$ فان $\omega = \omega_0$:

$$\tau = NT = N \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2N\pi}{\omega_0}$$

وبالتالي فانه يمكن التعبير عن سعة الاهتزاز بالعلاقة التالية :

$$A(\tau) = A_0 e^{-\frac{\omega_0}{2\eta}\tau} = A_0 e^{-\frac{\omega_0}{2\eta} \frac{2N\pi}{\omega_0}} = A_0 e^{-\frac{N\pi}{\eta}}$$

9.11 - الاهتزازات الميكانيكية القسرية وظاهرة التجاوب :

للحصول على اهتزازات غير متخامدة في الجمل المهتزة الحقيقية لابد من أن نؤثر على الكتلة المهتزة بقوة متغيرة خارجية بحيث يعوض عمل هذه القوة الطاقة المصروفة. للتغلب على قوة المقاومة الخارجية .

تتألف الجملة الميكانيكية المهتزة من كتلة m معلقة بنهاية نابض ثابت صلابته K ، وتطبق على الكتلة m قوة قسرية تجيبية من الشكل $F = F_0 \cos \omega t$ ، وتضع الكتلة m الى قوة اعاقية وذلك بجعلها تهتز في سائل يخمد الحركة الاهتزازية كما هو موضح في الشكل (12 - 9)، وأن قوة الاعاقية تتناسب مع سرعة الكتلة m وتعاكس جهتها أي أن :

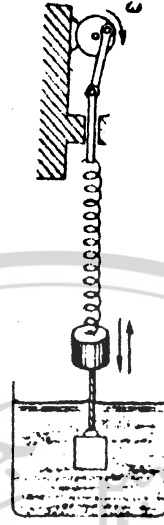
$$\vec{F}_r = -r\vec{u}$$

فاذا كانت القوة القاسرة المطبقة على الكتلة من الشكل :

$$F = F_0 \cos \Omega t \quad (9-39)$$

حيث تمثل F_0 مطال القوة الكاسرة و Ω تمثل التواتر الزاوي لاهتزازات

هذه القوة .



الشكل (12 - 9)

عندئذ يمكن استنتاج معادلة حركة الكتلة المهتزة وذلك بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكتلة m أي أن :

$$ma = -kx - ru + F_0 \cos \Omega t$$

ومنه :

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + r \frac{dX}{dt} + kx = F_0 \cos \Omega t \quad (9-40)$$

ان حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل :

$$X(t) = X_1(t) + X_2(t)$$

حيث تعبر $X_1(t)$ عن الاهتزازات الحرة المتخامدة و $X_2(t)$ عن الاهتزازات القسرية الممطرة بالقوة F المعطاة بالعلاقة (39 - 9) .

أي أن $X_1(t)$ هو حل للمعادلة :

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + r \frac{dX}{dt} + kx = 0 \quad (9-41)$$

و $X_2(t)$ هو الحل الخاص للمعادلة (40 - 9) .

وجدنا من حالة الاهتزازات المتخامدة بأن الحل العام

للمعادلة (41 - 9) له الشكل التالي :

$$X_1(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

حيث :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}} = \sqrt{\omega^2 - \beta^2}$$

ومطالها $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ يتناقص بسرعة كبيرة نسبياً مع الزمن لذلك يمكن إهمالها أي أن الحركة سوف تتخامد كلياً بعد فترة زمنية قصيرة جداً ويصبح $X_1 = 0$ وبالتالي يصبح الحل العام للمعادلة (40 - 9) مساوياً إلى :

$$X = X_2(t)$$

ويجب أن يتطابق تواترها مع تواتر القوة القاسرة ومطالها يجب أن يبقى ثابت طالما أن مطال القوة القاسرة لم يتغير .

إذاً لايجاد حل للمعادلة (40 - 9) سوف نبحت عن حل من الشكل :

$$X = X_2(t) = A \cos(\Omega t + \phi) \quad (9-42)$$

حيث A مطال هذه الحركة الاهتزازية و ϕ طور هذه الحركة، اللذان يجب تعيينهما .

بالتعويض في المعادلة (40 - 9) عن قيمة X من المعادلة (42 - 9) نحصل على المطابقة التالية :

$$[(KA - m\Omega^2 A) \cos \phi - rA\Omega \sin \phi] \cos \Omega t - [(KA - m\Omega^2 A) \sin \phi + rA\Omega \cos \phi] \sin \Omega t \equiv F_0 \cos \Omega t \quad (9-43)$$

ومنه نجد أن :

$$(KA - m\Omega^2 A) \cos \phi - rA\Omega \sin \phi = F_0 \quad (9-44)$$

$$(KA - m\Omega^2 A) \sin \phi + rA\Omega \cos \phi = 0 \quad (9-45)$$

يمكن كتابة المعادلة (9-44) و (9-45) بالشكل التالي :

$$A(\omega_0^2 - \Omega^2) \cos \phi + 2\beta\Omega A \sin \phi = \frac{F_0}{m} \quad (9-46)$$

$$A(\omega_0^2 - \Omega^2) \sin \phi + 2\beta\Omega A \cos \phi = 0 \quad (9-47)$$

بتربيع المعادلتين (9-46) و (9-47) وجمعهما طرفاً الى طرف

نحصل على :

$$A^2 (\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2 A^2 = \frac{F_0^2}{m^2} \quad (9-48)$$

ومنه نجد :

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} \quad (9-49)$$

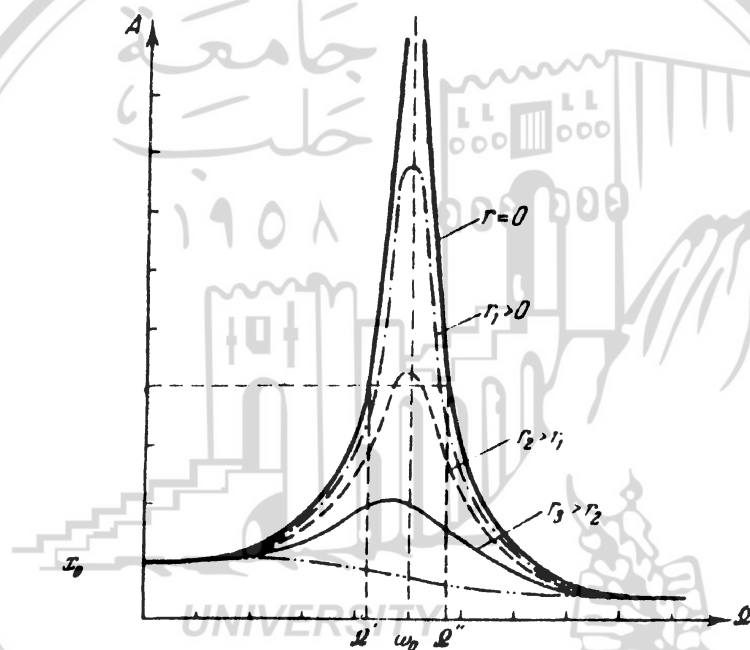
ومن المعادلة (9-47) نحصل على أن :

$$\tan \phi = - \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (9-50)$$

وبعد ذلك نجد على أنه تحت تأثير القوة القسرية F المعطاة بالعلاقة

(39 - 9) تنشأ اهتزازات توافقية قسرية لها نفس التواتر Ω ومطال الاهتزازات القسرية F ، المعطاة بالعلاقة (50 - 9) ، تتناسب طردياً مع مطال القوة القسرية F_0 .

التمثيل البياني للعلاقة (48 - 9) موضح على الشكل (13 - 9) حيث رسمنا العلاقة بين مطال الحركة الاهتزازية A والتواتر الزاوي للاهتزاز Ω .



الشكل (13 - 9)

نلاحظ من الشكل أنه عندما يقترب تواتر القوة القاسرة Ω من التواتر الخاص للجلة ω_0 يصبح تزايد مطال الاهتزازات القسرية سريعاً ،وعندما :

$$A = \frac{F_0}{2m\beta\omega_0} \quad \text{و} \quad \Omega = \omega_0$$

يصبح هذا المطال في أقصى قيمة له موافقة للقيمة المعطاة لمعامل مقاومة الوسط المحيط r . وبتناقص قيمة r ترتفع ذروة المطال ، وعندما $r \rightarrow 0$ نجد أن $A \rightarrow \infty$ ظاهرة التزايد السريع جداً لمطال الاهتزازات القسرية عند $\omega = \omega_0$ تسمى بظاهرة التجاوب (أو الطنين) .

وهكذا نجد أن سعة الاهتزازات في حالة التجاوب تعتمد اعتماداً كبيراً على قوى مقاومة الاحتكاك . فكلما كانت هذه القوى أصغر كلما كانت سعة اهتزازات الجملة المهتزة أكبر . وتكون سعيات الاهتزازات في حالة الطنين كبيرة بصورة خاصة عندما تكون قوى المقاومة صغيرة . في هذه الحالة يمكن للاهتزازات الحادثة في حالة الطنين أن تحطم نظام الجملة المهتزة .

تستخدم ظاهرة التجاوب في تقوية الاهتزازات الصوتية والكهربائية في مختلف الأجهزة المصممة لذلك . فحصول التجاوب يسمح بالكشف حتى عن الاهتزازات الضعيفة جداً وذلك عندما يتطابق تواترها مع تواتر الاهتزازات الخاصة للجهاز . هذا هو المبدأ الذي يبنى عليه تركيب جهاز مقياس التردد (Frequency Meter) الذي يستخدم لقياس تردد التيار المتناوب : حيث تثبت على لوحة واحدة صفائح مرنة بأثقال في أطرافها ، لهذه الصفائح ترددات مختلفة لاهتزازاتها الذاتية وترتب حسب تزايد هذه الترددات . فعندما يمر التيار المتناوب ذو التردد المجهول من خلال مغناطيس كهربائي ، تقوم اللوحة مع الصفائح باهتزازات قسرية لها تردد التيار . وتقوم إحدى الصفائح التي ترددها الذاتي يساوي إلى تردد التيار باهتزازات قسرية في حالة التجاوب ويمكن معرفتها من قوة اهتزازاتها

بهذه الطريقة نكون قد حددنا تردد التيار المجهول .

مثال (2 - 9) :

إذا كان انزياح جسم كتلته $m = 20 \text{ gr}$ في اللحظة البدائية يساوي 5 cm وسرعته مساوية -0.6 m/sec وكانت الطاقة الكلية له $E = 4.85 \times 10^{-3} \text{ Joul}$ والمطلوب :

- ١ - اكتب قانون الحركة الاهتزازية .
- ٢ - احسب الطاقة الميكانيكية للجسم في اللحظة البدائية ثم أوجد طاقته الكامنة .
- ٣ - إذا جعلنا الجسم يهتز في وسط معامل احتكاكه $r = 0.04 \frac{\text{N} \cdot \text{sec}}{\text{m}}$ اكتب قانون الحركة الاهتزازية لهذا الجسم ثم احسب قيمة مطال هذه الحركة في اللحظة $t = 9.1 \text{ sec}$ ثم احسب عدد المرات التي تناقص بها المطال في تلك اللحظة . وأحسب عامل جودة الجملة المهتزة .
- ٤ - إذا أثّرنا على الجسم بقوة قسرية تواترها الزاوي $\Omega = 5 \text{ Hz}$ ومطالها $F_0 = 2 \text{ N}$ والمطلوب مانوع الحركة التي يقوم بها هذا الجسم ثم اكتب قانون هذه الحركة ومن ثم احسب مطال هذه الحركة في حالة التجاوب .

المطلوب :

$$t = 0 , X = 5 \text{ cm} , u = -0.6 \text{ m/sec} , m = 20 \text{ gr}$$

$$E = 4.85 \times 10^{-3} \text{ Joul}$$

قانون الحركة الاهتزازية هو :

$$x = A \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

$$5 \times 10^{-2} = A \cos \phi_0 \quad (9-51)$$

$$-0.6 = -\omega_0 A \sin \phi_0 \quad (9-52)$$

بضرب العلاقة (9 - 51) بـ ω_0 نحصل على :

$$\omega_0 \times 5 \times 10^{-2} = \omega_0 A \cos \phi_0 \quad (9-53)$$

بتربيع العلاقتين (9-52) و (9-53) وجمعهما طرفاً الى طرف نحصل على :

$$\omega_0^2 \times 25 \times 10^{-4} + 0.36 = \omega_0^2 A^2 \quad (9-54)$$

بالتبديل في علاقة الطاقة الكلية نجد :

$$E = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2} m (\omega_0^2 \times 25 \times 10^{-4} + 0.36)$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 = 50 \text{ Hz} \Rightarrow \omega_0 = 7.071 \text{ Hz}$$

بالتعويض عن قيمة ω_0 في المعادلة (9 - 54) نحصل على :

$$A = 0.099 \text{ m} \simeq 0.1 \text{ m}$$

بالتعويض في المعادلة (9 - 51) نحصل على :

$$5 \times 10^{-2} = 0.1 \cos \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{3}$$

وبالتالي فإن :

$$X = 0.1 \cos(7.071 t + \frac{\pi}{3})$$

- ٢

$$E_k = \frac{1}{2} m u^2$$

$$t = 0, u = -0.6 \Rightarrow E_k = \frac{20 \times 10^{-3}}{2} \times 0.36 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$E_p = E - E_k = 4.85 \times 10^{-3} - 3.6 \times 10^{-3} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ Joule}$$

$$X = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- ٣

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \& \quad \beta = \frac{r}{2m} = \frac{0.04}{2 \times 20 \times 10^{-3}} = 1$$

$$\omega = \sqrt{(7.071)^2 - 1} = \sqrt{50 - 1} = \sqrt{49} = 7 \text{ Hz}$$

$$X = 0.1 e^{-t} \cos(7 t + \frac{\pi}{3})$$

وذلك لأن لقيم A_0 و ϕ_0 نفس قيم A_0 و ϕ_0 في الحركة الاهتزازية
غير المتخامدة يعطى عامل الجودة للدائرة المهتزة بالعلاقة :

$$\eta = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{7.071}{2}$$

$$A(9.1) = 0.1 e^{-1 \times 9.1} = 0.000010997 \text{ m}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{A_0}{A} = e^{\beta t} = e^{9.1} = 8955 \text{ مرة}$$

وهو عدد المرات التي تناقص بها المطال في تلك اللحظة .

$$X = A \cos(\Omega t + \phi)$$

- ٤

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\Omega)^2 + r^2 \Omega^2}} = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$

$$A = \frac{\frac{20 \times 10^{-3}}{2}}{(50 - 25)^2 + 4 \times 1 \times 25} = \frac{100}{625 + 100} = 0.138 \text{ m}$$

$$\tan \phi = \frac{-2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = \frac{-2 \times 1 \times 5}{50 - 25} = -0.4$$

في حالة التجاوب :

$$A = \frac{F_0}{2m\beta\omega_0} = \frac{2}{2 \times 20 \times 10^{-3} \times 1 \times 7.071} = 7.07 \text{ m}$$

مثال (3 - 9) :

نبضات نشأت عند تركيب الحركتين الاهتزازيتين :

$$X_1 = 5 \cos 5001 \pi t \quad \& \quad X_2 = 5 \cos 4999 \pi t$$

احسب دور هذه النبضات ودور تغير سعة الحركة الاهتزازية المركبة .

الحل:

$$W_1 = 2\pi f_1 = 5001\pi \Rightarrow f_1 = 2500.5 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 4999\pi \implies f_2 = 2499.5 \text{ Hz}$$

$$f_B = f_1 - f_2 = 2500.5 - 2499.5 = 1 \text{ Hz}$$

$$\implies T_B = \frac{1}{f_B} = 1 \text{ sec}$$

$$\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \longleftarrow A(t) = 2a \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{2}} = 2 \text{ sec}$$

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

تمارين غير محلولة

- ١ - تعلق كتلة مقدارها $m = 0,81 \text{ Kg}$ بنابض خطي يطيع قانون هوك . وجد أن دور هذا النابض ، عندما يهتز بشكل حر يساوي الى $0,91 \text{ sec}$. عند استبدال الكتلة الاولى بأخرى غير معروفة لوحظ أن دور هذا النابض أصبح مساوياً الى $1,16 \text{ sec}$ احسب ثابت صلابة هذا النابض ثم احسب الكتلة المجهولة .
- ٢ - تربط كتلة قدرها $0,12 \text{ Kg}$ الى نهاية نابض يهتز بشكل افقي على سطح بدون احتكاك . يعطى انزياح هذه الكتلة كتابع للزمن بالعلاقة $x = 0,35 \cos \omega t$. احسب ثابت صلابة النابض اذا كان التسارع الاعظمي للكتلة يساوي الى $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$.
- ٣ - اذا كان دور النواس الرياضي يساوي الى 1 sec فاحسب تردده ν وطول هذا النواس .
- ٤ - لوحظ بأن النواس الرياضي ذي الطول $1,45 \text{ m}$ يستغرق زمن قدره 242 sec لاتمام 100 اهتزازة عند قمة جبل . احسب تسارع الجاذبية الارضية g .
- ٥ - كتلة مقدارها 10 Kg تقوم بحركة اهتزازية متخامدة وفوق

المعادلة :

$$10 \frac{d^2x}{dt^2} + 6.25 \times 10^{-3} \frac{dx}{dt} + 23.5 x = 0$$

احسب التردد الزاوي ω لهذه الحركة ودورها والزمن اللازم لكي تتناقص سعتها بمقدار $\frac{1}{2}$ من قيمتها الاصلية .

- ٦ - كتلة مقدارها $m = 0,93 \text{ Kg}$ معلقة بنابض معامل قساوته $K = 4,72 \text{ N/m}$. ماهو دور القوة القسرية اللازمة لحدوث
الطنين .





الفصل العاشر

النظرية الموجية للضوء

مقدمة :

ان الضوء عبارة عن شكل من أشكال الطاقة التي تسبب شعورنا بالرؤية . لقد طورت في القرت السابع عشر نظريتين متعاكستين حول طبيعة الضوء . فقد قدم نيوتن النظرية الجسمية ، التي ترى بأن الضوء عبارة عن سيل من الجسيمات التي تصدر عن الجسم المضيء . بينما قدم العالم الالماني كريستان هيفنز (1629 - 1695) النظرية الموجية للضوء التي تنص على أن الطاقة الضوئية تنتشر من مكان الى آخر عن طريق الحركة الموجية .

ان كلا النظريتين تقدم تفسير بسيط لبعض الظواهر الضوئية وغير قادرة على شرح كل الاثار الضوئية . على سبيل المثال ، ان النظرية الجسمية لنيوتن يمكن أن تفسر الانتشار المستقيم للضوء وتشكل الظل الحاد . على أية حال ، فإن النظرية الجسمية لم تكن قادرة على تفسير لماذا الضياء المستمر للجسيمات الصادرة عن المنبع لا تسبب انخفاض لوزن المنبع . من جهة أخرى فإن النظرية الموجية تفسر بسهولة سبب انتقال اشعاع الطاقة لمسافات بعيدة بدون أي انتقال

لقد تمكن هيفنز من اشتقاق القوانين الضوئية للانعكاس والانكسار باستخدام النظرية الموجية ، لكن الانتشار المستقيم للضوء لم يكن سهل التفسير بتلك النظرية .

بعد أكثر من مئة عام من جدال نيوتن وهيفنز حول جدارة النظرية الموجية إزاء النظرية الجسمية ، أثبت العالم يونغ بأن الضوء يتداخل وينعرج كالصوت وذلك في عام ١٨٠٣ ، وأقترح العالم يونغ بأنه في الأمواج الطولية يكون اهتزاز الوسط موازياً لاتجاه انتشار الموجة ، وفي الأمواج العرضية يكون اهتزاز الوسط عمودي على اتجاه انتشار الموجة . هذا الاقتراح سمح له بتفسير الانعراج كظاهرة للتداخل . لقد افترض بأن مبدأ التراكب صحيح في حالة الأمواج الضوئية ولم يكن هذا مقنعاً قبل استخدام هذا المبدأ من قبل العالمان يونغ وفرنل لشرح عدد من الظواهر مثل تلون الأفلام الرقيقة ، على سبيل المثال تلون الزيوت المعدنية السابحة في الماء نتيجة لتعرضها للضوء .

في البداية افترض كل من يونغ وفرنل بأن الأمواج الضوئية هي أمواج طولانية مثل الأمواج الصوتية التي تنتشر في الهواء . فقد تخيل كل من يونغ وفرنل وجود وسط مرئي بالاثير ، ويملأ الفراغ بأكمله ويساعد على انتشار الأمواج الضوئية وهذا الافتراض سمح لهم بتفسير سبب تداخل الضوء وانعراجه لكنه لم يسمح لهم بتفسير ظاهرة الاستقطاب الضوئي التي هي ميزة خاصة بالأمواج العرضية . أخيراً أدرك العالم يونغ ضرورة توسيع النظرية الموجية لتلائم ظاهرة

الاستقطاب الضوئي وذلك بافتراض بأن اهتزازات الوسط الاثيري هي اهتزازات عرضانية على اتجاه انتشار الموجة .

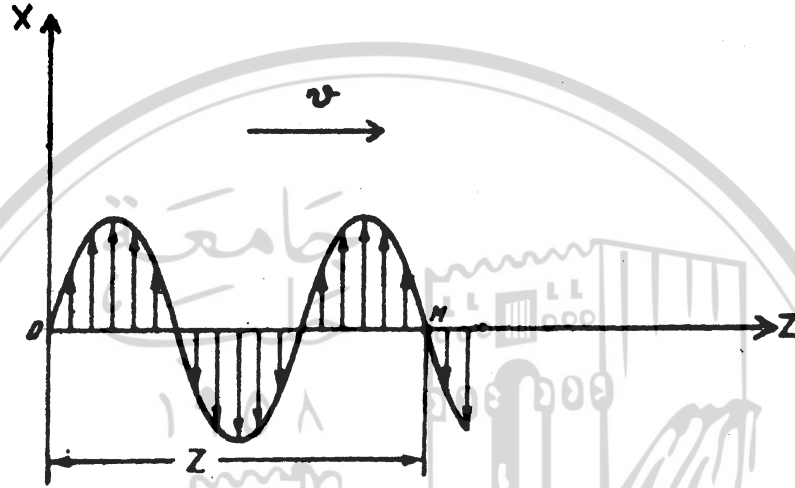
في عام ١٨٦٤ برهن العالم الانكليزي ماكسويل بأن الضوء عبارة عن أمواج كهربيسية عرضانية ناتجة عن التغير الدوري والمستمر للحقلين الكهربائي والمغناطيسي المعامدين لاتجاه انتشار الامواج الكهربيسية وتسير هذه الامواج في الخلاء بسرعة الضوء .

وفي عام ١٩٢٩ قال لويس دوبروي بالازدواجية الجسميية الموجية والتي تفرض بأن كل موجة تكون مصحوبة بنوع من أنسواع الجسميات وأن حركة كل جسم تكون مصحوبة أيضاً بنوع من أنسواع الامواج وعلى هذا الاساس برهن أن الالكترن الذي يسير بسرعيية يكون صحوباً بموجة يتعلق طولها بكتلة الالكترن وسرعته . وكذلك فإن الموجة الضوئية تكون مصحوبة بنوع من جسميات الطاقة تدعى بالفوتونات والموجة الصوتية تكون هي أيضاً مصحوبة بجسيم يدعى الفونون .

10.1 - معادلة الموجة المستوية الجيبية:

تسمح الموجة بانتقال الطاقة من نقطة الى أخرى ولمسافات بعيدة دون أن تنقل معها جسميات الوسط . ان الجسم المادي المهتز الواقع في وسط مرن سيحرض جسميات الوسط المحيط المجاورة له على القيام بحركة اهتزازية ، وهذه الجسميات تؤثر على الجسميات المجاورة لها وتقودها كذلك على القيام بحركة اهتزازية وهكذا ...

سوف نستنتج معادلة الموجة وذلك من خلال دراستنا للحركة
الاهتزازية التوافقية البسيطة المنتشرة وفق خط مستقيم ممثل بالمحور
z وانزياحها ممثل على المحور y . كما هو موضح في الشكل (1 - 10).



الشكل (1 - 10)

ان الموجة الممثلة على الشكل هي موجة عرضانية لان جهة
الاهتزاز عمودية على جهة الانتشار . فاذا فرضنا أن المنبع في
النقطة O يقوم بحركة اهتزازية توافقية وفق القانون :

$$y_O(t) = A \sin \omega t$$

حيث $\omega = 2\pi\nu$ و ν تواتر المنبع ، فإن كل نقطة من نقاط
الوسط المحيط بهذا المنبع سوف تهتز بنفس التواتر ويكون لها نفس
المطال A . إلا أن النقاط المجاورة له تبدأ بالاهتزاز مع بعض
التأخر في الزمن الذي يزداد كلما زاد بعدها عن المنبع .

ان النقطة M التي تبعد عن المنبع مسافة قدرها z تبدأ

بالاهتزاز متأخرة عن لحظة بدأ الاهتزاز في النقطة 0 بفاصل زمني قدره τ :

$$\tau = \frac{z}{v}$$

حيث v سرعة انتشار الموجة في الوسط المعطى .

بناءً على ذلك فإن الانزياح في النقطة M الذي نرمز له بـ Y_M سيكون في اللحظة t مساوياً الى الانزياح في النقطة 0 في اللحظة الزمنية t' حيث :

$$t' = t - \tau = t - \frac{z}{v}$$

وبالتالي فإن :

$$Y_M(t) = Y_O(t') = A \sin \omega t'$$

$$Y_M(t) = A \sin \omega \left(t - \frac{z}{v} \right)$$

التي يمكن كتابتها بالشكل التالي :

$$Y_M(t) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi \cdot z}{\lambda} \right) \quad (10-1)$$

حيث $v \cdot \lambda = v$ و $\lambda = \frac{v}{\omega}$ تمثل طول الموجة .

أو بالشكل :

$$Y_M(t) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (v \cdot t - z) \quad (10-2)$$

أو بالشكل :

$$y_M(t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) \quad (10-3)$$

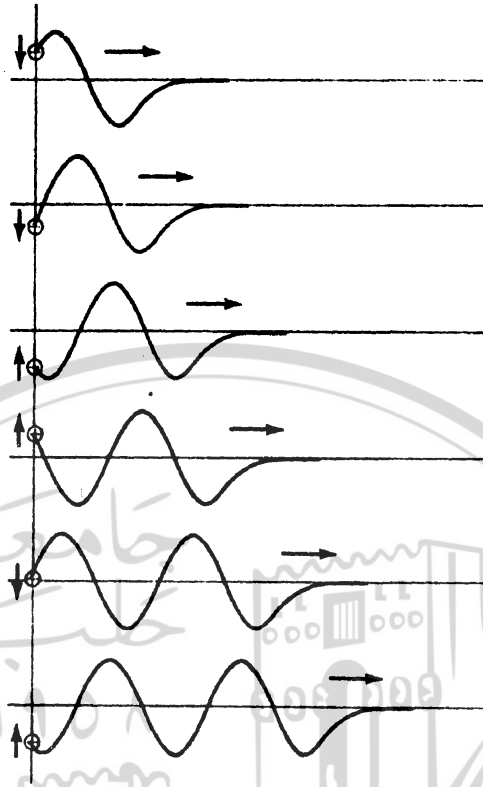
حيث $\nu = \frac{1}{T}$ وحيث T هو دور الاهتزاز ويساوي الى الزمن
اللازم لكي تنقل الاهتزازة مسافة قدرها λ .

ان المعادلات (10 - 1) و (10 - 2) و (10 - 3) تمثل
موجة تنتشر من اليسار الى اليمين ، أما إذا أردنا كتابة معادلة
الموجة المنتشرة من اليمين الى اليسار فعلينا فقط استبدال اشارة
(-) بإشارة موجبة (+) في المعادلات السابقة (لماذا ؟) .

10.2 - الامواج الكهرومغناطيسية :

تعرف النظرية الكهرومغناطيسية الضوء بأنه عبارة عن موجة
عرضية تكون فيها المتجهتان E و B متعامدتين مع جهة انتشار
الموجة . لتكوين صورة أولية عن الموجة الكهرومغناطيسية ، نتصور شحنة
كهربائية وحيدة تهتز الى الاعلى والاسفل . ولناخذ على سبيل المثال ،
شحنة موجبة ، فعند اهتزاز الشحنة نحو الاعلى والاسفل فإن إحدى خطوط الحقل
الكهربائي E الخارجة عن الشحنة الموجبة سوف ترسم منحنى جيبي مع مرور الزمن
كما هو واضح في الشكل (10 - 2) ، حيث نلاحظ بأن اهتزاز الشحنة يولد موجة كهرومغناطيسية

ان الحقل المغناطيسي B الناتج عن اهتزاز الشحنة الموجبة
هو أيضا متغير مع الزمن ، فعندما تهتز الشحنة الى الاعلى والاسفل
فانها تنشئ تيار كهربائي اتجاهه يكون متغير بشكل دوري . ينشأ
الحقل المغناطيسي نتيجة لاهتزاز التيار وينتشر في الفراغ على شكل



الشكل (2 - 10)

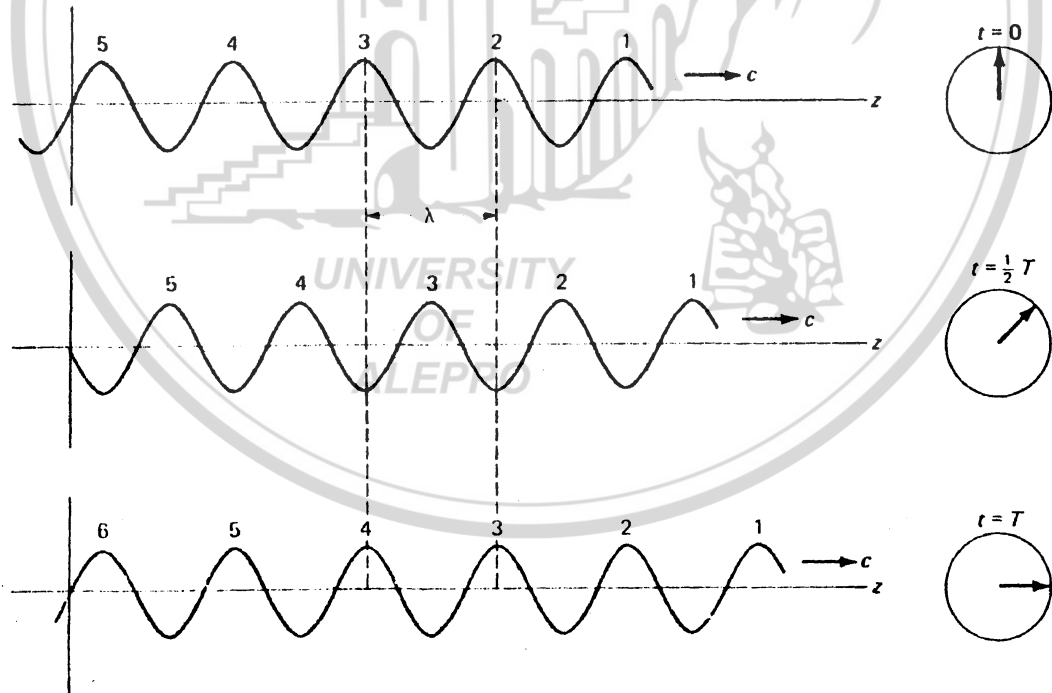
موجة مع مرور الزمن . ان موجة التمريض المغناطيسي B ترافق موجة الحقل الكهربائي E . ولا يمكن فصل الموجتين الناتجتين عن بعضهما البعض لذلك فإننا نتحدث في الغالب عن موجة كهرومغناطيسية أكثر من التحدث عن موجتين منفصلتين . تقع الموجة B في المستوى العامودي على اهتزاز التيار تماماً مثلما تقع B في المستوى العامودي على التيار الثابت . من جهة أخرى ، تقع موجة الحقل الكهربائي E في نفس المستوى الذي يقع فيه التيار . وهكذا فان المستويين اللذان يحويان متجهة الحقل الكهربائي E ومتجهة الحقل المغناطيسي B لموجة كهرومغناطيسية يكونان متعامدين . علاوة على ذلك فان كلا المتجهتين E و B للموجة الكهرومغناطيسية تكونان عاموديتين على اتجاه انتشار الموجة . بكلمات أخرى ، تكون الامواج الكهرومغناطيسية عرضية وتنتشر

الموجتان E و B خلال الفراغ بسرعة انتشار الضوء $C = 3 \times 10^8 \text{ m/sec}$
ووفقاً للنظرية الكهربية فان سرعة انتشار هذه الموجة تساوي :

$$C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (10-4)$$

حيث ϵ_0 سماحية الخلاء و μ_0 نفوذية الخلاء.

إذا كانت الشحنة تقوم بحركة اهتزازية توافقية دورها T فان دور الموجة الكهربية سوف يكون أيضاً T . عند كل نقطة من الفراغ تهتز كلاً من متجهة الحقل الكهربائي E وحقل التحريض المغناطيسي B بدور T . يوضح الشكل (3 - 10) المنظر الجانبي للموجة المتقدمة بسرعة C .



الشكل (3 - 10)

تمثل المسافة بين عرفين متتاليين طول الموجة λ ويمثل الزمن اللازم لقطع الموجة مسافة قدرها λ بالدور T .

إن العلاقة الأساسية التي تربط كل من λ و C و T هي :

$$\lambda = C.T$$

ويساوي تردد الموجة المهتزة ν الى :

$$\nu = \frac{1}{T}$$

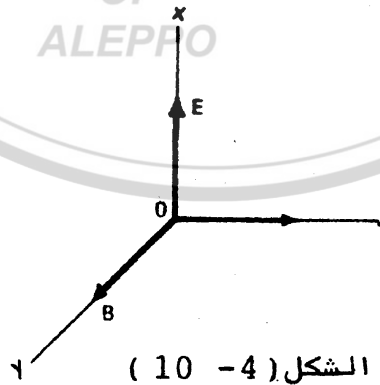
$$\lambda \cdot \nu = C \iff \lambda = \frac{C}{\nu}$$

وبالتالي فإن

إن شكل صدر الموجة الكهرومغناطيسية يعتمد على طبيعة المنبع فقد يكون لها شكل كروي أو الاسطوانة أو مستوي .

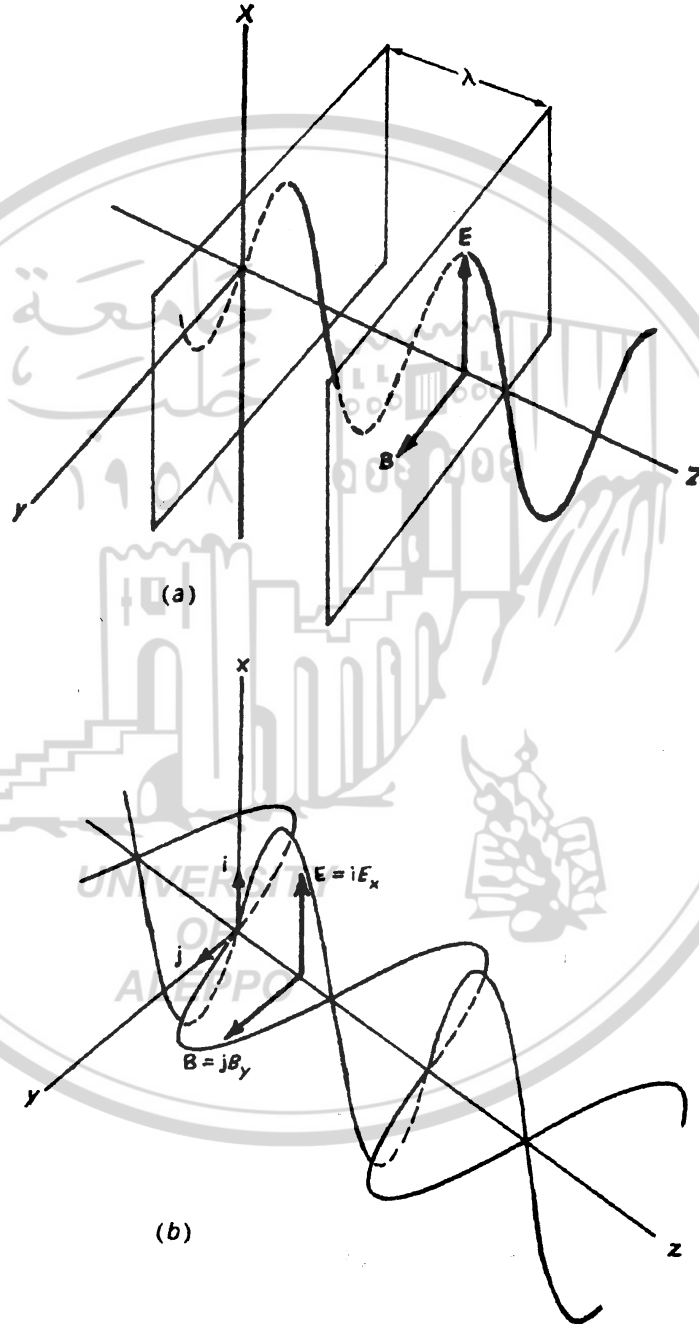
في دراستنا سوف نتناول الامواج المستوية بسهولة

تحليلها رياضياً . في الموجة الكهرومغناطيسية المستوية تكون E و B مرتبطتين في مستوى مشترك وتكون متعامدتين مع بعضهما البعض . تنتشر الموجة في مستوى عمودي على المستوى الذي يحوي كل من E و B كما هو واضح في الشكل (4 - 10) .



من أجل بوجة متقدمة في الاتجاه الموجب للمحور Z يمكننا

ربط E مع المحور X و B مع المحور Y كما هو واضح في الشكل (a).
وتكون صدر الموجة موازية للمستوي Y و X .



الشكل (5- 10)

يمكن كتابة معادلة الموجة المستوية الجيبية. لخاصة E و B على

الشكل التالي .

$$E_x = E_o \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(Z - Ct)\right] \quad (10-5)$$

$$B_y = B_o \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(Z - Ct)\right] \quad (10-6)$$

فإذا أدخلنا مفهوم العدد الموجي K والتردد الزاوي ω حيث :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} ; \quad \omega = 2\pi\nu$$

فإن معادلة الموجة تأخذ الشكل :

$$E_x = E_o \sin(KZ - \omega t) \quad (10-6)$$

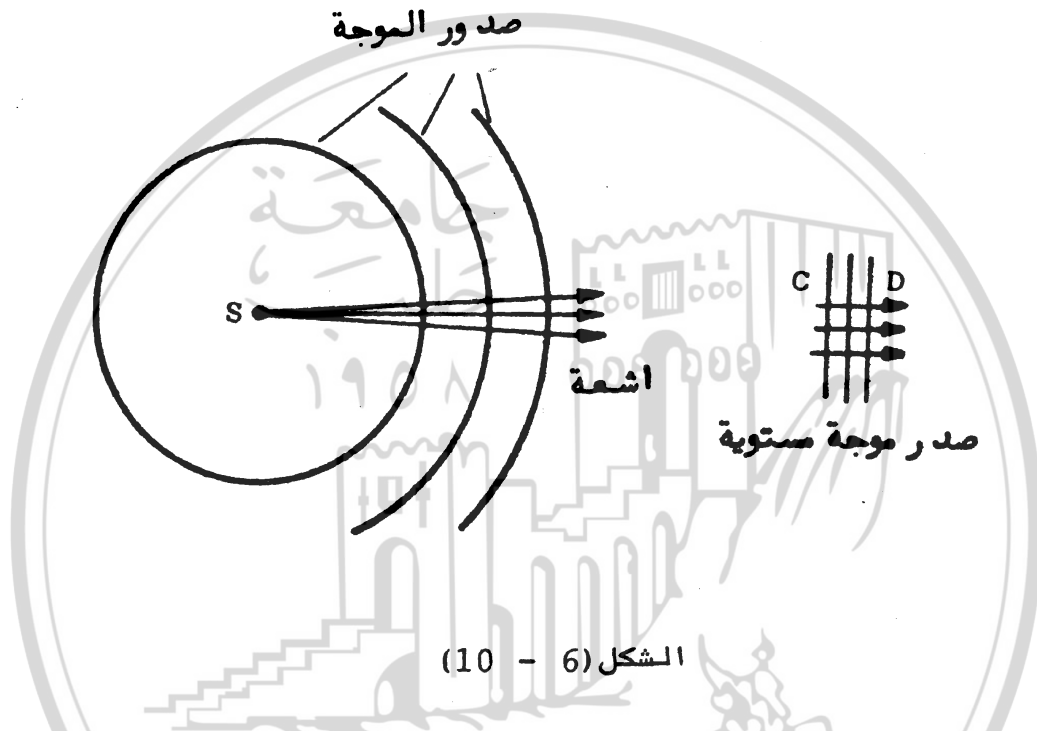
$$B_y = B_o \sin(KZ - \omega t) \quad (10-7)$$

ويوضح الشكل (5.b - 10) رسم لهذه الامواج .

10.3 - صدر الموجة والاشعة الضوئية :

بفرض أن لدينا منبع نقطي للضوء S موجود في الهواء .
إن هذا المنبع سوف يصدر موجة ضوئية تنتقل في الوسط نتيجة لاهتزازات ذرات الوسط . فإذا فرضنا أنه في اللحظة $t = 0$ كان المنبع في النقطة S وأصدر موجة فإنه بعد زمن مقداره t تكون هذه الموجة قد قطعت مسافة قدرها $C.t$ ، حيث C سرعة انتشار الضوء في الهواء .
إن هذه المسافة هي عبارة عن نصف قطر كرة مركزها S وذلك لأن الضوء ينتشر في الهواء . نسمي سطح الكرة الذي وصل إليه الاضطراب في اللحظة t بصدر الموجة ومصدر الموجة بالتعريف هو المحل الهندسي

لـلنقاط التي تهتز بنفس الطور . مع ازدياد الزمن تسير الموجة مسافة أبعد ونحصل بالتالي على مدور أمواج جديدة لها شكل سطوح كروية مركزها S ، الشكل (6 - 10) .

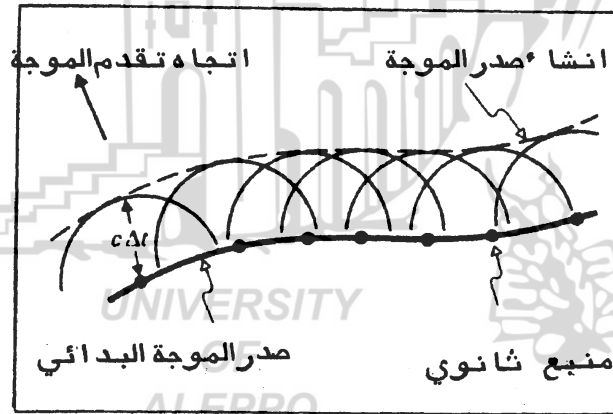


ان صدر الموجة في نقاط بعيدة جداً عن المنبع تأخذ شكل سطح مستوي وذلك لأن شعاع الضوء المار من نقطة ما يكون ناظمياً على صدر الموجة المار من تلك النقطة . وكذلك فإن صدر موجة الضوء الذي يبرز من عدسة مقربة والصادر من منبع نقطي موضوع في محرقها تكون مستوية .

يعرف الشعاع الضوئي بأنه الاتجاه الذي تسير وفقه الطاقة ، وبالتالي فإن شعاع الضوء المار من نقطة ما يكون ناظمياً على صدر الموجة المار في تلك النقطة .

10.4- مبدأ هيفنز :

لقد درس هيفنز مسألة انتشار الموجة الضوئية ووضع مبدأ عرف بأسمه وينص على أن كل نقطة يصل اليها الاضطراب الموجي تصبح منبعاً ثانوياً لموجبات أولية نصف كروية تنتشر باتجاه الموجة الاصلية . وهذا المبدأ يسمح لنا معرفة صدر الموجة في لحظة ما (t) إذا عرفنا شكل صدر الموجة في لحظة سابقة (t) . ويكون صدر الموجة في اللحظة (t') مغلف الامواج الثانوية التي تقع مراكزها على صدر الموجة الاصلية الموافقة للحظة (t) ، كما هو واضح في الشكل (7 - 10) .



الشكل (7 - 10)

10.5- التداخل في الضوء:

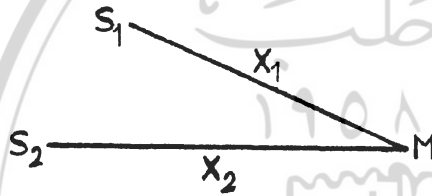
10.5.1- تعريف التداخل:

التداخل هو الاسم الذي يطلق على الظاهرة التي تحدث نتيجة التأثير المشترك للمواج الضوئية الصادرة عن منبعين مرتبطين منفصلين ونقصد بكلمة مرتبطين أي لهما نفس التواتر والطور

أو أن يكون بينهما فرق طور ثابت .

يمكن دراسة ظاهرة التداخل باستخدام مبدأ التراكب الذي ينص على أن محصلة الانزياح في نقطة يساوي الى مجموع الانزياحين الجزئيين العائدين الى موجتين .

بفرض أن لدينا منبعين S_1 و S_2 مرتبطين يصدران أمواج ضوئية . ان معادلتى الحركة الموجية في S_1 و S_2 يمكن كتابتهما بالشكل التالي :



$$Y_1 = a_1 \sin \omega t \quad (10-8)$$

$$Y_2 = a_2 \sin \omega t$$

الشكل (8 - 10)

لندرس الاضطراب المحصل في نقطة مثل M كما هو واضح في الشكل (8 - 10) ، في النقطة M ، تعطى المعادلة الموجية الصادرة عن المنبع S بالعلاقة :

$$Y_1 = a_1 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1) \quad (10-9)$$

والمعادلة الموجية الصادرة عن المنبع S_2 بالعلاقة :

$$Y_2 = a_2 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2) \quad (10-10)$$

بفرض أن $\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} x_1$ و $\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} x_2$ عندئذ يمكن أن نكتب باستخدام مبدأ التراكب ، الاضطراب المحصل في النقطة M بالشكل

التالي :

$$Y = Y_1 + Y_2 = a_1 \sin(\omega t + \phi_1) + a_2 \sin(\omega t - \phi_2)$$

$$Y = \sin \omega t (a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2) - \cos \omega t (a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2)$$

فإذا فرضنا أن :

$$A \cos \phi = a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2 \quad (10-11)$$

$$A \sin \phi = a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2$$

عندئذ تصبح عبارة Y بالشكل التالي :

$$Y = A \sin(\omega t - \phi) \quad (10-12)$$

أي أن الحركة المحصلة عبارة عن مركبة دورية لها نفس التواتر السابق وطورها ϕ وسعتها A يحسبها كمايلي :

بتربيع العلاقتين (10 - 11) وجمعها طرفاً الى طرف

نحصل على :

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \quad (10-13)$$

وبتقسيم العلاقتين (10 - 11) نحصل على :

$$\tan \phi = \frac{a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2}{a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2} \quad (10-14)$$

فإذا كان للمنبعين نفس السعة هذا يعني أن:

$$a_1 = a_2 = a$$

عندئذ تكتب المعادلة (13 - 10) بالشكل التالي :

$$A^2 = 2a^2 [1 + \cos(\phi_2 - \phi_1)] = 4a^2 \cos^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)$$

وهكذا نجد أن الشدة المحصلة في النقطة M ليست ثابتة القيمة بل تابعة لقيمة $\phi_2 - \phi_1$.

نحصل على الشدة العظمى عندما :

$$\frac{\phi_2 - \phi_1}{2} = K\pi$$

$$\phi_2 - \phi_1 = 2K\pi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

حيث K أي عدد صحيح ، فإذا رمزنا بـ $\delta = x_2 - x_1$ لفرق المسير الهندسي فعندئذ يصبح شرط الحصول على الشدة العظمى :

$$\delta = x_2 - x_1 = K\lambda$$

في هذه الحالة نقول بأن لدينا تداخل بناءً وذلك لأن الشدة العظمى تكون مساوية إلى :

$$I = A^2 = 4a^2$$

كذلك نحصل على الشدة الصغرى عندما :

$$\frac{\phi_2 - \phi_1}{2} = \left(K + \frac{1}{2}\right)\pi$$

$$\phi_2 - \phi_1 = (2K + 1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

وبالتالي فإن شرط الحصول على الشدة الصغرى يعطى بالعلاقة :

$$\delta = x_2 - x_1 = (K + \frac{1}{2}) \lambda$$

في هذه الحالة نقول بأن لدينا تداخل هدام وذلك لان الشدة الصغرى تكون مساوية الى :

$$I = A^2 = 0$$

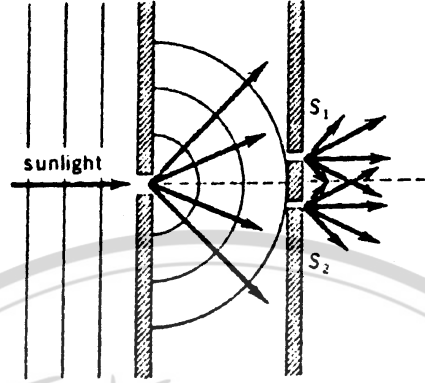
بما أن الامواج الصادرة عن المصادر الضوئية المرتبطة هي التي تستطيع أن تحدث التداخل ، لذا فقد أنصب جهد العلماء في البداية على وضع طرق للحصول على مصادر ضوئية مترابطة . وأظهرت التجربة أن الامواج الضوئية الصادرة عن منبعين مختلفين للضوء لاتعطي تداخلاً حتى إذا كان هذين المنبعين نسختين متطابقتين . ولايمكن أن تكون الامواج الضوئية مترابطة إلا إذا كانت ناتجة عن منبع ضوئي وحيد . سوف ندرس بعض التجارب الضوئية التي أجريت بغرض الحصول على نماذج التداخل .

10.5.2- تجربة شقي يونغ :

اجريت هذه التجربة لأول مرة عام 1802 وقد برهنت هذه التجربة وبشكل قاطع على الطبيعة الموجية للضوء . لقد حصل يونغ على حزمتين مترابطتين من الضوء وذلك بالسماح للضوء الصادر عن منبع نقطي (S) بالسقوط على شقين ضيقين وقريبين من بعضهما البعض كما هو واضح في الشكل (9 - 10) .

حيث اعتقد أن الشقين يعملان كمنابع جديدة للضوء ترسل

أشعتها الضوئية في كل الاتجاهات خلف الشقين .



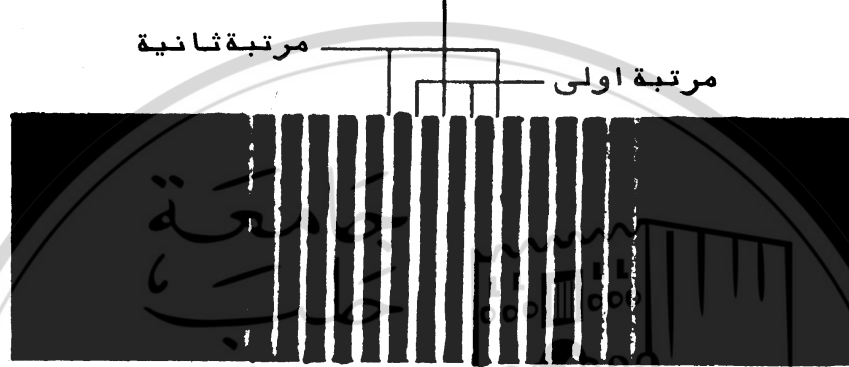
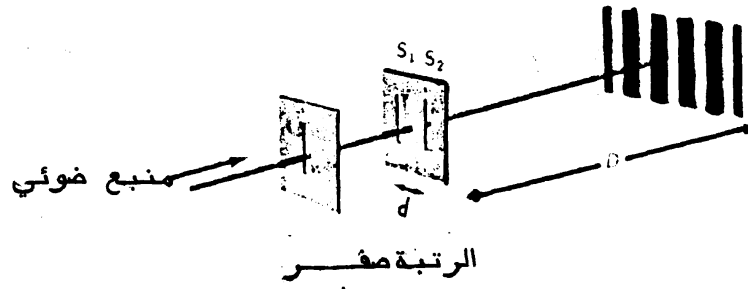
الشكل (9 - 10)

من مناقشتنا السابقة ، لمبدأ تراكب الامواج ، نتوقع
أن يحدث التداخل بين الامواج الصادرة من الشقين في المنطقة الواقعة
خلفهم . لملاحظة هذه الظاهرة ندع الاشعة الصادرة عن المنبعين تسقط
على حاجز يبعد عن مستوي الشقين مسافة قدرها D كما هو واضح في
الشكل (10-10a) . فإذا كانت $D = 100 \text{ cm}$ وكانت المسافة بين
الشقين $d = 0,02 \text{ cm}$ فإننا سوف نلاحظ على الشاشة مجموعة من الاهداب
المظلمة والمضيئة كتلك المبينة على الشكل (10.b - 10) .

لنرى الآن سبب تشكل هذه الاهداب وذلك وفقاً لمبدأ التراكب.

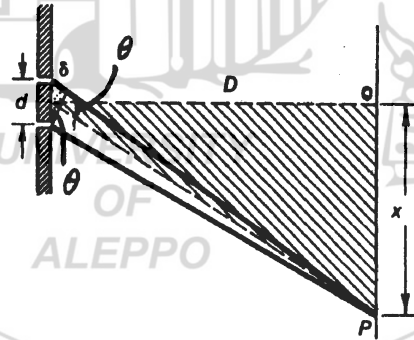
يمثل الشكل (11 - 10) المخطط الهندسي لتجربة شقي يونغ

حيث تمثل d المسافة بين مركزي الشقين S_1 و S_2 وتمثل D بعدد
الشاشة عن مستوي الشقين . نلاحظ في النقطة O ، بأن فرق المسير
بين الشعاعين الصادريين عن الشقين S_1 و S_2 يساوي $\delta = 0$ وبالتالي
فإن هدباً مضيئاً سوف يظهر في هذه النقطة (وفقاً لشرط حدوث التداخل
البناءء) . أما في النقطة P التي تبعد عن O مسافة قدرها x_P فإنه



الشكل (10-10)

سوف يظهر إما هدب مضىء . وإما هدب مظلم وذلك تبعاً لقيمة فرق المسير δ .



الشكل (10 -11)

فإذا كانت النقطة P تمثل مركز لهدب مضىء من الرتبة K فعندئذ يكون:

$$\delta = K\lambda$$

أما إذا كانت هذه النقطة تمثل مركز لهدب مظلم من الرتبة K فعندئذ

يكون :

$$\delta = (K + \frac{1}{2})\lambda$$

وهذا هو سبب تناوب الاهداب المضيئة والمظلمة الملاحظة على الشاشة

لتحديد بشكل رياضي بعد الهدب المضيء ذو الرتبة K عن

النقطة O نعود الى الشكل (11- 10) .

بما أنه عملياً $x_k \gg D$ وكذلك $d \gg D$ فمن تشابه المثلثين المظللين نجد :

$$\sin \theta = \frac{\delta}{d} = \frac{K\lambda}{d}$$

$$\tan \theta = \frac{x_k}{D}$$

بما أن θ زاوية صغيرة جداً لذلك نستطيع كتابة :

$$\sin \theta \simeq \tan \theta$$

$$\frac{K\lambda}{d} = \frac{x_k}{D}$$

ومنه نجد :

$$x_k = K \frac{D \cdot \lambda}{d}$$

ان الهدب المضيء الذي يلي مباشرة الهدب الموجود في P

يبعد عن النقطة O مسافة قدرها :

$$x_{k+1} = (K + 1) \frac{D \cdot \lambda}{d}$$

وبالتالي فإن البعد بين هذين مضيئين متتاليين يساوي الى :

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

ومنه :

$$\lambda = \frac{i \cdot d}{D}$$

من هذه العلاقة يمكن قياس طول موجة الضوء المستخدم وذلك بقياسنا البعد بين هذين مضيئين متتاليين بدقة بواسطة مجهر ضوئي عالي الدقة .

أما إذا كانت النقطة P تمثل موضع هدب مظلم فعندئذ يكون :

$$x_k = (K + \frac{1}{2}) \frac{D \cdot \lambda}{d}$$

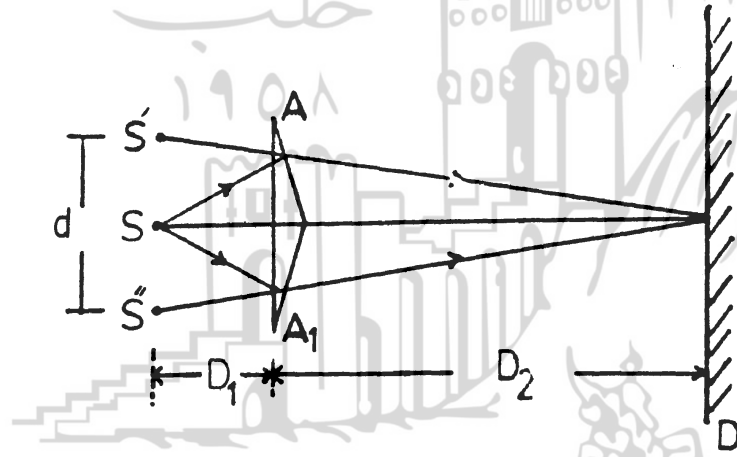
حيث K تدعى برتبة الهدب .

يمكن البرهان على أن البعد بين النهايات الصفراء المتتالية يساوي الى البعد بين النهايات العظمية المتتالية .

10.5.3 - موشور فرنل:

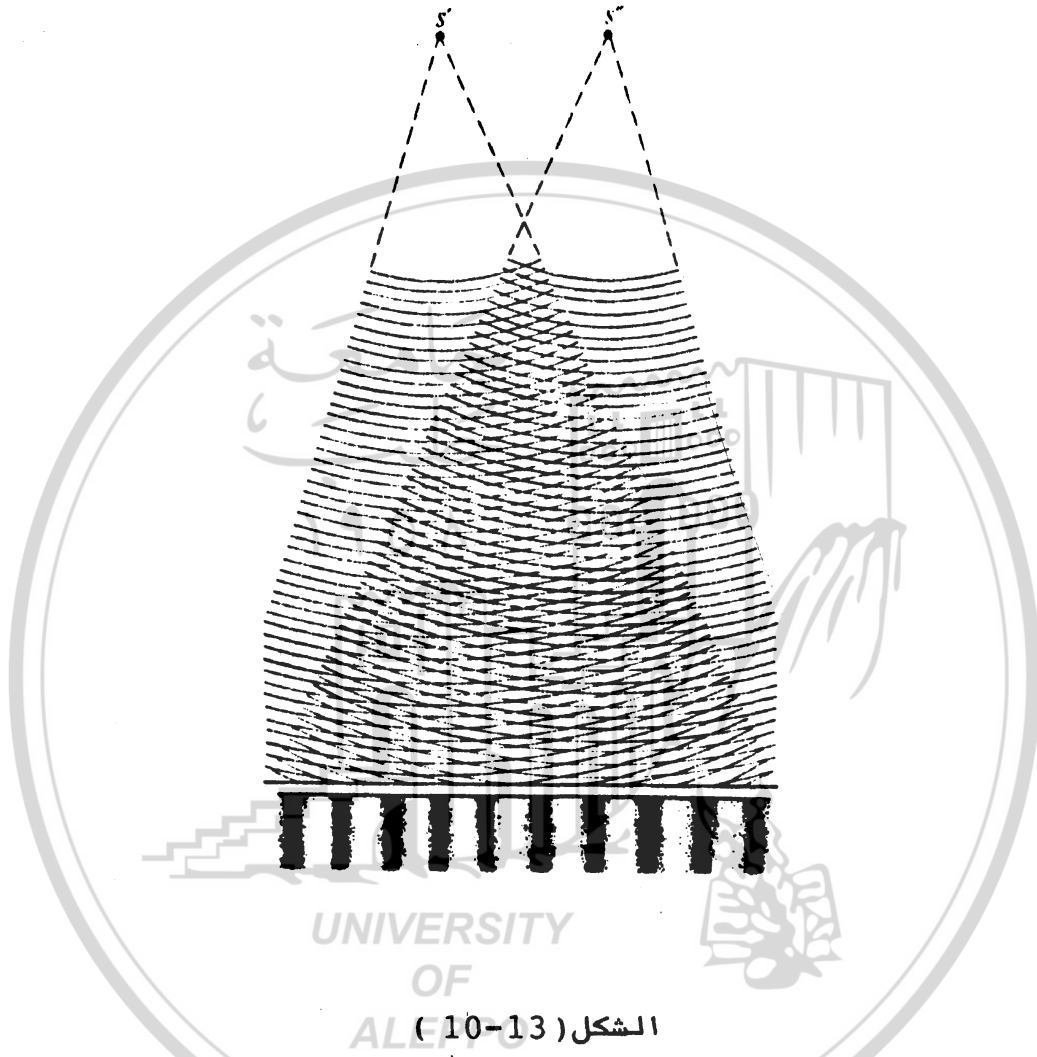
استخدم فرنل وذلك بغية الحصول على منبعين مترابطين للضوء موشور من الزجاج الجيد النوعية . ومقطعه مثلث متساوي الساقين ، وزاويتي قاعدته صغيرتان جداً ومن رتبة نصف الدرجة تقريباً يمكن الحصول على هذا الموشور بأخذ موشوران رقيقين متطابقان A و A₁ بزوايتي رأس صغيرتين جداً ويلصقان وفق قاعدتيهما .

فإذا وضع منبج ضوئي S في أحد جانبي الموشور الثنائي وشاشة D في الجانب الآخر فعندئذ يمكن مشاهدة تداخل الضوء على الشاشة . يفسر هذا بأن جميع الأشعة الواردة على الموشور A تسير بعد انكسارها فيه وكأنها صادرة من النقطة S' التي هي الخيال الوهمي للمنبع S . وبصورة مشابهة تسير الأشعة بعد انكسارها في الموشور A_1 وكأنها صادرة عن النقطة S'' . كما هو واضح في الشكل (12 - 10) .



الشكل (10-12)

وهكذا يحدث في جميع نقاط سطح الشاشة D تراكب للأمواج المترابطة التي تظهر وكأنها أتية من المنبعين المرتبطين S' و S'' الشكل (13 - 10) . وبالتالي فإننا نحصل على الشاشة D على أهداب من نفس نوع الأهداب التي حصلنا عليها في تجربة شقي يونغ حيث أن الخياليين الوهميين S' و S'' للشق المضيء S يحلان محل الشقين المستخدمين في تجربة يونغ .



الشكل (10-13)

إذا كان D_1 يمثل بعد الموشور عن الشق المضيء S والبعد بين الخياليين الوهميين يساوي d ، وكان D_2 يمثل بعد الموشور عن الشاشة فعندئذ تكتب عبارة البعد بين هذين متتاليين بالشكل التالي :

$$i = \frac{\lambda (D_1 + D_2)}{d}$$

يعطى البعد بين الخياليين S' و S'' في هذه الحالة بالعلاقة التالية :

$$d = 2D_1 (n - 1) \alpha$$

حيث α زاوية رأس الموشور الرقيق، n قرينة الانكسار .

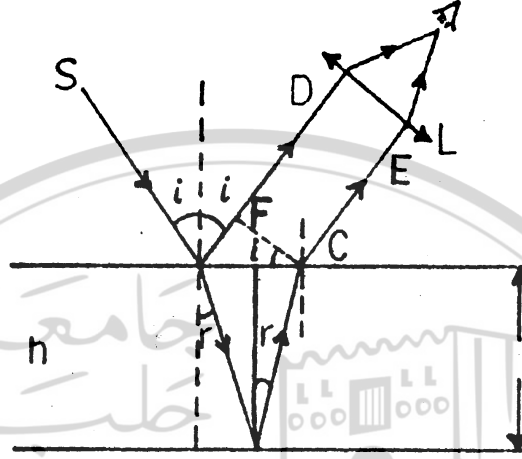
10.5.4-التداخل في الصفائح المتوازية الوجهين:

ان ظاهرة التداخل في الصفائح المتوازية الوجهين يمكن مشاهدتها في كثير من الاحيان في الحياة العملية، فعلى سبيل المثال عند النظر الى فقاعات الصابون وطبقات الكروسين أو البنزين السابحة فوق سطح الماء وفي وضع النهار فإننا نلاحظ هذه الفقاعات أو الطبقات ملونة بألوان الطيف المرئي .

يمكن تفسير هذه الملاحظات وذلك بدراستنا أولاً كيف يتكون التداخل في الصفائح المتوازية الوجهين. نفرض أن حزمة أشعة وحيدة اللون ذات طول موجي λ ترد على سطح صفيحة متوازية الوجهين سماكتها t وقرينة انكسارها n . تنعكس الأشعة الواردة جزئياً على الوجه العلوي وينعكس جزء منها، ومن ثم ينعكس على الوجه السفلي وينفذ من الصفيحة موازياً للشعاع المنعكس على الوجه العلوي كما هو واضح في الشكل (14- 10).

بما أن الشعاع المنعكس على الوجه السفلي للصفيحة في النقطة B يسلك بعد الخروج من الصفيحة في النقطة C نفس الطريق مع الشعاع المنعكس على الوجه العلوي في النقطة A فإنهما يتداخلان وذلك لانهما يكونان شعاعين مرتبطين . اذا دخل الشعاعان البارزان D و E عدسة L فإنهما سوف يتراكبان في المستوي المحرقـي

لهذه العدسة . تتم دراسة ظاهرة التداخل في هذه الحالة كمايلي:



الشكل (10-14)

من الشكل نجد أن فرق المسير الضوئي بين الشعاعين المتراكبين يعطى بالعلاقة :

$$\delta = n(\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AF} \quad (10-15)$$

من الشكل نجد أن :

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \frac{t}{\cos r} \quad (10-16)$$

$$\overline{AF} = \overline{AC} \sin i \quad (10-17)$$

حيث i و r زاويتا الورود والانكسار للشعاع الوارد SA .

وبالتالي فإن :

$$\delta = \frac{2nt}{\cos r} - \overline{AC} \sin i \quad (10-18)$$

لكن من الشكل أيضاً نجد أن:

$$\overline{AC} = 2\overline{IB} = 2\overline{AB} \sin r \quad (10-19)$$

بالاستفادة من قانون الانكسار نجد أن:

$$\sin i = n \sin r \quad (10-20)$$

بتبديل العلاقة (10-20) و (10-19) في (10-18) نجد :

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2nt}{\cos r} - 2\overline{AB}.n \sin^2 r \\ \delta &= \frac{2nt}{\cos r} - \frac{2nt}{\cos r} \sin^2 r \\ \delta &= \frac{2nt}{\cos r} [1 - \sin^2 r] = 2nt \cos r \quad (10-21) \end{aligned}$$

عند انعكاس الأشعة عن وسط أشد كسراً للضوء تحدث خسارة في طول الموجة قدرها $\frac{\lambda}{2}$ بينما لا تحدث هذه الخسارة عند الانعكاس عن وسط أقل كسراً للضوء . في حالتنا المدروسة تحدث خسارة قدرها $\frac{\lambda}{2}$ عند الانعكاس عن السطح العلوي وبالتالي فإن فرق المسير الضوئي يساوي إلى :

$$\delta = 2nt \cos r - \frac{\lambda}{2} \quad (10-22)$$

وبذلك فإن شرط حدوث التداخل البناء يعطى بالعلاقة :

$$2nt \cos r - \frac{\lambda}{2} = K\lambda$$

$$2nt \cos r = (K + \frac{1}{2}) \lambda \quad (10-23)$$

وبذلك فإن شرط حدوث التداخل الهدام :

$$2nt \cos r = K\lambda \quad (10-24)$$

حيث : K أي عدد صحيح.

في حالة الورود القريب من الناقصي (أي عندما

$$\cos r = 1 \text{ عندئذ تكتب العلاقتين (10 - 23) و (10 - 24)}$$

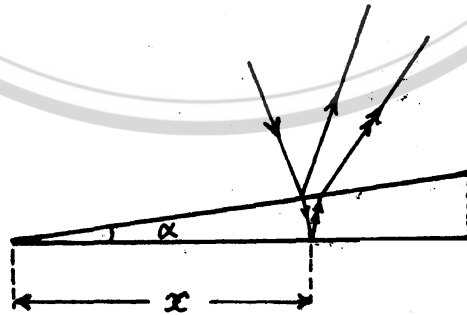
بالشكل التالي :

$$2nt = (K + \frac{1}{2})\lambda \quad (10-25)$$

$$2nt = K\lambda \quad (10-26)$$

10.5.5 - أهـاب تساوي السماكة (أهـاب فيزو) :

تنتج أهـاب تساوي السماكة من تداخل الأشعة الضوئية المنعكسة على وجهي صفيحة زجاجية سطحها ليسا متوازيين وإنما يصنعان زاوية صغيرة جداً من مرتبة الدرجة كما هو واضح من الشكل (10 - 15) وتتزايد سماكة الصفيحة الزجاجية كلما أبتعدنا عن النقطة O التي تمثل نقطة تماس سطحي الصفيحة .



الشكل (10 - 15)

تظهر الاهداب وكأنها متشكلة في الصفحة نفسها وبما أن وجهي الصفحة مستويين فإن الاهداب سوف تكون مستقيمة عملياً وتوافق خطوط تساوي السماكة .

وجدنا في الفقرة السابقة وفي حالة الورود القريب من الناقصي أن شرط تشكل الاهداب المضيئة يعطى بالعلاقة :

$$2nt = (K + \frac{1}{2}) \lambda$$

حيث K أي عدد صحيح ، ولكن من الشكل نجد أن :

$$t = x \alpha$$

وذلك بفرض أن الزاوية α زاوية صغيرة وتقدر بالراديان ومنه نجد

$$2n \cdot x \cdot \alpha = (K + \frac{1}{2}) \lambda$$

أي أن الاهداب المضيئة تتوضع في الامكنة التي بعدها عن الفصل المشترك يساوي الى :

$$x = \frac{(K + \frac{1}{2}) \lambda}{2n \cdot \alpha}$$

وتعطى سماكة الصفحة في مواضع الاهداب المضيئة بالعلاقة التالية :

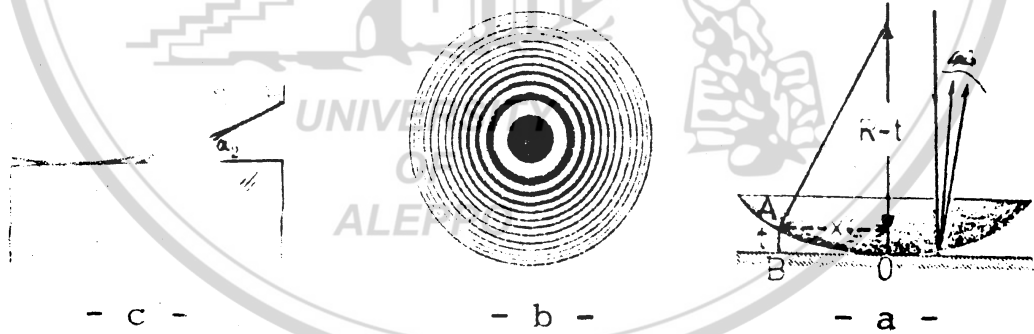
$$t = \alpha x = \frac{(K + \frac{1}{2}) \lambda}{2n}$$

10.5.6 - حلقات نيوتن:

إذا وضعت عدسة مستوية - محدبة على صفحة مستوية متوازية الوجهين فإنه تتكون فرجة هوائية اسفينية الشكل بين

الصفحة والعدسة . فإذا أضيئت هذه المجموعة بأشعة ضوئية متوازية ووحيدة اللون بحيث تسقط هذه الأشعة بشكل عمودي على مستوى العدسة فاننا نلاحظ تشكل حلقات تداخلية معتمة ومضيئة متناوبة تسمى بحلقات نيوتن الشكل (16a.b - 10).

تنتج هذه الحلقات نتيجة لتداخل الأشعة المنعكسة عن السطح المنحني للعدسة وعن سطح الصفحة . ولكي يكون التداخل مرئيا بصورة واضحة يجب أن يكون نصف قطر تحدب العدسة كبير بدرجة كافية . بما أن سمك الفرجة الهوائية ، المساوي لـ BA مثلاً ، يكون واحداً على محيط الدائرة التي نصف قطرها OB لذا يكون للصورة التداخلية شكل حلقات . وتتقارب هذه الحلقات كلما ابتعدت عن النقطة O باتجاه محيط العدسة ، وذلك لأن زاوية الأسفين الهوائية α تزداد في هذا المجال كما هو واضح من الشكل (16.c).



الشكل (16-10)

إذا كان نصف قطر تحدب العدسة R و سماكة الطبقة الهوائية في نقطة معينة و X بعد هذه النقطة عن نقطة التماس O فعندئذ يكون لدينا من الشكل (16a - 10):

$$X^2 = R^2 - (R - t)^2$$

$$x^2 = 2Rt - t^2$$

وإذا كانت R كبيرة جداً بالنسبة لـ t (هذا يقودنا الى أن $t^2 \gg x^2$) فإننا نجد :

$$x^2 = 2R.t$$

وبالتالي فإن سماكة الطبقة الهوائية t تعطى بالعلاقة :

$$t = \frac{x^2}{2R}$$

بما أن الشعاع المنعكس على الوجه السفلي للأسفين الهوائي يعاني انعكاساً زجاجياً وبالتالي فإن تغيراً في الطور يساوي إلى π سوف يحدث ، لذلك فإن شرط تشكل النهايات العظمى يصبح :

$$2t = (K + \frac{1}{2})\lambda$$

والنهايات الصغرى :

$$2t = K\lambda$$

لذلك فإن أنصاف اقطار الحلقات المضيئة والمظلمة يعطى بالعلاقة :

$$x_k = (K.R.\lambda)^{\frac{1}{2}} \quad \text{من أجل الاهداب المظلمة} \quad (10-27)$$

$$x_k = [(K + \frac{1}{2}).R.\lambda]^{\frac{1}{2}} \quad \text{من أجل الاهداب المضيئة}$$

من العلاقة (27 - 10) يمكن قياس طول موجة الضوء المستخدم

وذلك بمعرفة رتبة الهدب K ونصف قطر انحناء العدسة R اللذان

يمكن قياسهما باستخدام أجهزة مخصصة لهذه الغاية .

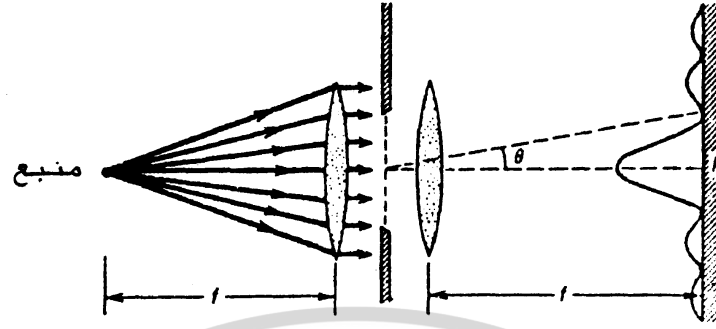
10.6-انعراج الضوء:

10.6.1- ظاهرة الانعراج الضوئي :

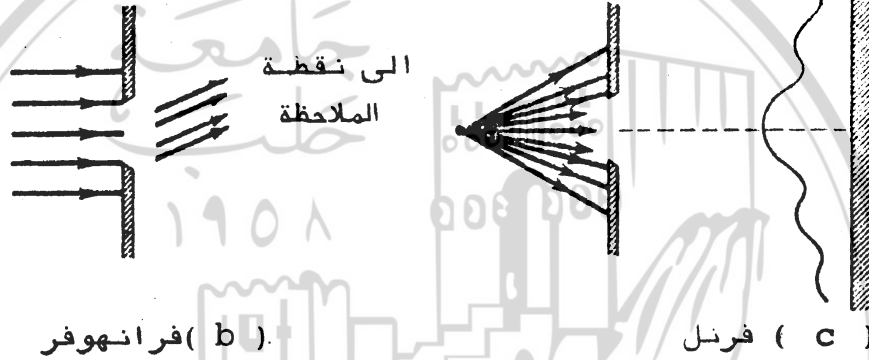
من المعلوم في الضوء الهندسي ان الضوء ينتشر وفق خطوط مستقيمة ،لذلك فانه عند اضاءة حاجز ما يحوي على شق ضيق فإننا نلاحظ خيال لهذا الشق على شاشة تبعد عنه مسافة معينة لكن لدى فحص الخيال المتشكل لهذا الشق بواسطة مكبره لوحظ أن هناك مجموعة من الاهداب المضيئة والمظلمة المتناوبة قطرها أكبر من قطر الشق .

يمكن تفسير هذه الظاهرة بقولنا أن الضوء نتيجة لبلوغه الشق قد انحرف عن مساره ،تسمى هذه الظاهرة بانعراج الضوء .

ان ظاهرة انعراج الضوء يمكن تفسيرها اعتماداً على مبدأ هيفنز الذي ينص على أن كل نقطة واقعة على صدر الموجة تعمل كمصدر ثانوي لموجبات أولية ومغلف هذه الموجبات هو صدر الموجة الجديد . كذلك وجدنا عند دراستنا لظاهرة التداخل الضوئي بأن هذه الظاهرة تحدث نتيجة لتراكب الامواج الضوئية الصادرة عن منبعين مرتبطين فعند اضاءة الشق الموجود في حاجز معتم ،كما هو واضح على الشكل (17- 10) ،يمكن اعتبار النقاط الواقعة على صدر الموجة الواصلة الى مستوى الشق منابع مترابطة لها نفس السعة والتواتر ولهذا أيضا نفس الطور لذلك نتوقع أن نحصل على نموذج للتداخل على الحاجز الموضوع أمام الشق بشرط أن يكون عرض هذا الشق صغير لدرجة كافية .



(a) فرانهوفر



(b) فرانهوفر

(c) فرنل

الشكل (10-17)

هناك نوعين منفصلين من التجارب التي تشرح ظاهرة الانعراج يسمى النوع الاول بالانعراج فرانهوفر والذي يتميز بأن الاشعة الضوئية الواصلة الى الشق تكون متوازية فيما بينها ويمكن الحصول على هذه الاشعة وذلك بوضع المنبع النقطي في محرق عدسة رقيقة محدبة الرجعين وكذلك يمكن تجميع الاشعة الضوئية المنعرجة على شاشة وذلك بوضع عدسة محدبة الوجهين بين الشق والشاشة وتبعد مسافة مساوية للبعد المحرق للعدسة، كما هو واضح في الشكل (10-17a.b). نلاحظ بأن الشدة الضوئية تكون عظمى عندما تكون الزاوية $\theta = 0$ بيــــن الاشعة الصادرة عن الشق والمحور الضوئي للعدسة وبالتالي فإن

تداخل هذه الاشعة يعطي هدب مركزي مضىي.

يحدث النوع الثاني للانعراج عندما لانستخدم أشعة متوازية ، على سبيل المثال أحد أو كلاً من المنبع ونقطة الملاحظة تكونان نسبياً قريبتين من الشق وبالتالي فإن الاشعة لاتكون متوازية يسمى هذا النوع بانعراج فرنل ، يوضح الشكل (17.c - 10) توزيع نمودجي للشدة الضوئية الملاحظة على شاشة ، بالطبع يمكن للخيال المتشكل على الشاشة أن يتغير ليصبح مشابهاً لحالة انعراج فرانهورف وذلك عندما نحرك المنبع ونقطة الملاحظة بعيداً عن الشق . سوف نقتصر في دراستنا لظاهرة الانعراج على انعراج فرانهورف.

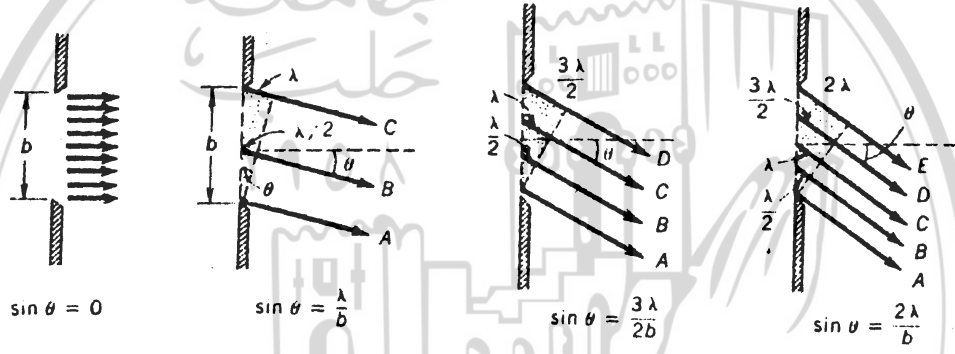
10.6.2 - الانعراج عند شق ضيق - انعراج فرانهورف:

لنأخذ الترتيب النمودجي لتجربة فرانهورف الموضحة على الشكل (17.a-10) ، حيث ترد الاشعة الضوئية الصادرة عن منبع نقطي يقع في محرق العدسة اليسارية بشكل متوازي على الشق الضيق . عندما تصل صدر الموجة الى مستوي الشق فإن كل نقطة من نقاطها سوف تعمل كمنبع ثانوي وبالتالي فإن الضوء سوف ينتشر في كافة الاتجاهات خلف الشق ، إن مهمة العدسة الثانية الموضوعة خلف الشق تكون في اختيار الاشعة الضوئية المتوازية فيما بينها ومحرقها في نقطة واقعة على الحاجز وذلك لأن الحاجز يبعد عن العدسة مسافة قدرها f .

لنأخذ الشكل (18 - 10) حيث نلاحظ بأن الاشعة الصادرة عن

الشق تصنع زوايا مختلفة مع المستوي العمودي على مستوي الشق ، ففي

الشكل (18.a - 10) ، حيث زاوية الانعراج $\theta = 0$ ، نلاحظ بان فرق المسير بين الاشعة الضوئية الصادرة عن الشق يساوي الصفر وهذا يعني بأنه لا يوجد فرق في الطور بين هذه الاشعة ، لذلك سوف نلاحظ في النقطة المركزية من الشاشة إضاءة عظمى ، حيث $\theta = 0$. وهذه هي الحالة في النقطة P الموضحة على الشكل (17.a - 10) ومن أجل $\sin \theta = 0$ في الشكل (18.a - 10) .



(a) مضى (b) مظلم (c) مضى (d) مظلم

الشكل (18 - 10)

في الشكل (18.b - 10) ، تختلف الحالة تماماً عن (a) فقد أختريت الزاوية θ بحيث يكون فرق المسير بين الشعاع C والشعاع B مساوياً الى $\frac{\lambda}{2}$ ، كذلك فإن فرق المسير بين الشعاع B والشعاع A يكون مساوياً الى $\frac{\lambda}{2}$ ، وبالتالي فإن الاشعة الصادرة عن النصف العلوي من صدر الموجة يوجد لها أشعة مرافقة صادرة عن النصف السفلي من صدر الموجة بحيث يكون فرق المسير بينهما مساوياً الى $\frac{\lambda}{2}$ وبالتالي سوف يفتنوا بعضهما البعض .

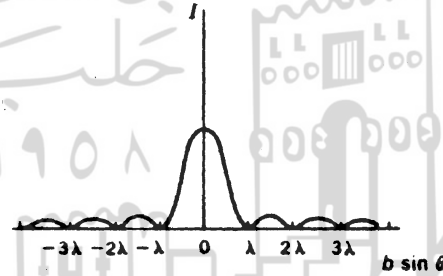
نستنتج بأن الشدة الملاحظة عند الزاوية θ الموضحة على الشكل (10-18b) سوف تكون معدومة . لايجاد هذه الزاوية، من المثلث المثلث نجد أن $\sin \theta = \frac{\lambda}{b}$. فمن أجل ضوء معين طول موجته $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$ ومن أجل شق عرضه يساوي $b = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$ نجد أن $\theta = 4^\circ$. واضح أن نموذج الانعراج سيكون على حدود المنطقة القريبة من الهدب المركزي المضيء .

عندما تصبح الزاوية θ أكبر من الحالة الأولى، كما هو واضح على الشكل (10-18.d)، يتشكل أيضاً هدب مظلم وهذا ناتج من حقيقة أن للاشعة الضوئية الآتية من منطقة الشق بين A و B والاشعة الآتية من المنطقة المحصورة بالشفاعتين B و C ، فرق في المسير مساوياً إلى $\frac{\lambda}{2}$ وبالتالي فإنها سوف تفني بعضها البعض وكذلك لنفس السبب فإن الأشعة المحصورة بين E و D والأشعة المحصورة بين D و C سوف تفني بعضها البعض أيضاً .

حالة مفيدة أيضاً موضحة على الشكل (10-18.c) ، حيث تفني الأشعة الآتية من المنطقة المحصورة بين A و B الأشعة الآتية من المنطقة المحصورة بين B و C وتبقى الأشعة الآتية من المنطقة الأخيرة المحصورة بين C و D ، لذلك فإننا نلاحظ إضاءة أقل شدة عند زاوية الملاحظة هذه .

يمكن تلخيص ما تقدم بقولنا أن انعراج الضوء يحدث نتيجة لتداخل الأمواج الصادرة عن المصادر الثانوية الواقعة على نفس صدر الموجة . وتنتج الأهداب المظلمة في النقاط التي يكون فيها

فرق المسير بين الأشعة الواردة من الشق مساوياً إلى عدد صحيح من طول الموجة وتنتج الأهداب المضيئة في النقاط التي يكون فيها فرق المسير مساوياً لعدد نصف صحيح من طول الموجة . ويوضح الشكل (10-19) التوزيع النسبي للشدة الضوئية الناتجة على الشاشة بدلالة فرق المسير $\delta = b \sin \theta$ كما يوضح الشكل (10-20) نموذج الانعراج فرانهوفر عند شق ضيق حيث يمثل الشكل (a) عرض الشق بينما يمثل (b) و (c) نموذج الانعراج من أجل مدة إضاءة قصيرة وطويلة على الترتيب .



الشكل (10-19)



الشكل (10-20)

10.6.3- نموذج الانعراج الناتج عن الشق المضاعف :

عند دراستنا لظاهرة تداخل الضوء الناتج عن شقين (تجربة يونغ) استخدمنا شعاعين ضوئيين فقط يمر كل منهما من شق . هذا ممكن فيما لو كان الشقين ضيقين لدرجة يمكن اعتبار بأن فرق المسير الضوئي بين الأشعة الناتجة عن كل شق مهمل بالمقارنة مع طول الموجة λ .

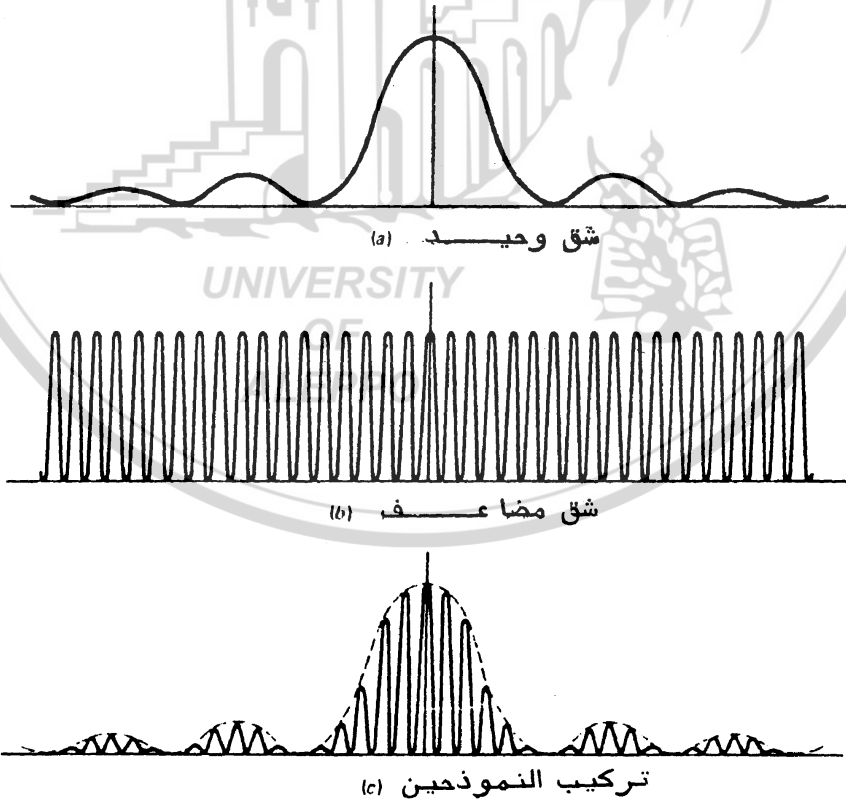
أما بالنسبة لنموذج الانعراج الناتج عن شق ضيق ووحيد، حيث افترضنا بشكل ضمنى أن عرض الشق b هو من مرتبة طول الموجة، وجدنا أن الهدب المركزي في نموذج الانعراج الناتج يغطي كل حقل الرؤية وكذلك وجدنا أن الهدب المظلم الأول ينتج عندما تكون $\sin \theta = \frac{\lambda}{b}$

أما الآن فنحن نريد أن نصف ما يحدث عندما يتم مقارنة شكل نموذج الانعراج الناتج عن شق ضيق مع نموذج الانعراج الناتج عن الشق المضاعف . في هذه الحالة يتغير نموذج الانعراج تبعاً لتغير نسبة a (التي تمثل البعد بين مركزي الشقين) إلى b التي تمثل عرض الشق .

لنفرض أن نموذج الانعراج الناتج عن شق وحيد بعرض b موضح على الشكل (10-21.a) . ولنفرض أكثر من ذلك أن نموذج التداخل الناتج عن شقين ضيقين لدرجة كافية (حيث عرض الشق $b \gg \lambda$) ومنفصلين بمسافة قدرها a موضح على الشكل (10-21.b) . الآن لو تم تبديل هذين الشقين بشقين آخرين عرض كل منهما b فإننا سوف نحصل على

النموذج المبين في الشكل (21.c - 10) . يمكن فهم ذلك بالطريقة التالية :

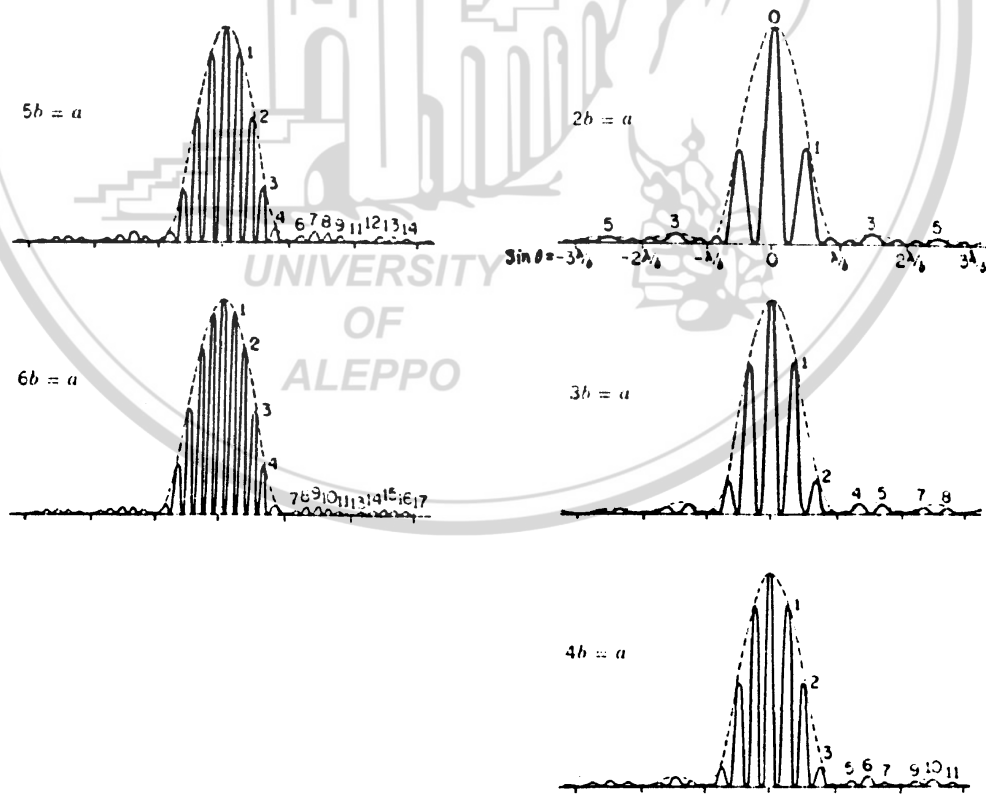
ان كل شق عرضه b يولد موجة مطالاتها عند الشاشة شبيهة بالنموذج الموضح على الشكل (21.a - 10) . أما عندما تتجمع مجموعتي الامواج مع بعضها البعض فانها تقوي بعضها البعض في أمكنة معينة بينما تفني بعضها البعض في أمكنة أخرى . نتيجة لذلك فإن النموذج المركب الناتج عن الشقين معاً ليس ببساطة نموذجين كل منهما شبيه بالنموذج المعطى على الشكل (21.a - 10) مضافين لبعضهما البعض ، لاجاد النموذج الحقيقي علينا العودة الى الشكل (21.b - 10) الذي يظهر لنا متى تتداخل الامواج الصادرة عن الشقين تداخلاً بناءً ومتى



الشكل (21 - 10)

تتداخل تداخلاً هداماً . إن النموذج المركب يجب أن يكون مساوياً للصفر عندما يكون أحد النموذجين (a) أو (b) صفراً أيضاً .

على سبيل المثال ، لا يمكن أن يكون هناك إضاءة عند الاحداثي 0 لنموذج الانعراج ذو الشق الوحيد ، عندما لا يشارك أحد الشقين في الإضاءة عند تلك النقطة . وحتى عند الهدب المضيء في النموذج (a) ، إذا كان النموذج b صفراً ، فإن الامواج الضوئية الصادرة عن الشقين سوف تتداخل تداخلاً هداماً وتعطي هدباً مظلماً أيضاً . أي أن النموذج (c) هو ببساطة حصيلة جمع النموذجين (a) و (b) . يبين الشكل (22 - 10) نماذج الانعراج الناتجة عن شق مضاعف وذلك تبعاً لنسبة a الى b .



الشكل (22 - 10)

مثال (1 - 10):

بفرض a المسافة بين مركزي شقين و b عرض كل شق . ماهي نسبة $\frac{b}{a}$ إذا كان الهدب المظلم في نموذج الانعراج للشق الوحيد يقع في مكان الهدب المضيء الثالث في نموذج الانعراج للشق المضاعف (في هذه الحالة الهدب من المرتبة الثالثة لا يوجد له) .

الحل:

بما أننا نتعامل مع أشعة متوازية فالحالة تكون كما هي موضحة على الشكل (23 - 10) . ينتج الهدب المضيء الثالث في نموذج الانعراج للشق المضاعف عندما يكون فرق المسير مساوياً إلى $\delta = a \sin \theta = 3\lambda$ ومنه نجد :

$$\sin \theta = \frac{3\lambda}{a} \quad (10-28)$$

لكن ينتج الهدب المظلم الأول في نموذج الانعراج عند شق وحيد عندما :

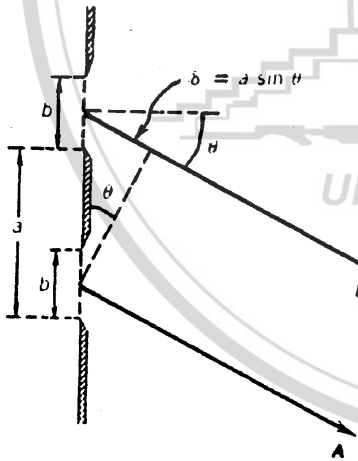
$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b} \quad (10-29)$$

بمقارنة هاتين العلاقتين

(28 - 10) و (29 - 10) نجد :

الشكل (23 - 10)

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{b} &= \frac{3\lambda}{a} \\ \Rightarrow \frac{b}{a} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$



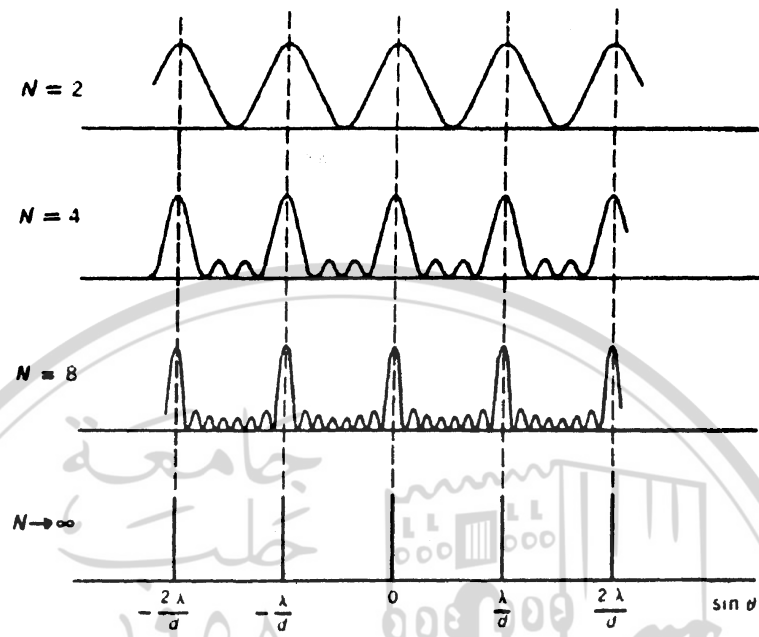
وهذه الحالة موضحة على الشكل (22 - 10).

10.6.4- شبكة الانعراج :

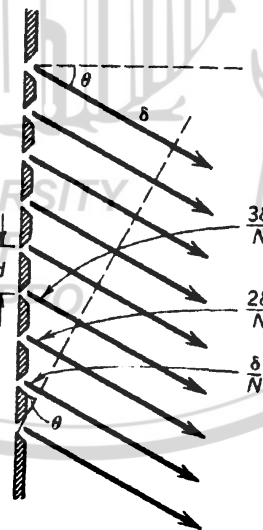
شبكة الانعراج عبارة عن عدد كبير جداً من الشقوق أو الحزور المتوازية المتساوية الابعاد عن بعضها، حزت على صفيحة مصنوعة من زجاج أو معدن . وأول من ابتكرها هو العالم فرانكوفر، حيث صنعها في البداية من أسلاك معدنية دقيقة جداً ومشدودة على إطار خشبي أو معدني، وقد كانت أقطارها تتراوح بين 0,6 mm - 0,04 mm وتستخدم لقياس الأطوال الموجية للأطيا بدقة عالية جداً. وذلك لأن الهداب الناتجة عنها تكون حادة وضيقة بما فيه الكفاية بحيث تسمح لنا بتحديد مكان الهدب بدقة كافية . إن الشبكة النموذجية تحتوي على 10000 شق وتكون المسافة بين مركزي شقين متتاليين مساوية إلى $d = 10^{-4}$ cm .

وجدنا أن نموذج الانعراج الناتج عن شقين يشبه نموذج الانعراج الناتج عن شق وحيد . لكن في حالة شقين يحوي النموذج عدداً من أهذاب التداخل . وكلما ازداد عدد الشقوق المتوازية والمتساوية الابعاد عن بعضها ، كلما ازدادت شدة وحدة النهاية العظمى الرئيسية وتناقصت النهايات العظمى الثانوية والشكل (24 - 10) يوضح نماذج الانعراج الناتجة عن $N > 1$ شق .

لنرى الآن كيف يتشكل نموذج الانعراج الناتج عن N شق حيث تفصل بين مركزي كل شقين متتاليين مسافة قدرها d وبعرض للشق الواحد b . كما هو واضح في الشكل (25 - 10) .



الشكل (10 - 24)



الشكل (10 - 25)

آ - هذب الرتبة صفر :

عندما $\theta = 0$ لن يكون بين الأشعة الضوئية الصادرة من جميع الشقوق فرق في المسير لذلك ينتج هدباً مضيئاً مركزياً (هذب الرتبة صفر).

ب - أهذاب الرتبة الاولى :

عندما تكبر الزاوية θ بشكل كافٍ بحيث أن فرق المسير بين الأشعة الصادرة عن شقين متجاورين ($\frac{\delta}{N}$) يساوي طول الموجة λ فإن الأشعة سوف تتداخل تداخلاً بناءً وتعطي الهدب المضيء الرئيسي الاول على طرفي الهدب المركزي، يسمى هدباً مضيئاً من المرتبة الاولى.

ج - أهذاب المراتب الاعلى :

عندما تصبح $\frac{\delta}{N}$ مساوية الى عدد صحيح من طول الموجة فإن الأشعة الاتية من الشقوق المتجاورة سوف تتداخل تداخلاً بناءً معطية هدباً مضيئاً من المرتبة n الذي نحصل عليه عندما يكون :

$$\frac{\delta}{N} = n\lambda$$

حيث n عدد صحيح $n = 0, 1, 2, \dots$

يمكن تلخيص هذه النتائج بقولنا أن الأهذاب الرئيسية

المضيئة تنتج عندما يكون :

$$\delta = N(n\lambda) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ولكن من الشكل (25 - 10) نجد :

$$\delta = Nd \sin \theta$$

ومنه نجد أن شرط ظهور الأهداب الرئيسية المضيئة في شبكة الانعراج :

$$n \cdot \lambda = d \sin \theta \quad (10-30)$$

حيث n عدد صحيح يأخذ القيم $n = 0, 1, 2, \dots$

فمن أجل $n = 0$ نحصل على الهدب المركزي (ذو الرتبة صفر)

$n = 1$ نحصل على أهداب الرتبة الأولى .

$n = 2$ نحصل على أهداب الرتبة الثانية... وهكذا .

إنه لذو الأهمية بأن نأخذ بعين الاعتبار السبب الكيفي لجعل نموذج الانعراج حاداً عندما يزداد عدد الحزوز في الشبكة . يمكن القيام بهذا عن طريق ملاحظة ما يحدث للهدب المظلم الأول المجاور للهدب من الرتبة صفر وذلك عند ازدياد عدد الشقوق N .

من الشكل (10-25) يمكننا ملاحظة أنه عندما يكون $\delta = \lambda$

يسود الظلام وهذا ناتج من حقيقة أن فرق المسير δ بين الشعاع الصادر عن الشق المركزي في شبكة الانعراج والشعاع الصادر عن الشق السفلي يساوي إلى $\frac{\lambda}{2}$ وبالتالي فإن التداخل في هذه الحالة يكون هداماً . بشكل مشابه فإن فرق المسير بين الشعاع الصادر عن الشق الذي يقع فوق الشق المركزي تماماً والشعاع الصادر عن الشق الذي يلي مباشرة الشق السفلي يساوي $\frac{\lambda}{2}$ وبالتالي فإن التداخل سوف يكون هداماً أيضاً ، وهكذا بالنسبة لأزواج الأشعة في نصفي الشبكة لذلك نستنتج أن الهدب المظلم الأول يحدث عندما $\delta = \lambda$.

ولكن بما أن:

$$\delta = Nd \sin \theta$$

فإننا نجد أن :

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{N.d}$$

بكلمات أخرى ، عندما $\sin \theta \approx \theta$ أي من أجل زوايا انعراج صغيرة فإن عرض الهدب المركزي سوف يتناقص مثل تناقص المقدار $\frac{1}{N}$ عندما تزداد N .

10.6.5- قياس طول موجة الضوء:

وجدنا أن شبكة الانعراج تعطي أهداباً حادة عند زوايا انعراج معينة وذلك وفقاً لعلاقة شبكة الانعراج :

$$n.\lambda = d \sin \theta$$

حيث d - المسافة بين شقين متتاليين

θ - زاوية الانعراج

n - رتبة الهدب

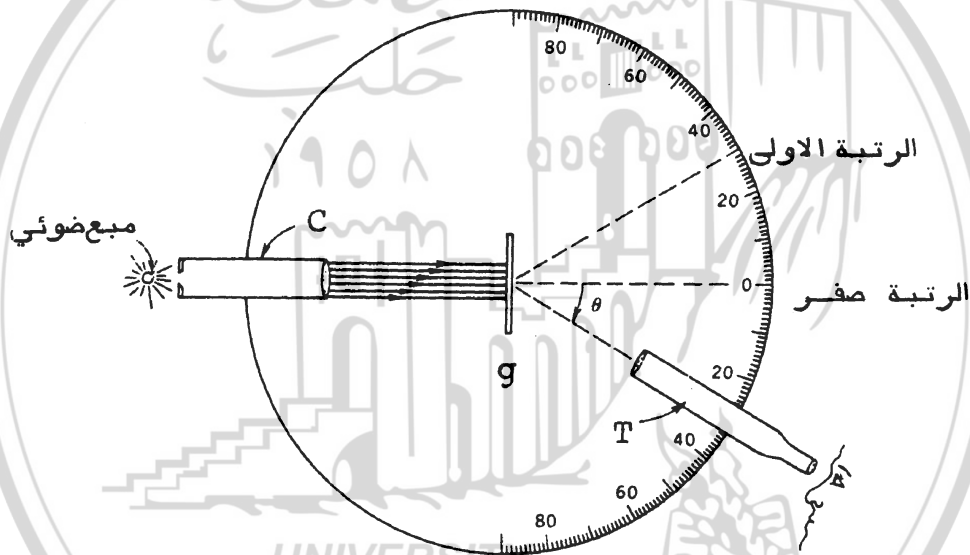
λ - طول موجة الضوء .

يمكن قياس طول موجة الضوء الوحيد اللون باستخدام شبكة انعراج مستوية ، ومقياس اللطيف الذي يتألف كما هو واضح من الشكل (26 - 10) من مجمع للضوء C ومنظار T .

يضبط كل من المجمع والمنظار من أجل حزمة متوازية من الضوء ثم توضع الشبكة g على منضدة الجهاز ، بحيث تكون الشبكة

ناظمية على الاشعة الواردة من المجمع . يلاحظ طيف الانعراج من المرتبة الاولى على كلا جانبي الناظم . تقاس الزاوية θ_1 الموافقة للرتبة الاولى $n = 1$ بواسطة القرص المدرج على الجهاز وتحسب طول موجة الضوء باستخدام العلاقة التالية :

$$\lambda = d \sin \theta_1$$



الشكل (10 - 26)

مثال (2 - 10) :

لدينا شبكة انعراج تحتوي على 4000 خط بالسنتيمتر الواحد فإذا كان طول موجة الضوء المستخدم $\lambda = 5890 \text{ Å}$ فأوجد الزوايا الموافقة للنهايات العظمى الرئيسية الاولى والثانية .

المحل:

البعد بين شقين متتاليين يساوي الى :

$$d = \frac{1}{4000} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

من العلاقة الاساسية في شبكة الانعراج لدينا :

$$n\lambda = d \sin \theta$$

تحدث النهاية العظمى الرئيسية الاولى عندما $n = 1$ و $\theta = \theta_1$:

$$\lambda = d \sin \theta_1 \implies \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d}$$

$$\sin \theta_1 = 5890 \times 10^{-8} \times 4000 = 0,2356$$

ومنه :

$$\theta_1 = 13.63^\circ$$

من أجل الرتبة الثانية :

$$2\lambda = d \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{d} = 2 \times 5890 \times 10^{-8} \times 4000 = 0,4712$$

ومنه :

$$\theta_2 = 28.11^\circ$$

10.6.6- شدة تحليل شبكة الانعراج :

يوضح الشكل (a.27 - 10) شرط ظهور نموذج الانعراج

للهدب من المرتبة n . إن فرق المسير بين الأشعة الصادرة عن الشقوق

المتجاورة هو $n \cdot \lambda$. وبما أن شبكة الانعراج تحتوي على N شق لذلك

فإن فرق المسير الأعظمي يساوي إلى $N \cdot (n\lambda)$ ، إذا أزداد فرق المسير الأعظمي بمقدار λ ، (هذا يعني اذا ازدادت زاوية الانعراج θ بمقدار $\Delta\theta$)، فإن طول المسار لكل شق في النصف السفلي من الشبكة سوف يكون أقل بمقدار $\frac{\lambda}{2}$ من طول المسار الموافق للنصف العلوي من الشبكة . كنتيجة لذلك فإن الامواج الصادرة عن كل الشقوق سوف تفني بعضها البعض وينتج نهاية صغرى مجاورة لخط الطيف . أي أن لتحليل خطين طيفيين يجب أن تكون الزاوية بينهما على الاقل مساوية لـ $\Delta\theta$. سوف نوجد الآن عبارة لـ $\Delta\theta$ بدلالة $\Delta\lambda$ التي تمثل الفرق في الطول الموجي حتى يحدث التحليل .

من علاقة شبكة الانعراج :

$$n\lambda = d \sin \theta$$

بأشتقاق هذه العلاقة بالنسبة للزاوية θ نجد:

$$n \frac{d\lambda}{d\theta} = d \cos \theta \quad (10-31)$$

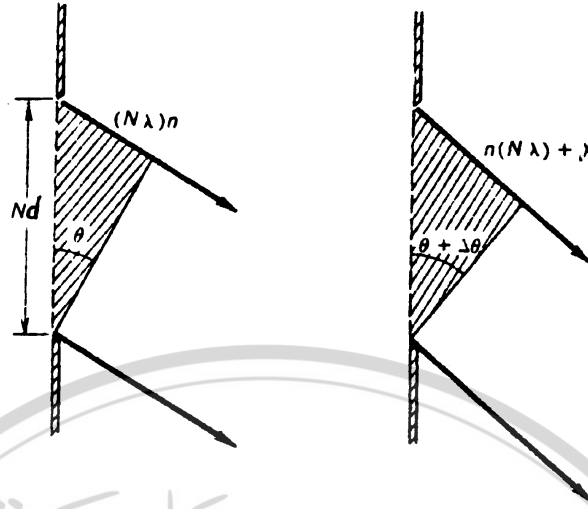
يسمى المقدار $\frac{d\theta}{d\lambda}$ بتبديد شبكة الانعراج الذي هو عبارة عن التغير في الموضع الزاوي الموافق لتغير في طول الموجة مقدارة واحدة الطول ،

من الممكن الحصول على علاقة أخرى للمقدار $\frac{d\lambda}{d\theta}$. من

أجل ذلك نلاحظ من الشكل (10-27) أن :

$$nN\lambda = Nd \sin \theta$$

$$nN\lambda + \lambda = Nd \sin(\theta + \Delta\theta)$$



(a) مضى

(b) مظلم

الشكل (10 - 27)

بطرح العلاقة الاولى من الثانية نجد :

$$\begin{aligned} \lambda &= Nd [\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin \theta] \\ &= Nd [\sin \theta \cos \Delta\theta + \cos \theta \sin \Delta\theta - \sin \theta] \\ \lambda &= Nd [\Delta\theta] \cos \theta \end{aligned} \quad (10-32)$$

حيث فرضنا أن $\Delta\theta$ صغيرة جداً بحيث أن $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$ و $\cos \Delta\theta \approx 1$

لنكتب العلاقة (10 - 31) بشكل آخر باستبدال $d\theta$ بـ $\Delta\theta$

و $d\lambda$ بـ $\Delta\lambda$ فنجد:

$$n\Delta\lambda = d\Delta\theta \cos \theta$$

بتقسيم هذه العلاقة على العلاقة (10 - 32) نجد :

$$\frac{n\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{d\Delta\theta \cos \theta}{Nd\Delta\theta \cos \theta} = \frac{1}{N}$$

ومنه نجد :

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N.n$$

يسمى المقدار $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ بالشدة التحليلية لشبكة الانعراج
ونلاحظ ان الشدة التحليلية تزداد بزيادة عدد الشقوق وبزيادة رتبة
الاهـداد .

مثال (3 - 10):

ان الطيف المرئي الصادر عن ذرة الصوديوم يحتوي على
خطين صفراوين يوافقان الطولين الموجيين 5890 و 5896 Å.
باستعمال شبكة الانعراج تحتوي على 4000 خط بالسنتيمتر
الواحد أوجد زوايا الانعراج الموافقة للرتبة الاولى والثانية .

الحـل:

من أجل الرتبة الاولى $n = 1$

$$\lambda = d \sin \theta$$

OF
ALEPPO

ومنه :

$$\sin \theta = 4000 \times \lambda \times 10^{-8}$$

أي أن:

$$\theta_{5890} = 13^\circ 37.6'$$

$$\theta_{5896} = 13^\circ 38.5'$$

من أجل الرتبة الثانية $n = 2$:

$$\sin \theta = 2 \times 4000 \times \lambda \times 10^{-8}$$

$$\theta_{5890} = 28^{\circ}6.7'$$

$$\theta_{5896} = 28^{\circ}8.6'$$

نلاحظ بأن زاوية الفصل بين الضوئين صغيرة ، لكن تزداد بزيادة الرتبة .

10.7 - استقطاب الضوء:

مقدمة:

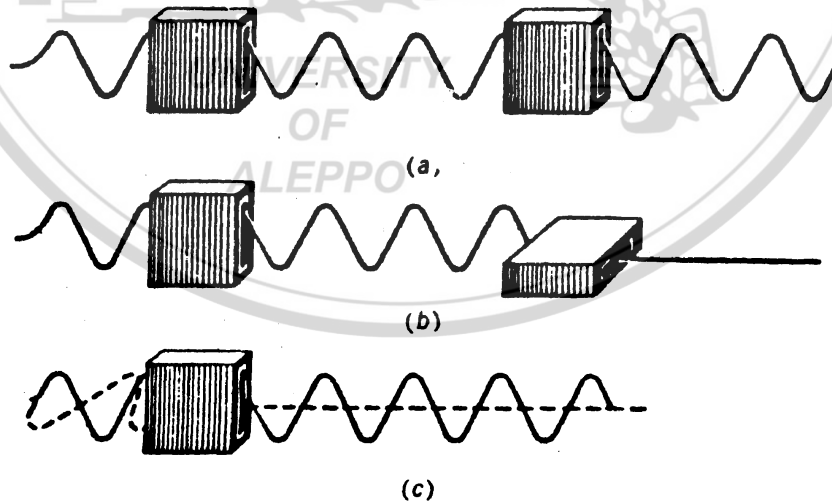
ان الدليل الثالث على الطبيعة الموجية هو ظاهرة الاستقطاب التي تحدث فقط في الامواج العرضانية . من أجل توضيح هذه الظاهرة سوف نأخذ المثال التالي :

نفرض أن لدينا موجة عرضية تمر في سلك وتعتبر خلال صندوق يحتوي على شق صغير كما هو واضح من الشكل (a. 28 - 10) . من الواضح أن هذه الموجة لا تستطيع عبور الشق إلا إذا كانت الاهتزازات موجهة باتجاه مواز للشق ، فإذا أخذنا صندوقين متعاقبين في اتجاه انتشار الموجات العرضية . فإننا نلاحظ بأن الموجة لا تستطيع عبور هذين الصندوقين إلا إذا كان شقا الصندوقين موازيين لاتجاه اهتزاز الموجة . وكذلك فإننا نلاحظ من الشكل (b. 28 - 10) بأن الموجة لا تستطيع الانتشار عندما يكون شقا الصندوقين المتعاقبين متعامدين . وهكذا فإننا نجد أنه بواسطة الصندوقين الموصوفين سابقاً ، والواقع أحدهما خلف الآخر في طريق انتشار الموجة ، يمكن دائماً اخماد الموجة

العرضية وذلك بتدوير أحد الصندوقين حول جهة انتشار الموجة بينما لا يمكن عمل ذلك للموجة الطولية .

قد يسأل أحدنا لماذا نحتاج الى الصندوقين ؟ ذلك لأنه من الواضح إذا دورنا أحد الصندوقين حول جهة انتشار الموجة فإن هذا الصندوق أثناء دورانه سوف يخمد الموجة العمودية على اتجاه الشق .

للجواب على هذا التساؤل نمرر سلكين خلال الصندوق ونحدث فيهما موجتين تهتزان باتجاهين متعامدين كما هو واضح من الشكل (c. 28 - 10) . إن عمل الصندوق الأول هو اخماد موجة أحد السلكين فقط بينما تعبر الموجة الثانية من خلال الصندوق . فإذا أردنا اخماد الموجة الثانية فإننا نحتاج الى صندوق ثان كما هو واضح من الشكل (b. 28 - 10) .



الشكل (28 - 10)

نسمى الموجة العرضية موجة مستقطبة استقطاباً مستوياً عندما تحدث الاهتزازات في جميع نقاطها الواقعة على طول جهة الانتشار في مستوى واحد . ويسمى هذا المستوى بمستوى الاهتزاز ويسمى المستوى العمودي على اتجاه الاهتزاز بمستوى استقطاب الموجة . ويظهر الشكل (28.a-b - 10) موجتين مستقطبتين استقطاباً مستوياً ، حيث مستوى استقطابهما عمودي على مستوى الشكل . نلاحظ أنه يمكن اخماد الموجة المستقطبة استقطاباً مستوياً بصندوق واحد . والاداة التي يمكن بواسطتها تحديد ما اذا كانت الموجة المارة بها مسقطبة أم غير مستقطبة تسمى بالمحلل (Analyser) . والاداة التي تتحول بها الموجة الغير مستقطبة الى موجة مستقطبة تسمى بالمقطب (Polarizer) نستنتج مما سبق بأن المقطب والمحلل لا يختلفان في تركيبهما بأي شيء عن بعضهما البعض . نذكر مرة أخرى أنه ليس هناك أي معنى حقيقي لمفهوم الاستقطاب للموجات الطولانية وان الموجات العرضانية هي فقط التي يسكن أن تكون موجات مستقطبة .

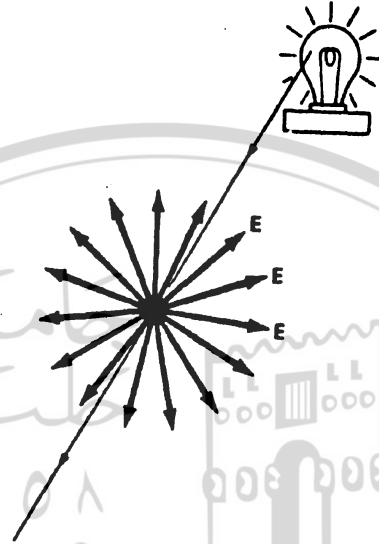
10.7.1- الضوء غير المستقطب :

لنتذكر بأنه تحدث في الموجة الكهربائية اهتزازات متجهتين E و B في اتجاهين متعامدين وقد أتفق عند وصف استقطاب الضوء على ملاحظة اتجاه اهتزازات المتجهة E فقط .

إن الضوء الصادر من المنبع الضوئي العادي ، زجاج المصباح الكهربائي المتوهج ، هو عبارة عن تراكب الامواج الصادرة عن عدد كبير من الذرات والجزيئات . حيث تكون متجهة الحقل الكهربائي

لهذه الامواج العديدة موجهة بشكل عشوائي . وكننتيجة لذلك فإن الضوء

يكون غير مستقطب كما هو واضح في الشكل (10-29) .



الشكل (29 - 10)

10.7.2- تمثيل الاهتزازات الضوئية :

ان ميزة متجهة الحقل الكهربائي E هامة من أجل أي مناقشة كيفية الضوء المستقطب . يمكن تحليل متجهة الحقل الكهربائي E للموجة الى مركبتين متعامدتين كما هو واضح في الشكل (30.a - 10). وبالتالي فإنه يمكننا تحليل المتجهة E الى مركبتين رئيسيتين بحيث أن أي حقل كهربائي عرضي يمكن أن ينشأ بتركيب متجهتي الحقل E المتعامدتين . وهكذا فعندما نكتب معادلة الحقل الكهربائي E للشكل (30.b - 10) بالشكل :

$$E = iE_x + jE_y$$

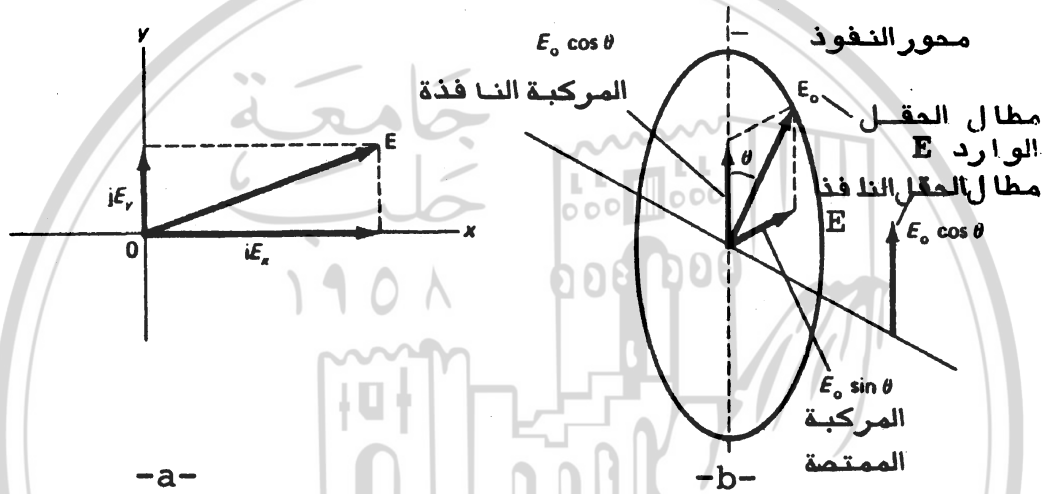
فإننا نقول بأن الحقل E هو تركيب للحقل iE_x المستقطب في المستوي

• $y - z$ والحقل $E_y \hat{j}$ المستقطب في المستوى $y - z$

فإذا كانت E_0 مطال الحقل الكهربائي الوارد E فعندئذ

يمثل المقدار $E_0 \cos \theta$ مطال الحقل النافذ بينما يمثل المقدار

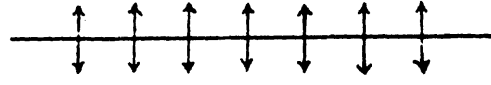
$E_0 \sin \theta$ مطال الحقل الممتص •



الشكل (30 - 10)

يوضح الشكل (31 - 10) طريقة عامة لتمثيل الاهتزازات.

فالشكل (a) يمثل اهتزازات الضوء المستقطب استقطاباً مستوياً واهتزازاته تقع في مستوى الورود أما الشكل (b) فيمثل اهتزازات الضوء المستقطب استقطاباً مستوياً لكن اهتزازاته تكون معامدة لمستوى الورود بينما يمثل الشكل (c) ضوء غير مستقطب حيث تكون اهتزازاته متعامدة •



- a -



- b -



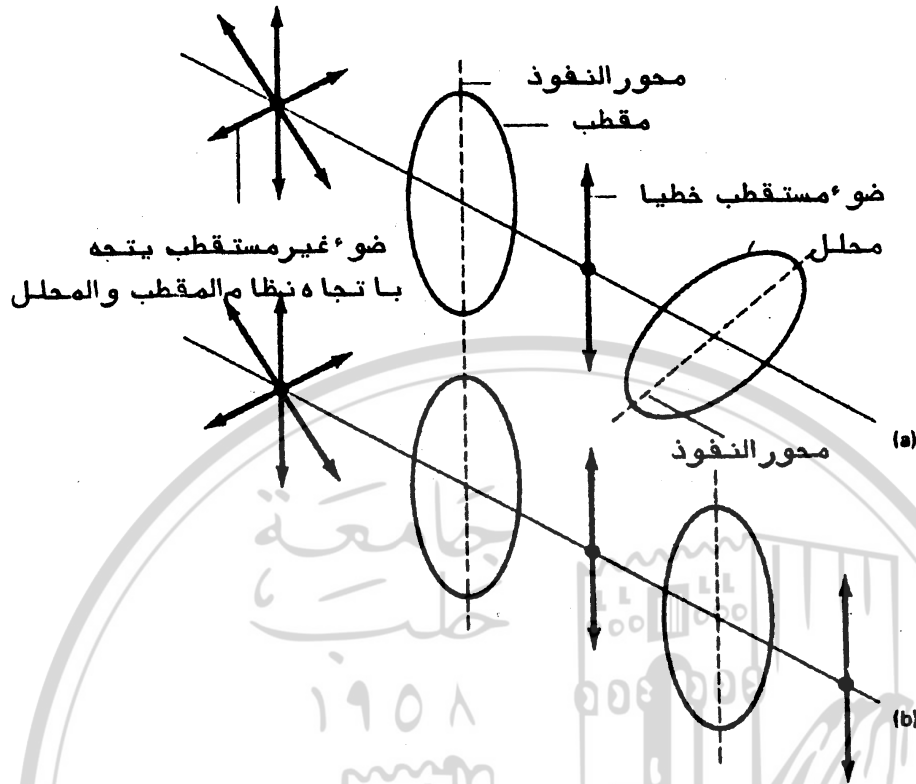
- c -

الشكل (31 - 10)

10.7.3 - استقطاب الضوء:

أثبتت التجربة أنه يمكن استقطاب الأشعة الضوئية . وصنعت أولى المقطبات للأشعة الضوئية من بلورات التورمالين (Turmalin) التي هي عبارة عن معدن طبيعي . تقطع من هذه البلورات صفيحتان بطريقة واحدة وتوضعان واحدة خلف الأخرى في طريق شعاع ضوئي كما هو واضح في الشكل (32 - 10) تسمى الصفيحة الأولى بالمقطب وتسمى الثانية بالمحلل ، فعند تدوير المحلل يمكن ملاحظة أن الضوء يضعف في البداية إلى أن ينعدم عندما تكون الزاوية بين محور الصفيحتين مساوية إلى $\frac{\pi}{2}$ كما هو واضح من الشكل (32.a - 10) ثم يقوى بعد ذلك عندما تصبح الزاوية بينهما مساوية إلى صفر . كما هو واضح من الشكل (32.b - 10) .

سنوضح الآن لماذا يمكن أن يكون التورمالين مقطباً للضوء . لنذكر أن البلورات متباينة الخواص . ويظهر تباين الخواص عند التورمالين في كونه يمتص بشدة الأشعة الضوئية التي له اهتزازات المتجهة



الشكل (32 - 10)

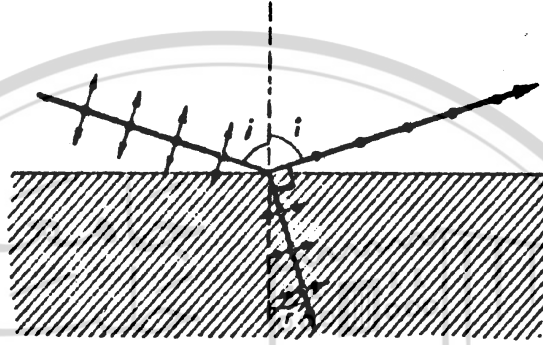
E في اتجاه معين، بينما لا يمتص تقريباً الأشعاع الذي له اهتزازات في الاتجاه العمودي. فإذا كانت الصفيحة المقطبة ذات سماكة كافية فإن الموجة E_x التي تصدم الصفيحة تُمْتَصُّ كلها تقريباً بينما الجزء الكبير من E_y يعبر الصفيحة.

هناك عدة طرق للحصول على الضوء المستقطب .

10.7.4 - الاستقطاب بالانعكاس - قانون بروستر :

عندما تنعكس حزمة من الضوء على سطح ما، فإنه يلاحظ أن مركبة الحقل E الموازية للسطح تكون أكثر انعكاساً من المركبة الأخرى . في الحقيقة عند زاوية ورود خاصة (تسمى هذه الزاوية

بزواوية بروسٲر) فإن الءزمة المنعكسة ٲتكون بشكل كامل من الضوء
التي ٲتجهة حقله الكهربائي تكون موازية للسطح العاكس كما هو
واضح في الشكل (33 - 10) .



الشكل (10-33)

وقد تبين أن زاوية الاستقطاب (زاوية بروسٲر) هي زاوية
بحيث تكون الزاوية بين الأشعة المنكسرة والمنعكسة مساوية إلى 90° .
لايجاد العلاقة بين زاوية الاستقطاب (زاوية الورد فسي
حالة الاستقطاب بشكل مستوي) وقرينة الانكسار للمادة العاكسة ، نستخدم
قانون الانكسار لديكارت .

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \quad (10-33)$$

حيث ٲمثل i زاوية الورد وٲمثل r زاوية الانكسار . فعند زاوية ورد
مساوية لزاوية بروسٲر ، أي عندما $i = \theta_p$ فإننا نجد من الشكل
(33 - 10)

$$\theta_p + 90^\circ + r = 180^\circ$$

أو :

$$\theta_p + r = 90^\circ$$

ومنه نجد أن :

$$\sin r = \cos \theta_p$$

بالتعويض في العلاقة (33 - 10) نجد أن :

$$n = \tan \theta_p \quad (10-34)$$

تسمى هذه العلاقة بقانون بروتستر .

10.7.5- الانكسار المضاعف وموشور نيكول :

لقد بينت التجربة أنه عند ورود شعاع من الضوء الغير مستقطب على بلورة كربونات الكالسيوم فإن الشعاع البارز من البلورة ينقسم الى شعاعين مستقطبين بشكل مستوي أحدهما يخضع لقوانين الانكسار العادية وهذا الشعاع يدعى بالشعاع العادي أو بالشعاع " O " بينما يسمى الشعاع الثاني الذي لا يخضع لقوانين الانكسار العادية بالشعاع الغريب أو " E " . كما هو واضح في الشكل (34 - 10) .

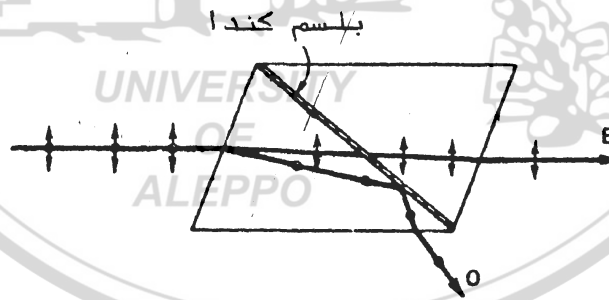


الشكل (10-34)

يمكن تفسير ذلك بأنه في بلورات معينة تعتمد قرينة انكسار المادة على حالة استقطاب الضوء . تسمى هذه المواد بالمواد

ذات الانكسار المضاعف حيث أن قرينتي الانكسار المختلفتين تعطيان
حزمتين ضوئيتين منكسرتين بدلاً من حزمة واحدة .

قبل تطوير المقطب فإن معظم الوسائل الضوئية التي تستعمل
الضوء المستقطب استفادت من بلورات كربونات الكالسيوم للحصول
على حزمة من الضوء المستقطب استقطاباً مستوياً ، حيث تُقطع هذه
البلورات لجزئين ثم يلصقان من جديد بعد صقلهما بمادة بلسم
كندا ، ولهذه المادة قرينة انكسار تقع بين n_O و n_E للشعاعين
العادي والغريب بحيث أن الشعاع العادي ينعكس داخلياً بشكل تام
كما هو واضح في الشكل (35 - 10) . أما الشعاع الغريب فيمر في
جزأي الموشور بدون أي انعكاس وينفذ منها وهو مستقطب كلياً
واهتزازه تقع في مستوي الورود . تسمى هذه الاداة المصنوعة بالطريقة
المشروحة أنفاً بموشور نيكول .



الشكل (35 - 10)

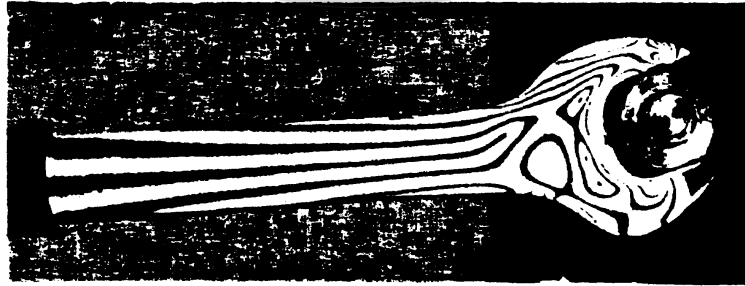
10.7.6 - استخدام الضوء المستقطب :

١ - عند وضع محللول السكر في طريق حزمة الضوء بين المقطبين
المتعامدين ، فإننا نلاحظ أن وجود المحلول يسمح للضوء بالمرور

من خلال المحلل . على أية حالة إذا تم دوران المحلل فإن موضعاً جديداً يرى من خلاله تلاشي المزمة الضوئية . من الواضح أن محلول السكر قد أدارَ مستوى الاستقطاب للمزمة الضوئية المستقطبة بشكل مستوي .

تسمى هذه المواد التي تقوم بهذا العمل بالمواد الفعالة ضوئياً . بما أن الزاوية التي أدير بها مستوى الاستقطاب تتناسب مع تركيز المادة الفعالة ضوئياً لذلك تستخدم هذه الظاهرة لقياس تراكيز هذه المواد .

معظم المواد الشفافة تصبح كاسرة بشكل مضاعف تحت تأثير الاجهادات . تستخدم هذه الظاهرة لقياس الاجهادات ضمن المواد . فعندما توضع عينة من مادة ما تحت اجهاد غير متجانس بين قطبين متعامدين (متعامدين بحيث أنه في حال غياب العينة لن يمر أي ضوء) فإن نماذج كتلك التي موضحة في الشكل (36 - 10) يمكن ملاحظتها . تتناوب الخطوط المظلمة والمضيئة المتقاربة لبعضها عند الامكنة التي يكون فيها الاجهاد غير متجانس . كما نرى فإن هذا يزودنا بطريقة تجريبية من أجل تحليل توزيع الاجهاد في التطبيقات المعقدة .



الشكل (36 - 10)

تمارين غير محلولة

١ - تعطى معادلة موجة جيبية مستوية بالعلاقة:

$$Y = 0,1 \sin(200 \pi t - 20 \pi x/17)$$

حيث Y الانزياح مقدراً بالمليمتر ، t الزمن بالثانية و x البعد عن نقطة ثابتة مقدراً بالامتار . والمطلوب حساب :

١ - تردد الموجة ، ب - طول الموجة ، ج - سرعة الموجة .

د - فرق الطور بين نقطتين أحدهما تبعد مسافة $0,25 \text{ m}$ عن المبدأ والثانية تبعد مسافة $1,10 \text{ m}$ عن المبدأ، مقاساً بالراديان.

٢ - في تجربة شقي يونغ وجد أن البعد بين مركز نموذج التداخل والهدب المضيء العاشر على أي من الجانبين يساوي 3.44 cm . إذا علم أن البعد بين مستوي الشقين والحاجز الذي نتلقى عليه الاهداب يساوي 2 m وأن طول موجة الضوء المستخدم $5890 \text{ \AA}$ احسب البعد بين الشقين.

٣ - في تجربة موشور فرنل ، لوحظت أهذاب التداخل على بعد 175 cm من الموشور الثنائي عند استخدام ضوء وحيد اللون طول موجته $5000 \text{ \AA}$. وجد أن البعد بين هدبين مضيئين متتاليين يساوي الى $0,2 \text{ mm}$ فإذا كان الموشور مصنوع من زجاج قرينة انكساره $n=1.5$ ويبعد بمقدار 25 cm عن الشق المضيء فأحسب زاوية كل من رأسي الموشور الثنائي .

- ٤ - نلاحظ أهداب تساوي السماكة المتشكلة في أسفين زجاجي رقيق —
 قرينة انكساره $n = 1.52$ باستخدام ضوء طول موجته 5893 Å
 فوجد أن البعد الهدبي يساوي 1 mm احسب زاوية الاسفين.
- ٥ - توضع عدسة محدبة - مستوية بعدها المحرق 4 cm وقرينة انكسارها
 $n = 1.52$ على سطح مستو ضوئياً . اذا استخدم ضوء طول موجته
 5460 Å ، وتشكلت حلقات نيوتن بالانعكاس الناظمي فأحسب
 قطر الحلقة المضيئة الخامسة .
- ٦ - لدينا شبكة انعراج تحوي 6000 خط بالسنتيمتر الواحد طول موجة
 الضوء المستخدم 5890 Å . عين اتجاه النهايات العظمى
 الرئيسية الاولى والثانية والثالثة .
- ٧ - ماهي شبكة الانعراج الضرورية لتحليل خطي الصوديوم:
 $\lambda_1 = 5896 \text{ Å}$ & $\lambda_2 = 5890 \text{ Å}$
- ٨ - حزمة متوازية من ضوء الصوديوم ترد ناظماً على شبكة انعراج،
 إذا علم أن الزاوية الكائنة بين الطيفين ذوي الرتبة الاولى على
 كلا جانبي الناظم تساوي $27^\circ 42'$ وان طول موجة الضوء المستخدم
 يساوي 5893 Å فاحسب عدد المزور بالسنتيمتر الواحد من الشبكة .
- ٩ - احسب زاوية بروستر للحصول على ضوء مستقطب بالانعكاس عندما
 يرد الضوء على لوح زجاجي قرينة انكساره $n = 1.5$. ثم احسب
 زاوية انكسار الشعاع الوارد وضع اجابتك بالرسم .



الاحرف اليونانية

اللفظ الحرف الصغير الحرف الكبير اللفظ الحرف الصغير الحرف الكبير

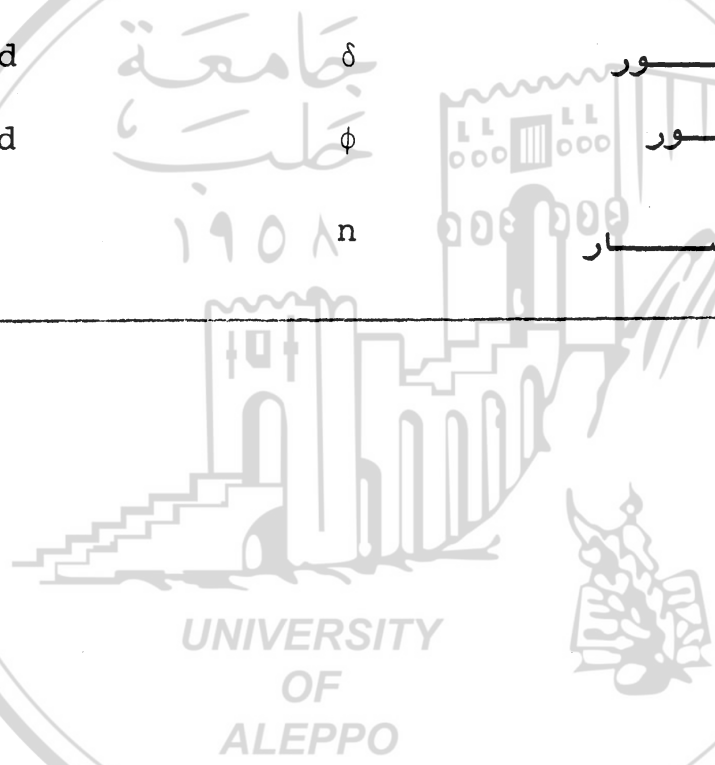
A	α	Alpha	N	ν	Nu
B	β	Beta	ξ	ξ	Xi
Γ	γ	Gamma	O	$\omicron$	Omicron
Δ	δ	Delta	Π	π	Pi
E	ϵ	Epsilon	P	ρ	Rho
Z	ζ	Zeta	Σ	σ	Sigma
H	η	Eta	T	τ	Tau
Θ	θ	Theta	Y	υ	Upsilon
I	ι	Tota	Φ	ϕ	Phi
K	κ	Kappa	X	χ	Chi
Λ	λ	Lambda	Ψ	ψ	Psi
M	μ	Mu	Ω	ω	Omega



جدول بالرموز المستخدمة

الكمية	الرمز	الواحدة في الجملّة الدولية
التسارع	a	m/s^2
التردد الزاوي	ω	rad/sec
الطاقة الكلية	E	جول (J)
الطاقة الحركية	K	جول (J)
الطاقة الكامنة	U	جول (J)
القوة	F	نيوتن (N)
التواتر	f أو ν	هرتز (Hz)
الكتلة	m	كيلوغرام (Kg)
كثافة الكتلة	ρ	Kg/m^3
الدور	T	ثانية (sec)
الاستطاعة	P	watt
ثابت النابض	k	N/m
الزمن	t	sec
السرعة	V	m/sec
العمل	W	جول (J)

m	A	سعة الموجة
J/m^3	u	كثافة الطاقة
W/m^2	I	الشدة الضوئية
m	λ	طول الموجة
rad/m	k	العدد الموجي
rad	δ	فرق الطور
rad	ϕ	الطور
n		قرينة الانكسار



جدول ببعض الثوابت الفيزيائية

الرمز	القيمة في الجملة الدولية	الثابت
G	$6.672 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$	ثابت الجذب العام
g	9.80 m/sec^2	تسارع الجاذبية الأرضية عند سطح الأرض
c	$2.9979 \times 10^8 \text{ m/sec}$	سرعة الضوء في الخلاء
k	$1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ $8.61733 \times 10^{-5} \text{ ev/k}$	ثابت بولتزمان
R	8.31441 J/K	ثابت الغازات المثالية
N_A	6.02205×10^{23}	عدد أفوغادرو
K	$1.3805 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	ثابت بولتزمان
$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$8.98755 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$	ثابت قوة كولون
ϵ_0	$8.85419 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2$	سماحية الفراغ
e	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	شحنة الإلكترون
m_e	$9.10953 \times 10^{-31} \text{ Kg}$	كتلة الإلكترون السكونية
e/m_e	$1.75880 \times 10^{11} \text{ C/Kg}$	نسبة شحنة الإلكترون إلى كتلته
m_p	$1.67265 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	كتلة البروتون الساكنة

e/m_p	$9.6 \times 10^7 \text{ C/Kg}$	نسبة شحنة البروتون الى كتلته
h	$6.62618 \times 10^{-34} \text{ J.sec}$	ثابت بلانك
R_∞	$1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	ثابت رايدبرغ
a_0	$5.29177 \times 10^{-11} \text{ m}$	نصف قطر بور لذرة الهيدروجين
F	$9.64846 \times 10^4 \text{ C/sec}$	ثابت فاراداي
μ_0	$1.25664 \times 10^{-6} \text{ H/m}$	نفوذية الخلاء
u	$1.660531 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	واحدة الكتلة الذرية
m_H	$1.67352 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	كتلة ذرة الهيدروجين
m_n	$1.67495 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	كتلة النيوترون الساكنة
m_p/m_e	1836.151	نسبة كتلة البروتون الى كتلة الالكترون

بعض عوامل التحويل

١ - القوة :

$$1 \text{ dyne(dyn)} = 10^{-5} \text{ newtons (N)}$$

٢ - الطاقة :

$$1 \text{ electron volt(eV)} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ Joules (J)}$$

$$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ Joules (J)}$$

$$1 \text{ calorie(cal)} = 4.186 \text{ Joules (J)}$$

$$1 \text{ British thermal unit(Btu)} = 1.055 \times 10^3 \text{ Joules (J)}$$

$$1 \text{ Kilocalorie (Kcal)} = 4.186 \times 10^3 \text{ Joules (J)}$$

$$1 \text{ Kilowatt.hour(Kwh)} = 3.600 \times 10^6 \text{ Joules (J)}$$

٢ - الطول :

$$1 \text{ angstrom (A}^\circ\text{)} = 10^{-10} \text{ meters (m)}$$

$$1 \text{ nanometer (nm)} = 10^{-9} \text{ meters (m)}$$

$$1 \text{ micrometer (}\mu\text{m)} = 10^{-6} \text{ meters (m)}$$

$$1 \text{ centimeter (cm)} = 10^{-2} \text{ meters (m)}$$

$$1 \text{ inch (in)} = 0.0254 \text{ meters (m)}$$

$$1 \text{ Kilometer (Km)} = 10^3 \text{ meters (m)}$$

$$1 \text{ mile (mi)} = 1.609 \times 10^3 \text{ meters (m)}$$

٤ - الحقل المغناطيسي :

$$1 \text{ gauss (G)} = 10^{-4} \text{ Tesla (T)}$$

٥ - الكتلة :

$$1 \text{ atomic mass unit (u)} = 1.66053 \times 10^{-27} \text{ Kilograms (Kg)}$$

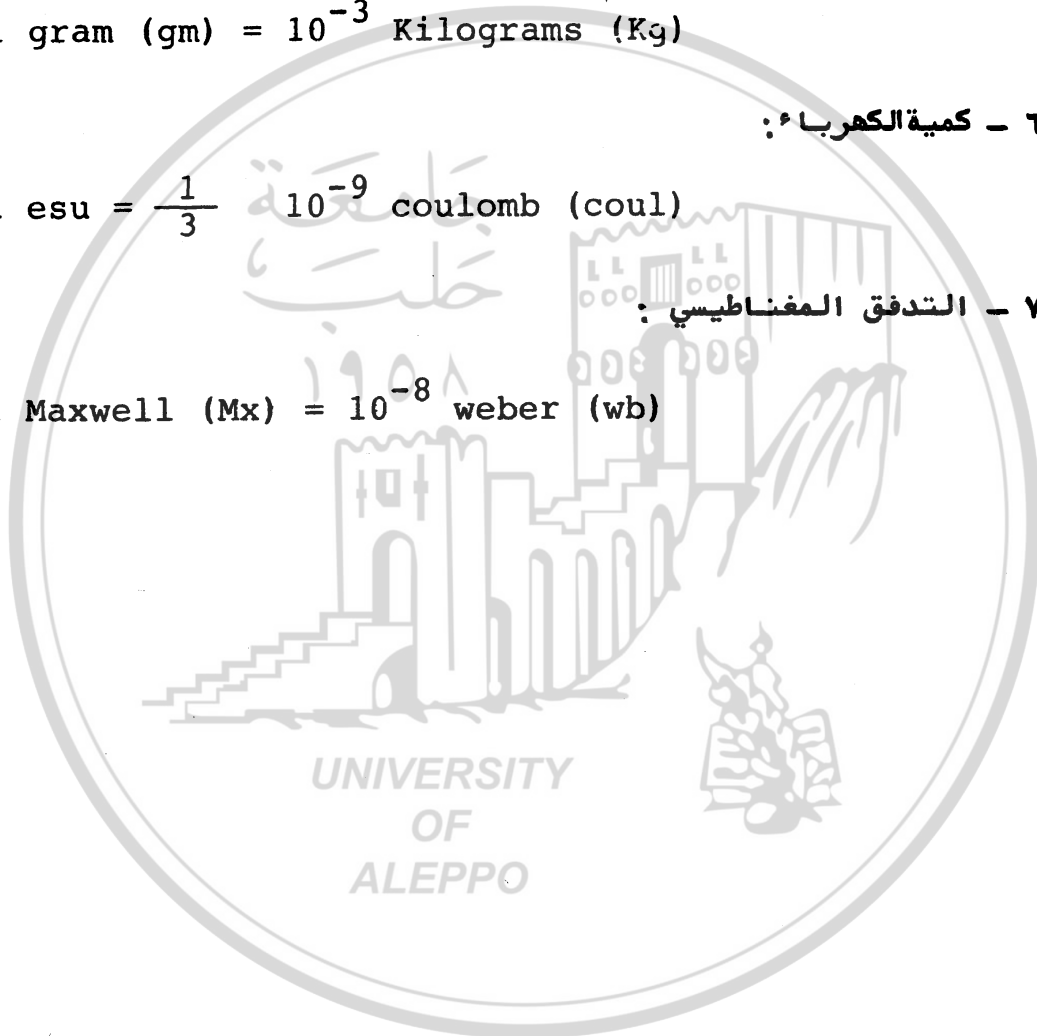
$$1 \text{ gram (gm)} = 10^{-3} \text{ Kilograms (Kg)}$$

٦ - كمية الكهرباء :

$$1 \text{ esu} = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ coulomb (coul)}$$

٧ - التدفق المغناطيسي :

$$1 \text{ Maxwell (Mx)} = 10^{-8} \text{ weber (wb)}$$



المراجع العربية

- ١ - د. رياض آل رشي، فيزياء الصوت، منشورات جامعة حلب ١٩٨٣
- ٢ - د. شمس الدين علي، الضوء الهندسي، منشورات جامعة حلب ١٩٨١
- ٣ - د. محمد بشير كرمان، الفيزياء العامة (٢)، منشورات جامعة حلب ١٩٨٤

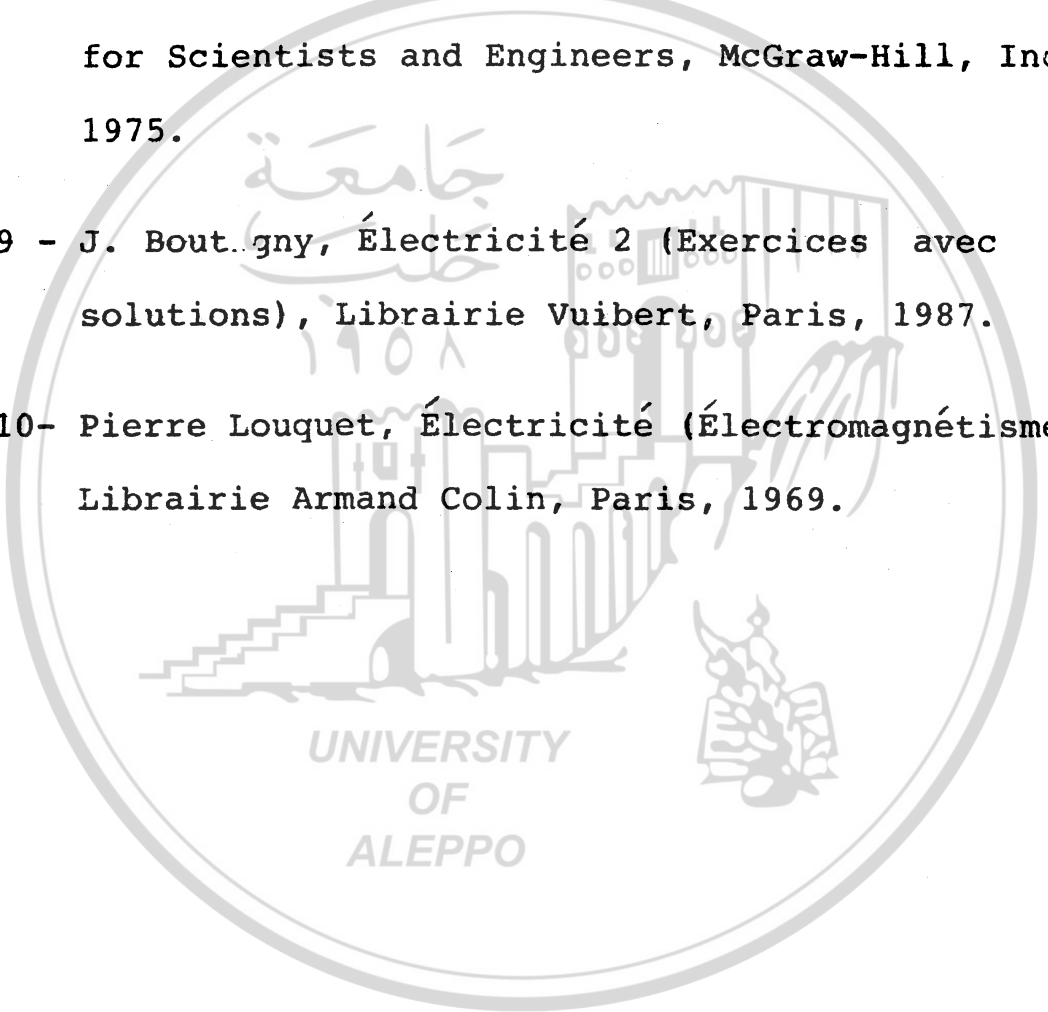




المراجع الأجنبية

- A. Dessart, J.C. Jodogne et J. Jodogne, Cours de physique 4 (Électricité), Éditions A. De Boeck, Bruxelles, 1980.
- 2- A. Moussa et P. Ponsonnet, Cours de physique (Électricité III) 1^{ere} volume, Andre Desvigne, Lyon 1981.
- 3- A. Moussa et P. Ponsonnet, Cours de physique (Électricité III) 2^{eme} volume, Andre Desvigne, Lyon, 1984.
- 4- Annoquin et Boutigny, Électricité 2 (Exercices), Librairie vuibert, Paris, 1980.
- 5- Arfken - Griffing - Kelly - Priest, University physics, Academic press, Inc. 1984.
- 6- Bernard Grenier, Electricité, Centre Educatif et Culturel, Inc. 1973.

- 7 - Edward M. Purcell, Électricité et magnétisme
(Berkeley: Cours de physique, volume 2) ,
Librairie Armand colin, Paris, 1973.
- 8 - Frederick - J. Bueche, Introduction to Physics
for Scientists and Engineers, McGraw-Hill, Inc.
1975.
- 9 - J. Boutigny, Électricité 2 (Exercices avec
solutions), Librairie Vuibert, Paris, 1987.
- 10- Pierre Louquet, Électricité (Électromagnétisme)
Librairie Armand Colin, Paris, 1969.

A large, faint, circular watermark logo of the University of Aleppo is centered on the page. It features a stylized building with a dome and minaret, with the Arabic word 'جامعة' (University) at the top and 'UNIVERSITY OF ALEPPO' at the bottom.

UNIVERSITY
OF
ALEPPO

المصطلحات العلمية

- A -

Accélérateur de particules	مسرع الجزيئات
Accumulateur	مدخنة
Agitation thermique	اضطراب حراري
Amortissement	تخميد
Ampère mètre	مقياس الامبير
Ampère théorème	نظرية أمبير
Ampère, unité d'intensité	الامبير، واحدة شدة التيار
Amplitude d'oscillation	مطال الاهتزاز
Angle solide	زاوية مجسمة
Anneau de Nouton	حلقات نيوتن
Anode	مصعد
Armature d'une condensateur	لبوس مكثف
Associations de condensateurs	جمع المكثفات
Associations de resistances	جمع المقاومات
Associations en série	جمع على التسلسل
Associations en parallèle	جمع على التفرع
Attraction	جذب
Avance de phase	تقدم الطور

- B -

Biot et savard, loi de	قانون بيو وسافار
Bobine	وشيعة
Bobine d'induction	وشيعة تحريض
Bobine torique	وشيعة حلقية

- C -

Câble coaxial	كابل محوري
Cage de Faraday	قفص فاراداي
Capacité	سعة
Capacité d'un condensateur	سعة مكثفة
Capacité d'un conducteur unique	سعة ناقل وحيد
Cathode	مهبط
Champ coercitif	حقل قاهر
Champ d'induction magnétique	حقل تحريض مغنطيسي
Champ électrique	حقل كهربائي
Champ électromagnétique	حقل كهروطيسي
Champ électromoteur	حقل تحريك كهربائي
Champ magnétique	حقل مغناطيسي
Champ électrostatque	حقل كهراكدي أو حقل كهربائي ساكن
Champ uniforme	حقل متجانس
Charge électrique	شحنة كهربائية
Charge ponctuelle	شحنة نقطية

Circulation d'un vecteur	جولان متجهة
Coefficient	عامل
Coefficient de qualité de circuit	عامل جودة الدارة
Coefficient de self induction	عامل التحريض الذاتي
Coefficient d'induction mutuelle	عامل التحريض المتبادل
Condensateur	مكثفة
Condensateur cylindrique	مكثفة اسطوانية
Condensateur plan	مكثفة مستوية
Condensateur sphérique	مكثفة كروية
Condensation	تراكم
Conducteur	ناقل
Conductivité	ناقلية نوعية
Constante	ثابتة
Constante diélectrique	ثابتة العزل الكهربائي
Coordonnées	احداثيات
Courant continu	تيار مستمر
Courants de Foucault	تيارات فوكو

- D -

Densité	كثافة
Densité de courant	كثافة التيار
Densité uniforme	كثافة منتظمة
Décharge	تفريغ
Déphasage	فرق الطور

Deplacement	ازاحة
Diélectrique	عازل كهربائي
Diélectrique fluide	عازل مائع
Diélectrique gazeux	عازل غازي
Diélectrique liquide	عازل سائل
Diélectrique solide	عازل صلب
Différence de trajet	فرق المسير
Dimensions	أبعاد
Dipôle électrique	ثنائي أقطاب كهربائي
Direction	منحى
Distribution	توزع
Ecran	دريئة (شاشة)
Ecran électrique	دريئة كهربائية
Effet Joule	مفعول جول
Effet Hall	مفعول هول
Effets du courant électrique	اشار التيار الكهربائي
Electricité négative	كهربائية سالبة
Electricité positive	كهربائية موجبة
Electrification par contact	الشحن باللمس
Electrification par frottement	الشحن بالاحتكاك
Electrification par influence	الشحن بالتأثير
Electrification par influence partielle	الشحن بالتأثير الجزئي

Electrisation par influence total	الشحن بالتأثير الكلي
Electromètre	مقياس الكهربائية (الالكترومتر)
Electroscope	كشاف الكهربائية
Electrostatique	كهراكي (كهرباء ساكنة)
Elément	عنصر
Energie	طاقة
Energie emmagasinée	طاقة مختزنة
Energie cinétique	طاقة حركية
Energie potentielle	طاقة كامنة
Enveloppe d'onde	صدرالموجة
Equation différentielle	معادلة تفاضلية
Equilibre	توازن
Equilibre électrostatique	توازن كهراكي
Equipotentielle	تساوي الكمون
Etincelle	شراره
Excitation	اثاره
Expérience de Rowland	تجربة رولاند

- F -

Farad	الفاراد (واحدة السعة)
Faraday-Henry, Loi de	قانون فاراداي وهنري
Fil	سلك
Flux	تدفق
Flux conservatif	تدفق محفوظ

Flux d'un vecteur	تدفق متجهة
Force	قوة
Force contre électro motrice	قوة محرك كهربائية عكسية
Force électrique	قوة كهربائية
Force électromagnétique	قوة كهرومغناطيسية
Force électromotrice	قوة محرك كهربائية
Force magnétique	قوة مغناطيسية
Forcé	قسري
Fonction	تابع
Fonction périodique	تابع دوري
Fonction sinusoidale amortie	تابع جيبي متخامد
Fréquence	تواتر (تردد)
Fresnel (méthode)	طريقة فرنيل
- G -	
Galvanomètre à cadre mobile	مقياس الغلفاني ذو الاطار المتحرك
Gauss, théorème de	نظرية غاوس
Gaz ionisés	غاز متأين
Générateur	مولد
Gradient	تدرج
Grandeur physique	مقدار فيزيائي

- H -

Hall (effet)	هول (مفعول)

Induction électromagnétique	تحريض كهربي
Induction électrostatique	تحريض كهراكدي
Induction magnétique	تحريض مغنطيسي
Influence totale	تأثير كلي
Intensité	شدة
Intensité de courant électrique	شدة التيار الكهربائي
Intensité maximum	شدة عظمى
Interférence	تداخل
Ion	شاردة (أيون)
Ionisation	تشرد (تأين)
Isolant	عازل
Isolation	عزل
- J -	
Joule (effet)	مفعول جول
Joule (loi de)	قانون جول
- L -	
Lentilles électroniques	عدسات الكترونية
Ligne	خط
Ligne de champ	خط حقل
Ligne de force	خط قوة
Loi de Coulomb	قانون كولون
Loi de Laplace	قانون لابلاس

Loi de Lenz	قانون لنز
Loi de Maxwell	قانون ماكسويل
Loi d'Ohm	قانون أوم
Longueur d'Onde	طول الموجة

- M -

Magnétisme	مغناطيسية
Mécanisme	آلية
Mobilité	حركية
Moment	عزم
Moment électrique	عزم كهربائي
Moment magnétique	عزم مغناطيسي
Moteur électrique	محرك كهربائي

- N -

Normal	ناظم
Noyau de fer	نواة حديدية

- O -

Onde électromagnetique	موجة كهرومغناطيسية
Opérateur	مؤثر
Ordre de fringe	تبة الهدب
Oscilloscope	اسم الاهتزاز

- P -

Période	دور
Perméabilité	نفوذية

Permittivité	سماحية
Permittivité relative	سماحية نسبية
Perturbation	اضطراب
Phase	طور (صفحة)
Phénomène	ظاهرة
Pile	بطارية
Polarisation	استقطاب
Pôle	قطب
Potentiel électrique	كمون كهربائي
Potentiomètre	مقسم كمون
Produit scolaire	جدا سلمى
Produit vectoriel	جدا شعاعى
Propagation	انتشار
Puissance	استطاعة
Puissance électrique	استطاعة كهربائية
Puissance maximum	استطاعة عظمى
Pulsation	نبض

- Q -

Quantité d'électricité	كمية كهرباء

- R -

Rayon	شعاع
Rendement	مردود
Représentation vectorielle	تمثيل شعاعى

- I -

Réseau de diffraction	شبكة انعراج
Résistance	مقاومة
Résistivité	مقاومة نوعية
Résonance	تجاوب (طنين)
Rigidité dielectrique	متانة عازلية

- S -

Sens	جهة
Solénoïde	وشيعة (ملف)
Spectra	طيف
Spire	لقة
Spire circulaire	حلقة دائرية

- T -

Tangent	مماس
Température	درجة حرارة
Tension	توتر (جهد)
Torison	فتل
Transport	نقل
Transversal	عرضاني
Travail	عمل

- U -

Unique	وحيد
Unité	واحدة

Valeur absolue

قيمة مطلقة

Vecteur

شعاع (متجهة)

Vecteur de polarisation

متجهة الاستقطاب

Vibration

اهتزاز

Vide

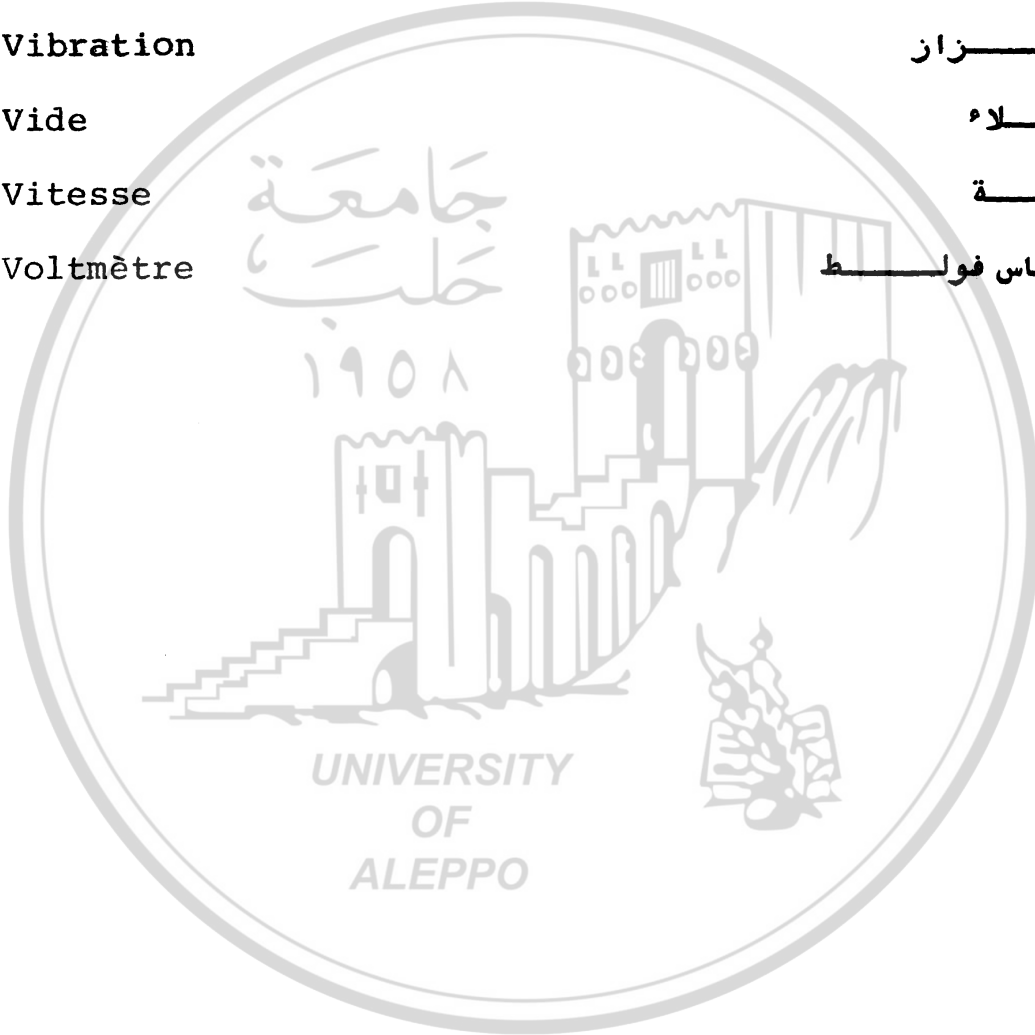
خلاء

Vitesse

سرعة

Voltmètre

مقياس فولت





الفهرس

الباب الأول

الفصل الأول

الشحنات الكهربائية والقوى الكهربائية

٣	1.1 - الشحنة الكهربائية
٤	1.2 - التركيب الذري للمادة
٦	1.3 - طرق التكهرب
٧	1.4 - كشف الكهربائية أو الالكترسكوب
٨	1.5 - توزيع الشحنات
١١	1.6 - التأثير المتبادل بين الشحنات الكهربائية الساكنة
١١	1.6.1 - تأثير المسافة
١٢	1.6.2 - قانون كولون الأساسي للتأثير المتبادل بين الشحنات الكهربائية •
١٤	1.6.3 - الصيغة العملية لقانون كولون
١٦	1.6.4 - حالة مجموعة من الشحنات الكهربائية الساكنة
١٧	أمثلة محلولة
٢٥	تمارين غير محلولة

الفصل الثاني

الحقل الكهربائي الساكن

- ٢٩ 2.1 - تعريف وخواص الحقل الكهربائي الساكن
- ٢٩ 2.1.1 - متجهة الحقل الكهربائي الساكن
- ٣١ 2.1.2 - الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية
- ٣٣ 2.1.3 - الحقل الكهربائي الناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية
- ٣٨ 2.1.4 - خطوط القوة
- ٤٠ 2.1.5 - خواص خطوط القوة
- ٤٢ 2.2 - تدفق الحقل الكهربائي الساكن
- ٤٢ 2.2.1 - تعريف تدفق الحقل الكهربائي الساكن
- ٤٤ 2.2.2 - مفهوم الزاوية المجسمة
- ٤٩ 2.2.3 - حساب تدفق الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية من خلال سطح متناهي في الصفر.
- ٥٢ 2.2.4 - نظرية غوص
- ٥٣ 2.3 - بعض تطبيقات نظرية غوص
- ٥٣ 2.3.1 - فائدة استخدام نظرية غوص
- ٥٤ 2.3.2 - حساب الحقل الكهربائي الناتج عن سلك لانهاضي مشحون
- أمثلة محلولة
- ٦٢ تمارين غير محلولة

الفصل الثالث

الكمون الكهربائي الساكن

- ٦٥ 3.1 - مفهوم الكمون والطاقة الكامنة الكهربائية

٦٥	3.1.1-عمل القوى الكهربائية
٦٨	3.1.2-فرق الكمون الكهربائي
٧٠	3.1.3-الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q
٧٢	3.1.4-الكمون الناتج عن مجموعة من الشحنات
٧٤	3.1.5-الطاقة الكامنة لمجموعة شحنات
٧٧	3.2 - العلاقة بين الحقل والكمون الكهربائي
٨٠	3.3 - واحدة الحقل الكهربائي
٨١	3.4 - سطوح تساوي الكمون أمثلة محلولة
٨٩	3.5 - تراكب حالات النواقل المتوازنة
٩٠	3.6 - المظاهر العامة للشحنات والحقول والكمون الكهربائي
٩٠	3.6.1-توزع الشحنات والحقول الكهربائية عند سطح ناقل مشحون
٩٢	3.6.2-شكل خطوط القوة بين النواقل في الفراغ.
٩٤	3.6.3-التأثير الجزئي
٩٦	3.6.4-التأثير الكلي أمثلة محلولة

الفصل الرابع

المكثفات والعوازل

١٠٥	4.1 - السعة
١٠٥	4.1.1-سعة ناقل وحيد ومعزول في الخلاء
١٠٧	4.1.2-توزع الشحنات الكهربائية بين ناقلين
١٠٩	4.2 - المكثفات

- ١٠٩ 4.2.1 - تراكم الشحنات الكهربائية
- ١١١ 4.2.2 - سعة المكثفة
- ١١٢ 4.3 - تطبيقات على حساب سعات بعض المكثفات
- ١١٢ 4.3.1 - حساب سعة مكثفة مستوية
- ١١٤ 4.3.2 - حساب سعة المكثفة الكروية
- ١١٥ 4.3.3 - حساب سعة المكثفة الاسطوانية
- ١١٦ 4.3.4 - حساب السعة بين ناقلين خطيين متوازيين
- ١١٨ 4.4 - دور العازل في المكثف
- ١١٨ 4.4.1 - تأثير العازل على السعة
- ١٢١ 4.4.2 - استقطاب العوازل
- ١٢٥ 4.4.3 - المتجهات الكهربائية الثلاثة
- ١٢٧ 4.4.4 - متانة العازل
- ١٢٨ 4.5 - وصل المكثفات
- ١٢٨ 4.5.1 - وصل المكثفات على التفرع
- ١٢٩ 4.5.2 - وصل المكثفات على التسلسل
- ١٣٣ 4.6 - الطاقة الكهربائية المخزنة
- ١٣٣ 4.6.1 - الطاقة الكهربائية المخزنة في ناقل
- ١٣٣ 4.6.2 - الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثف مشحون
- ١٣٤ 4.6.3 - تمرکز الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثف

أمثلة محلولة

- ١٤٠ تمارين غير محلولة

الفصل الخامس

التيار الكهربائي المستمر

- ١٤٣ 5.1 - تعريف التيار الكهربائي

١٤٣	فقدان التوازن الكهربائي	5.1.1 -
١٤٤	التأثيرات المختلفة للتيار الكهربائي	5.2 -
١٤٤	التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي	5.2.1 -
١٤٥	التأثير الحراري للتيار الكهربائي	5.2.2 -
١٤٥	التأثير الكيميائي للتيار الكهربائي	5.2.3 -
١٤٦	الانواع المختلفة للتيار	5.3 -
١٤٨	التيار الكهربائي المستمر، حقل التحريض الكهربائي، القوى المحركة الكهربائية،	5.4 -
١٥١	شدة التيار الكهربائي	5.٥ -
١٥٦	كثافة التيار	5.٦ -
١٥٦	الطاقة والاستطاعة المنقولة بالتيار الكهربائي	5.7 -
١٥٨	المقاومة والمقاومة النوعية	5.8 -
١٦١	وصل المقاومات على التسلسل والتفرع	5.9 -
١٦٣	حركة الإلكترونات في الخلاء	5.10 -
١٦٣	اقتلاع الإلكترونات من المعدن	5.10.1 -
١٦٤	تأثير الحقل الكهربائي على الإلكترون الحر	5.10.2 -
١٦٦	تأثير الحقل الكهربائي العمودي على مسار	5.10.3 -
	الإلكترون الحر •	
١٦٩	تطبيقات	5.11 -

الباب الثاني

الفصل السادس

حقل التحريض المغناطيسي للتيار في الخلاء

١٧١ مقدمة:

- ١٧٢ - 6.1 حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن شحنة متحركة
- ١٧٥ - 6.2 حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن شحنات كهربائية متحركة (قانون بيو وسافار) .
- ١٧٨ - 6.3 تطبيقات على حساب حقل التحريض المغناطيسي
- ١٧٨ - 6.3.1 حساب حقل التحريض المغناطيسي المتولد عن سلك لانهاضي الطول .
- ١٨٠ - 6.3.2 حساب حقل التحريض المغناطيسي الناشئ عن تيار حلقي في نقطة تقع على محورها
- ١٨٣ - 6.3.3 حساب شدة حقل التحريض المغناطيسي الناشئ عن وشيعة .
- ١٨٦ - 6.4 تدفق وجولان متجهة حقل التحريض المغناطيسي
- ١٨٦ - 6.4.1 تدفق متجهة حقل التحريض المغناطيسي
- ١٨٦ - 6.4.2 جولان متجهة الحقل المغناطيسي ، نظرية أمبير
- ١٩٢ أمثلة محلولة
- ٢٠٠ تمارين غير محلولة

الفصل السابع

القوى الكهربائية

- ٢٠٣ - 7.1 تعريف وآثار القوى الكهربائية
- ٢٠٣ - 7.1.1 قانون لابلاس
- ٢٠٤ - 7.1.2 القوى المطبقة على جزء من دائرة
- ١٠٦ - 7.2 حساب القوة بين ناقلين مستقيمين لانهايين

ومتوازيين حاملين للتيار الكهربائي

أمثلة محلولة

٢١٠	حركة جزيء مشحون في حقل مغناطيسي عمودي على اتجاه سرعة الجزيئة .	7.3 -
٢١٣	حركة جزيء مشحون في حقل مغناطيسي متجانس ويصنع زاوية θ مع اتجاه السرعة	7.4 -
٢١٦	بعض التطبيقات	7.5 -
٢١٧	مطياف الكتلة	7.5.1 -
٢١٨	السيكوترون	7.5.2 -
٢٢٣	مفعول هول	7.5.3 -
٢٢٦	وحدة الظواهر الكهربائية والكهرطيسية	7.6 -
٢٣١	العزم المغناطيسي لملف	7.7 -
٢٣٤	عمل القوة الكهرطيسية الناتجة عن وجود حقل تحريض مغناطيسي	7.8 -
الفصل الثامن التحريض الكهرطيسي		
٢٣٩	تجارب فاراداي وهنري	8.1 -
٢٤٣	قانون لنز	8.2 -
٢٤٣	التيار وكمية الكهرباء المتحرضة	8.3 -
٢٤٤	قانون فاراداي وهنري	8.4 -
٢٤٦	الحقول الكهربائية وحقول التحريك الكهربائية	8.5 -
٢٤٧	تيارات فوكو	8.6 -
٢٤٩	حساب القوة المحركة الكهربائية التحريضية الناتجة عن حركة ناقل مستقيم في حقل تحريض مغناطيسي منتظم .	8.7 -

٢٥٤ 8.8 - الحقول والقوى المحركة الكهربائية والتيارات المتحيزة

في ناقل ثابت بواسطة حقل مغنطيسي متغير مع الزمن.

٢٥٦ 8.8.1 - التحريض المتبادل

٢٥٨ 8.8.2 - التحريض الذاتي

أمثلة محلولة

٢٦٣ 8.9 - الحقول المتحيزة في الخلاء

٢٦٣ 8.9.1 - الحقل الكهربائي المتحيز في الخلاء بواسطة حقل

مغنطيسي متغير

٢٦٥ 8.9.2 - مبدأ جهاز تسريع الإلكترونات

٢٦٧ 8.9.3 - الحقل المغنطيسي المتحيز في الخلاء بواسطة حقل

كهربائي متغير - تيار الازاحة - قانون أمبير

ماكسويل .

٢٧٢ 8.10 - الطاقة الكهربائية

٢٧٢ 8.10.1 - تأثير التحريض الذاتي على قانون فاراداي وماكسويل

٢٧٣ 8.10.2 - المفهوم الطاقي لقانون لينز

٢٧٦ 8.10.3 - الطاقة الكهربائية المخزنة في ملف وحيد

٢٧٨ 8.10.4 - تمرکز الطاقة الكهربائية

الباب الثالث

الفصل التاسع

الحركات الاهتزازية

٢٨١ 9.1 - مقدمة

٢٨٥ 9.2 - تقسيم الحركات الاهتزازية للجسم بحسب القوى المؤثرة عليه

- ٢٨٦ - 9.2 ميزات الحركة الاهتزازية
- ٢٨٧ - 9.3 المقادير التي تميز الحالة اللحظية للنقطة المهتزة
- ٢٨٩ - 9.4 الحركة الاهتزازية التوافقية البسيطة
- ٢٩٢ - 9.5 السرعة والتسارع في الحركة الاهتزازية التوافقية
- ٢٩٥ - 9.6 النواس البسيط أو الرياضي
- ٢٩٧ - 9.7 معادلة طاقة الاهتزازات التوافقية
- ٣٠٢ - 9.8 تركيب حركتين اهتزازيتين لهما نفس التواتر ومختلفتين في الطور
- ٣٠٥ - 9.9 تركيب حركتين اهتزازيتين مختلفتين في التواتر $\omega_1 \neq \omega_2$
- ٣٠٨ - 9.9.1 حالة خاصة ظاهرة النبضات
- ٣١٣ - 9.10 الاهتزازات المتخامدة
- ٣١٨ - 9.10.1 المعنى الفيزيائي لكل من معامل التخميد β ومعامل التخميد اللغاريتمي δ
- ٣٢١ - 9.11 الاهتزازات القسرية وظاهرة التجاوب
- ٣٢٢ أمثلة محلولة
- تمارين غير محلولة

الفصل العاشر

النظرية الموجية للضوء

- ٣٣٥ مقدمة
- ٣٣٧ - 10.1 معادلة الموجة المستوية الجيبية
- ٣٤٠ - 10.2 الامواج الكهرومغناطيسية
- ٣٤٥ - 10.3 مصدر الموجة والاشعة الفوقية

٣٤٧	10.4 - مبدأ هيفنزر
٣٤٧	10.5 - التداخل في الضوء
٣٤٧	10.5.1 - تعريف التداخل
٣٥١	10.5.2 - تجربة شقي يونغ
٣٥٥	10.5.3 - موشورا فرنسل
٣٥٨	10.5.4 - التداخل في الصفائح المتوازية الوجهين
٣٦١	10.5.5 - أهذاب تساوي السماكة (أهذاب فيزو)
٣٦٢	10.5.6 - حلقات نيوتن
٣٦٥	10.6 - انعراج الضوء
٣٦٥	10.6.1 - ظاهرة الانعراج الفوضي
٣٦٧	10.6.2 - الانعراج عند شق ضيق انعراج فرانهرفر
٣٧١	10.6.3 - نموذج الانعراج الناتج عن الشق المضاعف
٣٧٥	10.6.4 - شبكة الانعراج
٣٧٩	10.6.5 - قياس طول موجة الضوء
٣٨١	10.6.6 - شدة تحليل شبكة الانعراج
٣٨٥	10.7 - استقطاب الضوء
٣٨٧	10.7.1 - الضوء غير المستقطب
٣٨٨	10.7.2 - تمثيل الاهتزازات الضوئية
٣٩٠	10.7.3 - استقطاب الضوء
٣٩١	10.7.4 - الاستقطاب بالانعكاس - قانون بروستر
٣٩٣	10.7.5 - الانكسار المضاعف وموشور نيكول
٣٩٤	10.7.6 - استخدام الضوء المستقطب
٣٩٦	تمارين غير محلولة

٣٩٩	الاحرف اليونانية
٤٠١	جدول بالرموز المستخدمة
٤٠٣	جدول بعض الشوايت الفيزيائية
٤٠٥	بعض عوامل التحويل
٤٠٧	المراجع العربية
٤٠٩	المراجع الاجنبية
٤١١	المطلحات العلمية
٤٢٣	الفهرس



